SDLS502 - Plaque carrée « solide » simplement supportée

Résumé :

Ce test représente un calcul en analyse modale dynamique d'une plaque carrée épaisse simplement supportée. Ce test permet de valider :

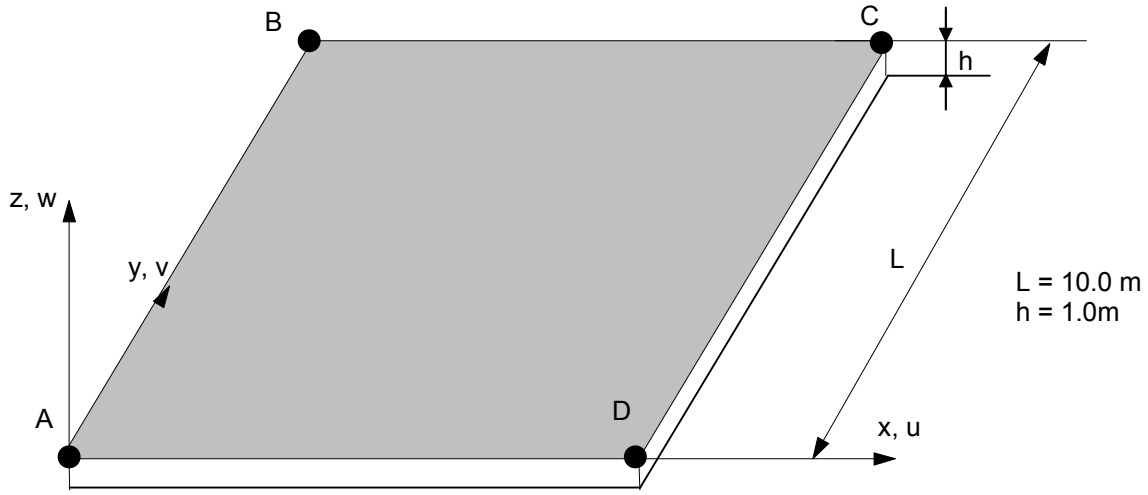
- les modélisations éléments finis DST, DKT, COQUE_3D avec des mailles QUAD4 et TRIA3, QUAD8 et TRIA6, et 3D avec des mailles HEXA20,
- la prise en compte de la rigidité en cisaillement transverse.

Les fréquences et les modes obtenus sont comparés à une solution de référence, proposée par NAFEMS, obtenue avec un calcul éléments finis de type volumique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E=2.10^{11}$	Pa Module d'Young
$\nu=0.3$	Coefficient de poisson
$\rho=8000.kg/m^3$	Masse volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Plaque simplement supportée sur son contour.

1.4 Conditions initiales

Sans objet

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

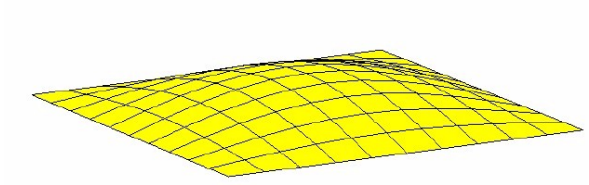
2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

la solution de référence proposée par NAFEMS [bib1] a été obtenue à partir un calcul éléments finis $3D$ avec des éléments briques à 20 nœuds et avec un maillage 4×4 (plan xy) et 1 élément suivant l'épaisseur.

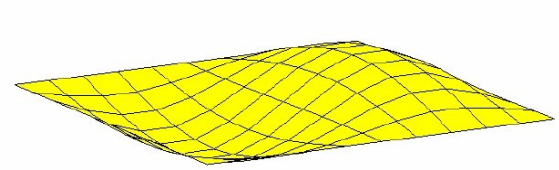
2.2 Résultats de référence

7 premières fréquences non nulles et les modes propres associés, les trois premiers modes sont ceux de corps rigides :

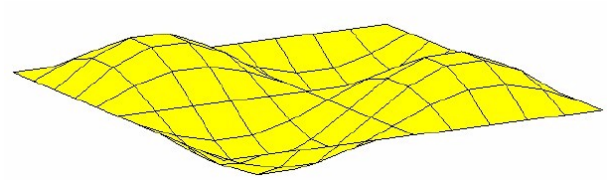
- Fréquence (mode 4 hors plan) : $44.762\,hz$
- Fréquence (modes 5 & 6 hors plan) : $110.52\,hz$
- Fréquence (mode 7 hors plan) : $169.08\,hz$
- Fréquence (Mode 8 dans le plan) : $193.93\,hz$
- Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan) : $206.64\,hz$



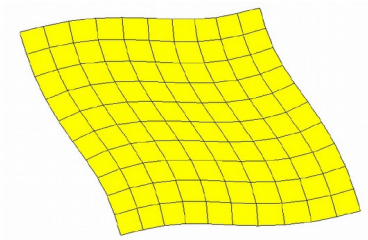
mode 4 hors plan



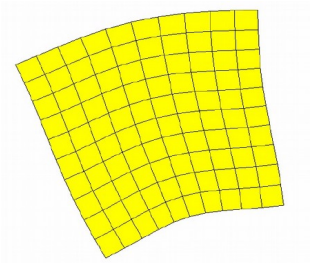
mode 5&6 hors plan



mode 7 hors plan



mode 8 dans le plan



mode 9&10 dans le plan

2.3 Incertitudes sur la solution

$<2\%$ pour un maillage identique à celui du [§2.1], c'est-à-dire avec peu d'éléments.

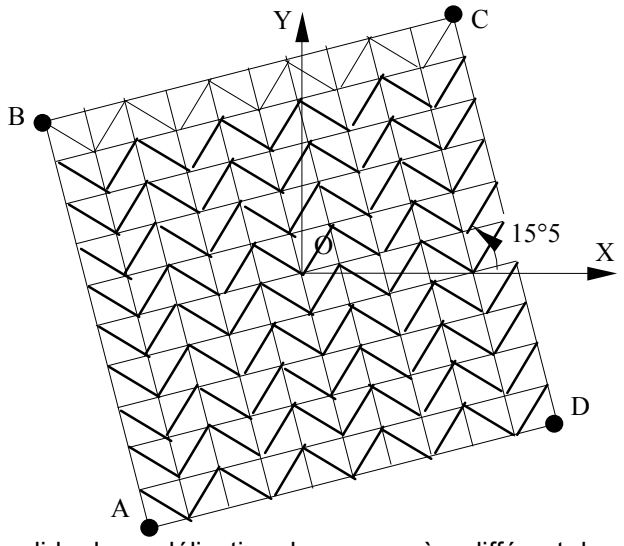
2.4 Références bibliographiques

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1. NAFEMS : The standard NAFEMS Benchmarks, TNSB, Rev. 3, 5 octobre 1990.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (TRIA3)

- La plaque est située dans le plan Z= 2.3
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA : w=0

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de $15,5\,°$. Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122
Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	44.989	0.507
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	107.608 107.880	–2.634 –2.388
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	165.454	–2.144
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	196.089	1.114
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	211.658 212.000	2.428 2.594

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Remarques

- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ces modes sont les modes 6 et 7 de *Code_Aster*.

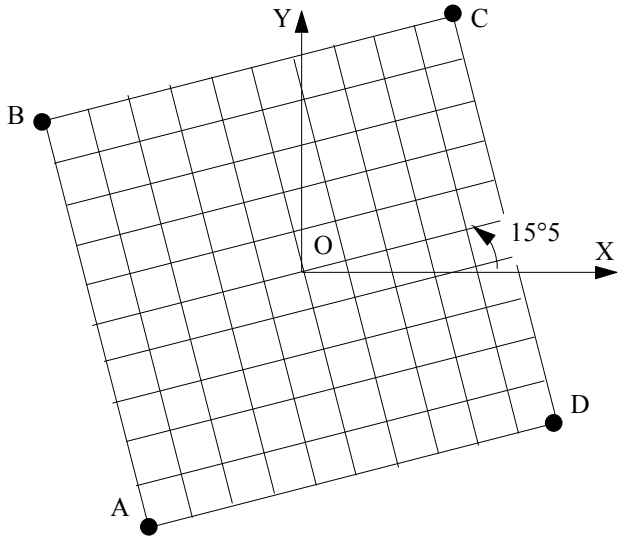
Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	44,98
2	107.61
3	107.88
4	165.45
5	196.09
6	202.80
7	203.54
8	211.66
9	212.00
10	222.53
11	254.74
12	255.62
13	264.73
14	289.85

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan Z= 2.3
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA : w=0

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de $15,5°$. Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	44.64	–0.273
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	108.04	–2.247
			108.26	–2.041
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	162.86	–3.681
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	195.70	0.912
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	208.89	1.088
			208.89	

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.4 Remarques

- Dans Code_Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ces modes sont les modes 6 et 7 de *Code_Aster*.

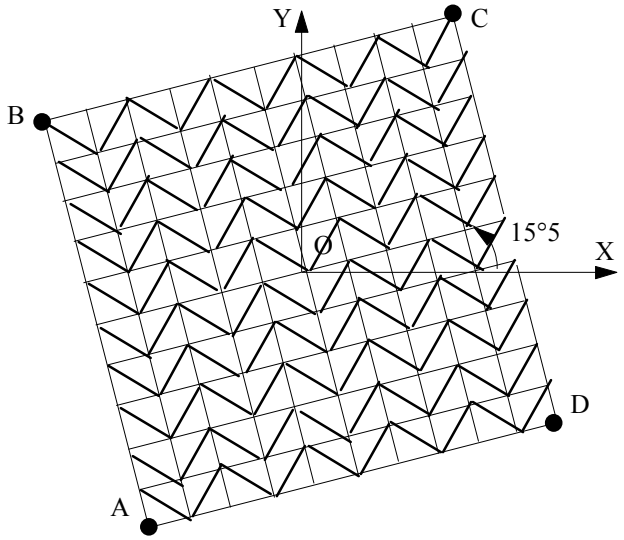
Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	44.64
2	108.04
3	108.26
4	162.86
5	195.70
6	203.97
7	206.08
8	208.89
9	208.89
10	220.92
11	248.12
12	250.10
13	252.49
14	289.79

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (TRIA6)

- La plaque est située dans le plan Z= 2.3
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA : w=0

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de $15,5°$. Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122
Nombre de mailles et types : 200 TRIA3

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	47.358	5.799
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	118.029 118.059	6.795 6.822
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	187.504	10.897
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	196.089	1.114
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	211.658 212.000	2.428 2.594

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.4 Remarques

- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par le *Code_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion après le mode 11 de référence (mode 8 du *Code_Aster*), de la même forme que ceux apparus dans la modélisation DST entre les modes 8 et 9 de référence (modes 6 et 7 du *Code_Aster*).

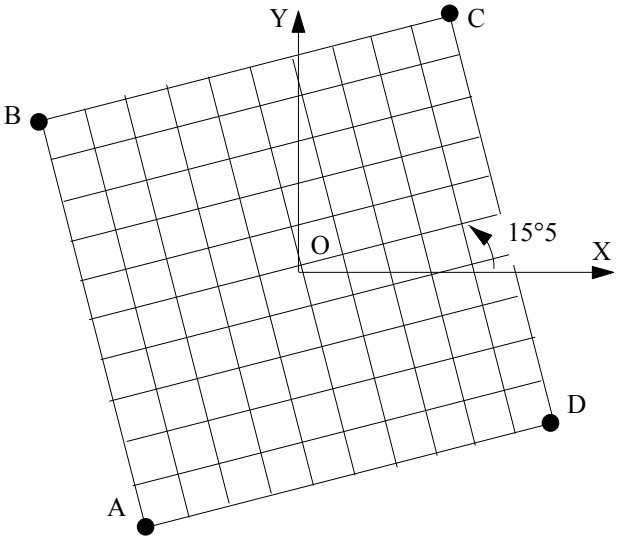
Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	47.358
2	118.03
3	118.06
4	187.50
5	196.09
6	211.66
7	212.00
8	222.53
9	235.41
10	235.56
11	264.73
12	289.85
13	302.84
14	303.15

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DKT (QUAD4)

- La plaque est située dans le plan Z= 2.3
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA : w=0

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de $15,5°$. Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122
Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	47.182	5.408
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	117.463	6.283
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	184.746	9.266
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	195.699	0.912
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	208.887	1.088

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.4 Remarques

- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion après le mode 11 de référence (mode 8 de *Code_Aster*), de la même forme que ceux apparus dans la modélisation DST entre les modes 8 et 9 de référence (modes 6 et 7 de *Code_Aster*).

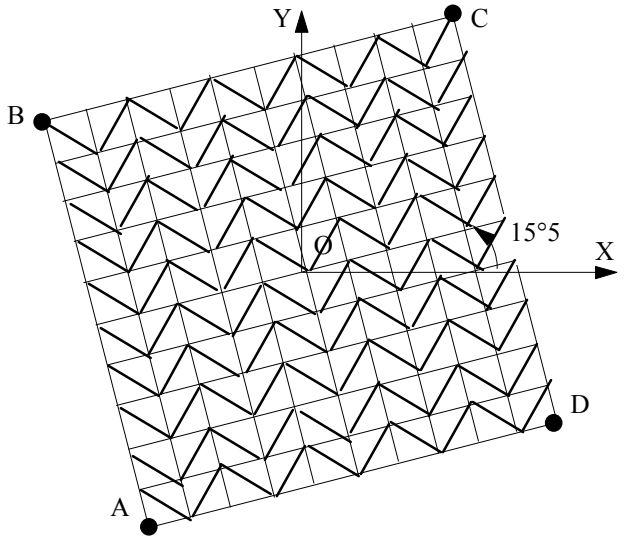
Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	47.183
2	117.46
3	117.46
4	184.75
5	195.70
6	208.89
7	208.89
8	220.92
9	234.74
10	234.74
11	252.49
12	289.79
13	297.27
14	297.27

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (TRIA6)

- La plaque est située dans le plan Z= 2.3
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA : w=0

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de $15,5°$. Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122
Nombre de mailles et types : 200 TRIA6

7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	43.867	2.00
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	106.058 106.066	–4.037 –4.029
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	160.010	–5.305
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	193.600	–0.170
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	206.209 206.211	0.208 0.207

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7.4 Remarques

- Dans Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 de *Code_Aster*.

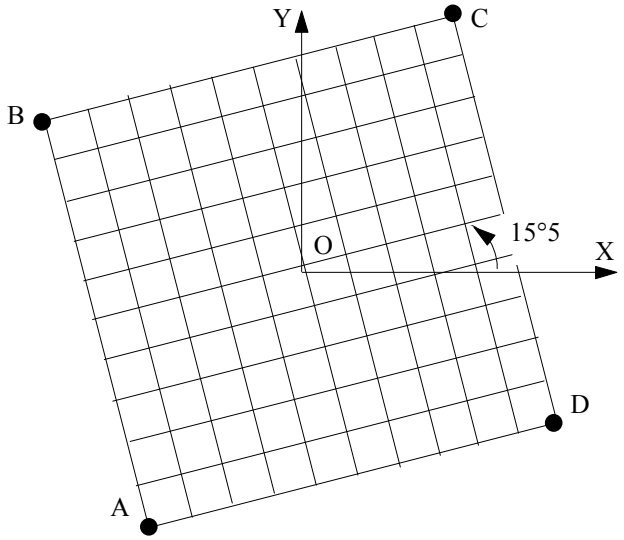
Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	43,867
2	106.06
3	106.07
4	160.11
5	186,72
6	193.60
7	199.76
8	200.23
9	206.21
10	206.21
11	219.28
12	245.91
13	245.94
14	249.27

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation COQUE_3D (QUAD8)

- La plaque est située dans le plan Z= 2.3
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA : w=0

Pour valider la modélisation dans un repère différent du repère global, la plaque est tournée de $15,5°$. Ceci ne doit pas changer les fréquences propres obtenues.

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 122
Nombre de mailles et types : 100 QUAD8

8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	43.870	–1.993
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	106.041	–4.052
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	160.055	–5.337
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	193.588	–0.176
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	206.192	–0.216

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.4 Remarques

- Dans *Code_*Aster, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 de *Code_Aster*.

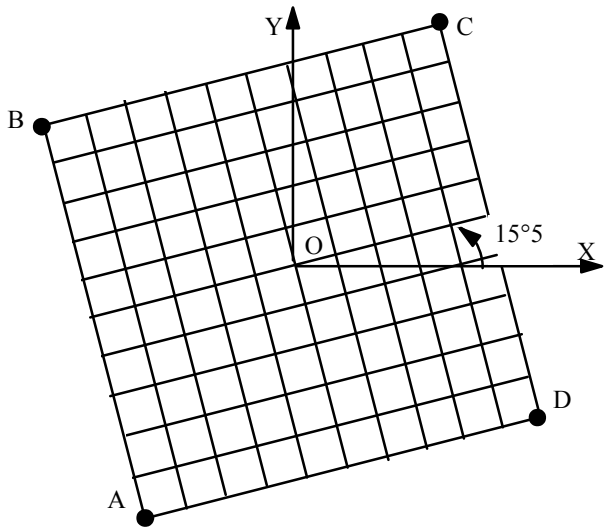
Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	43.87
2	106.04
3	106.04
4	160.06
5	193.59
6	199.64
7	200.13
8	206.19
9	206.19
10	219.26
11	245.68
12	245.68
13	249.20
14	287.99

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

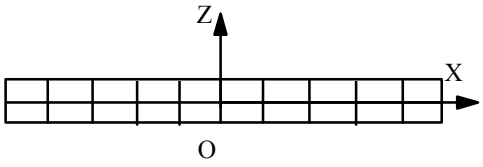


Modélisation 3D (HEXA20)

- Le plan moyen de la plaque est situé dans le plan Z= 2.3
- Point O : (0. ;0. ;2.3)

Conditions aux limites :

- Cotés AB, BC, CD, DA : w=0



9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1266
Nombre de mailles et types : 200 HEXA20

9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instants	Référence	*Aster*	% différence
Fréquence (mode 4 hors plan)		44.762	43.862	–2.009
Fréquence (modes 5 & 6 hors plan)		110.52	105.953	–4.132
Fréquence (mode 7 hors plan)		169.08	159.749	–5.518
Fréquence (Mode 8 dans le plan)		193.93	193.590	–0.175
Fréquence (mode 9 & 10 dans le plan)		206.64	199.410 199.903	–3.498 –3.260

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9.4 Remarques

- Dans *Code_Aster*, les modes calculés sont ceux de corps rigide : le quatrième mode de référence est le premier mode calculé par *Code_Aster*.
- Apparition de deux modes de flexion entre les modes 8 et 9 de référence : ce sont les modes 6 et 7 du *Code_Aster*.

Dans le tableau ci-dessous nous avons reporté les 14 premières fréquences propres trouvées.

Mode n°	Fréquence (Hz)
1	43.86
2	105.95
3	105.95
4	159.75
5	193.59
6	199.41
7	199.90
8	206.16
9	206.16
10	219.27
11	245.07
12	245.07
13	249.13
14	287.75

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Synthèse des résultats

Compte tenu de la nature de la solution numérique (éléments finis volumiques), les résultats obtenus sont satisfaisants pour les :

- modélisation A et B (DST) l'écart maximum est de moins de 4% pour les 5 premiers modes,
- modélisation E et F (COQUE_3D), l'écart maximum est d'environ 5% pour les 5 premiers modes,
- modélisation G (3D), l'écart maximum est d'environ 5% pour les 5 premiers modes,
- les modes de référence 5 et 6 hors plan présentent des symétrie différentes de celles rencontrées dans les modélisations E, F et G, mais elles sont équivalentes car il s'agit de recombinaisons modales.

Les modélisations C et D (DKT) sont moins satisfaisantes avec des écarts relatifs atteignant 10% sur le mode 7 hors plan, ceci est dû à la non prise en compte du cisaillement transverse pour cette plaque relativement épaisse.
De plus on observe l'apparition de modes de flexion et membrane pour toutes ces modélisations, y compris la modélisation 3D volumique G. Lorsque l'on raffine suffisamment les maillages, cette tendance se confirme et les écarts relatifs régressent. Le calcul 3D a par ailleurs montré qu'en deçà d'un maillage 6×6 dans le plan (XY), les modes de flexion et membrane n'étaient pas détectés.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)