# SDLS105 - Plaque plane soumise à une turbulence homogène

**Résumé**

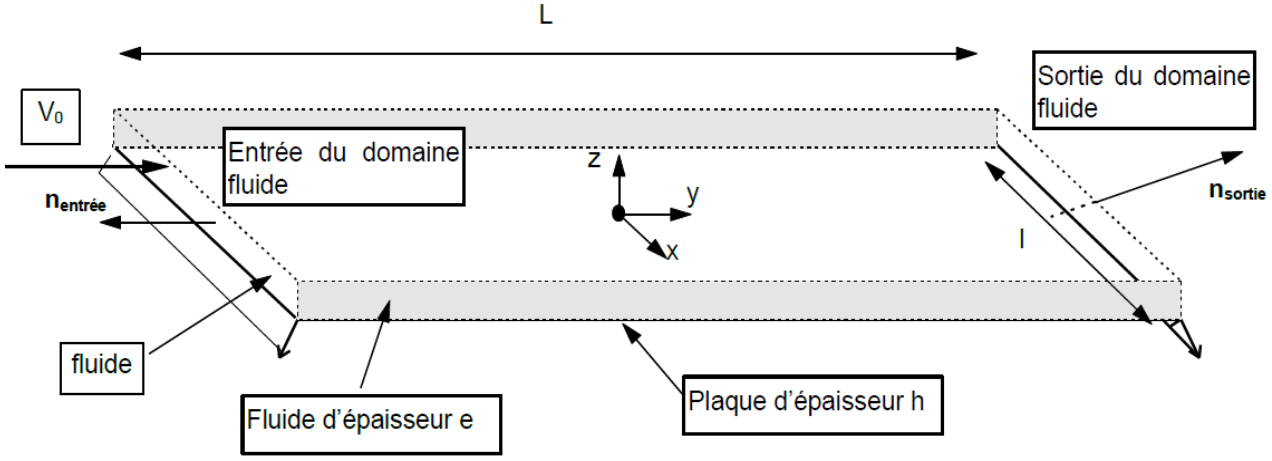
Ce test du domaine de la dynamique linéaire des coques et des plaques met en œuvre le calcul de l'acceptance, une fonction destinée à calculer la DSP d'effort modale à partir d'une DSP de pression. Ce test précis met en œuvre une modélisation de type plaque avec des éléments de couplage fluide / structure pour tester la méthode de Corcos dont la fonction de corrélation est appropriée à des écoulements plans turbulents établis.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




$L=50\,m \quad l=5\,m$

épaisseur de fluide $e=0.5\,m$

épaisseur de la plaque $h=0.5\,m$

## 1.2 Propriétés des matériaux

Fluide : masse volumique $\rho=1000\,kg.m^{-3}$ (eau).
Structure : $\rho_s=7800\,kg/m^3$, $E=2.110^{11}\,Pa$, $\nu=0.3$ (acier).

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Fluide :

- pour simuler l'écoulement permanent, on impose sur la face d'entrée du fluide une vitesse normale de $-4\,m/s$, la vitesse d'entrée $\vec{V}_0$ du fluide étant de sens inverse à la normale d'entrée (par analogie avec l'analyse thermique, on impose un flux de chaleur normal équivalent de $-4$),
- pour calculer la perturbation fluide apportée par le mouvement de la plaque on impose une condition aux limites de Dirichlet en un nœud du fluide.
- on impose en $x=\frac{e}{2}$ la condition $\phi_1=\phi_2=0$ qui correspond à un débit nul à travers la paroi fluide supérieure.

Structure :

- la plaque est soumise à un déplacement imposé correspondant à un premier mode de flexion [bib2] :

$$X_1=\sin\frac{\pi y}{L}$$


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour le calcul des coefficients ajoutés, on renvoie au cas test FDLV109.

On a fait un calcul d'amortissement ajouté à la vitesse d'écoulement ( $V_0 = 4\, m.s^{-1}$ ).

La masse ajoutée apportée par l'écoulement vaut :

$$M^a_{11} = 0.625\,10^5 \,\mathrm{kg},$$
$$M^a_{22} = 0.625\,10^5 \,\mathrm{kg},$$
$$M^a_{12} = 0.$$

L'amortissement ajouté vaut avec $V_0 = 4\, m.s^{-1}$ :

$$C^a_{11} = 0,$$
$$C^a_{22} = 0,$$
$$C^a_{12} = 0.266\,10^5 \, N.m^{-1}.$$

La raideur ajoutée vaut avec $V_0 = 4\, m.s^{-1}$ :

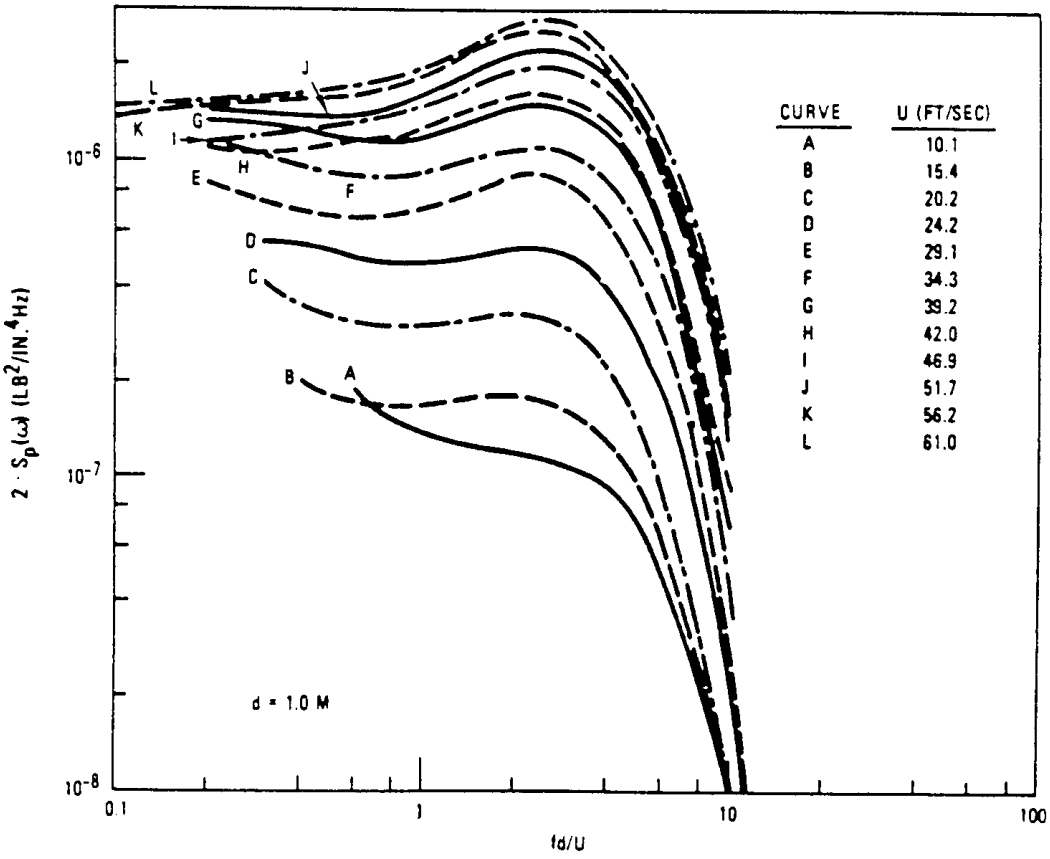
$$K^a_{11} = -0.3943\,10^4 \, N.m^{-1}.\mathrm{rad}^2,$$
$$K^a_{22} = -0.1577\,10^5 \, N.m^{-1}.\mathrm{rad}^2,$$
$$K^a_{12} = 0.$$

L'intérêt du test est ici de calculer et de tester l'autospectre d'effort modal obtenu à partir d'un spectre de pression caractéristique d'écoulements turbulents établis.

Le spectre choisi ici est constant puis nul à partir d'une fréquence de coupure :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)




On a pour DSP de pression :

$$S_p(\omega)=K^2(\rho U^2)^2 d^3 \text{ pour } 0{,}1<\frac{\omega d}{2\pi U}<10$$

La fonction de cohérence choisie dans le cas de cette plaque soumise à écoulement parallèle, est issue d'un modèle de Corcos :

$$r^{(s)}(x-x',\omega)=e^{-k_L(x-x')}e^{-k_T(y-y')}\cos(\omega(x-x')/U_c).$$

Les paramètres $k_T$ et $k_L$ sont appelés paramètres de Bakewell et valent en fonction de la pulsation :

$$k_L=0.1\frac{\omega}{U_c} \text{ et } k_T=0.55\frac{\omega}{U_c}$$

La fonction acceptance, définie en toute généralité par

$$J^2_{A_{ij}}(\omega)=\int_A\int_A r(x-x',\omega)f_{i_\alpha}(x)f_{j_{\alpha'}}(x')n_\alpha(x)n_{\alpha'}(x')\mathrm{dA}\,dA'$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

vaut dans notre cas :

$$J^2_{A_{mn}}(\omega)=\int_A\int_A e^{-k_T|y-y'|}e^{-k_L|x-x'|}\cos(\frac{\omega(x-x')}{U_c})\sin(\frac{k_n x}{L})\sin(\frac{k_m x'}{L})\,\mathrm{dxdy}\,dx'dy'$$
$$=\int_{-l/2}^{l/2}\int_{-l/2}^{l/2} e^{-k_T|y-y'|}dydy'\int_0^L\int_0^L e^{-k_L|x-x'|}\cos(\frac{\omega(x-x')}{U_c})\sin(\frac{k_n x}{L})\sin(\frac{k_m x'}{L})dxdx'.$$

La première intégrale en facteur a une expression analytique et vaut :

$$\int_{-l/2}^{l/2}\int_{-l/2}^{l/2} e^{-k_T|y-y'|}dydy'=\frac{2l}{k_T}-2(\frac{1-e^{-k_T l}}{k_T^2}).$$

On donne dans le tableau ci après des valeurs de cette intégrale :

| $\omega(rad/s)$ | $I_T(\omega)$ |
|---|---|
| 0.01 | 24.9121 |
| 0.1 | 24.1414 |
| 1. | 18.0988 |
| 2. | 13.8102 |
| 10. | 4.2803 |

L'autre facteur est plus complexe à évaluer. On a donc calculé numériquement cette intégrale à l'aide du logiciel Maple V.5 :

| $\omega(rad/s)$ | $I(\omega)$ |
|---|---|
| 0.01 | 1006.601 |
| 0.1 | 815.3964 |
| 1. | 14.319 |
| 2. | 6.5836 |
| 10. | 1.288 |

Ainsi, pour les pulsation $0.01\,rad/s$ et $1\,rad/s$, la DSP d'effort modale vaut respectivement :

| $\omega(rad/s)$ | $DSP(\omega)$ |
|---|---|
| 0.01 | 7.28848E8 |
| 1. | 7.53237E6 |

Pour le cas de la modélisation A, on teste également la définition d'un spectre de turbulence à l'aide d'une fonction de la fréquence quelconque, via le mot clé `SPEC_CORR_CONV_2`. La fonction choisie est :

$$S_p(\omega)=10^{10}e^{-(\omega/0.1)^2}$$

Ainsi, pour les pulsation $0.01\,rad/s$ et $0,1\,rad/s$, la DSP d'effort modale vaut respectivement :

| $\omega(rad/s)$ | $DSP(\omega)$ |
|---|---|
| 0.01 | 24,82703E13 |
| 0.1 | 7,24164E13 |

## 2.2 Résultats de référence



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Résultat analytique.

## 2.3 Références bibliographique

[1] ROUSSEAU G., LUU H.T. : Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Bibliographie et implantation dans le *Code_Aster* - HP-61/95/064.

[2] BLEVINS R.D : Formulas for natural frequency and mode shape. Ed. Krieger 1984.

[3] ROUSSEAU G. Spécification du calcul d'acceptance dans le *Code_Aster*. Réponse spectrale de structures à une excitation turbulente aléatoire HP51/97/027/A



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour le système 3D sur lequel on calcule les coefficients ajoutés :

Pour le solide :
160 mailles QUAD4
éléments de coques MEDKQU4

Pour le fluide :
160 mailles QUAD4
éléments thermique THER_FACE4
sur la surface plane

184 mailles QUAD4
éléments thermiques THER_FACE4
sur les faces d'entrée et de sortie du volume fluide

480 mailles HEXA8
éléments thermiques THER_HEXA8
dans le volume fluide

## 3.2 Grandeurs testées et résultats

**Pour le cas SPEC_CORR_CONV_1**

| Identification | fréquence ( $Hz$ ) | Type de référence | Référence | % tolérance |
|---|---|---|---|---|
| $SF1F1(\omega)\omega=0.01$ | 1.59155e-03 | 'NON_REGRESSION' | - | - |
| $SF1F1(\omega)\omega=1$ | 1.59155e-01 | 'ANALYTIQUE' | 7.532370E6 | 0.8 |

Avec les éléments de plaque DKT :

| Identification | fréquence ( $Hz$ ) | Type de référence | Référence | % tolérance |
|---|---|---|---|---|
| $SF1F1(\omega)\omega=0.01$ | 1.59155e-03 | 'ANALYTIQUE' | 7.288480E8 | 0,11 |
| $SF1F1(\omega)\omega=1$ | 1.59155e-01 | 'ANALYTIQUE' | 7.532370E6 | 0.8 |

**Pour le cas SPEC_CORR_CONV_2 où on définit une fonction de spectre exponentielle:**

| Identification | fréquence ( $Hz$ ) | Type de référence | Référence | % tolérance |
|---|---|---|---|---|
| $SF1F1(\omega)\omega=0.01$ | 1.59155e-03 | 'NON_REGRESSION' | - | - |
| $SF1F1(\omega)\omega=0.1$ | 1.59155e-02 | 'NON_REGRESSION' | - | - |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Par rapport à la modélisation A, on ne modifie que les valeurs des masses volumiques, qui sont multipliées par 30 :

- Fluide : $\rho = 30000\, kg.m^{-3}$ (eau),
- Structure : $\rho_s = 23400\, kg/m^3$ (acier).

On procède ainsi de manière à diminuer la fréquence de coupure du problème.

## 4.2 Grandeurs testées et résultats

Il s'agit de tester la réponse spectrale de la structure à l'excitation turbulente précédemment définie dans la modélisation A mais calculée pour 128 points de fréquence. On teste pour différentes fréquences la valeur de la réponse spectrale au nœud 2 de la planche qui se trouve à $13.75\, m$ du centre de la planche.

La réponse théorique a été évaluée avec le logiciel MAPLE version 5.

| Identification | fréquence ( $Hz$ ) | Type de référence | Référence | % tolérance |
|---|---|---|---|---|
| $SF1F1(\omega)\,\omega=0.01$ | 1.59155e-03 | 'ANALYTIQUE' | 7.288480E8 | 0,2 |
| $SF1F1(\omega)\,\omega=1$ | 1.59155e-01 | 'ANALYTIQUE' | 7.532370E6 | 0.8 |
| $SF1F1(\omega)\,\omega=1$ | 0.082750 | 'NON_REGRESSION' | - | - |
| $SF1F1(\omega)\,\omega=1$ | 0.4532570 | 'NON_REGRESSION' | - | - |

| Identification | fréquence ( $Hz$ ) | Type de référence | Référence | % tolérance |
|---|---|---|---|---|
| $S_U(\omega)\,f=0.08275$ | 8.27500e-02 | 'NON_REGRESSION' | - | - |
| $S_U(\omega)\,f=0.05$ | 5.00000e-02 | 'NON_REGRESSION' | - | - |
| $S_U(\omega)\,f=0.025$ | 2.50000e-02 | 'NON_REGRESSION' | - | - |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Synthèse des résultats

L'outil de calcul de l'acceptance dans le cas d'une turbulence homogène sur une plaque plane a été validé.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)