SDLD110 – Système dynamique raide à 2 degrés de liberté

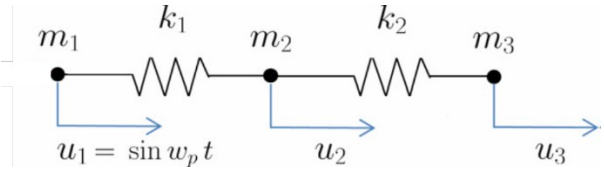
Résumé :

Le problème considéré est un système dynamique à 2 degrés de liberté, souvent utilisé dans la littérature pour illustrer la notion de problème raide.
Il s'agit de 3 masses unitaires reliées par des ressorts de rigidité très différentes (plusieurs ordres de grandeur) dont une extrémité est excité par un déplacement sinusoïdale.
Le test rassemble plusieurs modélisations, sur base physique et sur base modale avec différents schémas d'intégration temporelle.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



La figure ci-dessus est extraite de [bib1].

1.2 Propriétés de matériaux

Poutre :

Rigidité	$k_1=10^7$ et $k_2=1$
Masses	$m_1=m_2=m_3=1$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le problème est unidirectionnel selon x .
Le déplacement de la première masse est imposé $u_1=\sin(\omega_p t)$ avec $\omega_p=2.$.

1.4 Conditions initiales

Les conditions initiales sont données par $u_2(0)=\dot{u}_2(0)=u_3(0)=\dot{u}_3(0)=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Le problème peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} m_2 & 0 \\ 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_1 \sin(\omega_p t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Ce problème admet une solution analytique [bib2] :

$$\begin{cases} u_2 = \sin(\omega_p t) \\ u_3 = \frac{1}{3}\left(\omega_p \sin(t) - \sin(\omega_p t)\right) \end{cases}$$

2.2 Incertitude sur la solution

Aucune (solution analytique).

2.3 Référence bibliographique

1) « On A Composite Implicit Time Integration Procedure For Nonlinear Dynamics » K. J. BATHE, M. M. I. BAIG, Computers and Structures, 83 (2005) 2513–2524
2) « An efficient backward Euler time-integration method for nonlinear dynamic analysis of structures » T. LIU, C. ZHAO, Q. LI, L. ZHANG, Computers and Structures 106–107 (2012) 20–28

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Discrétisation des deux poutres par deux mailles SEG2 (1 chacune) et des éléments finis de type 2D_DIS_T.

La résolution est faite en temporel à l'aide de la commande DYNA_VIBRA sur base physique avec le schéma de NEWMARK.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3
Nombre de mailles et types : 2 SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

On évalue la norme infinie de l'écart entre la solution analytique et la solution calculée au niveau de la masse n°3. On fait cette comparaison pour le déplacement, la vitesse et l'accélération.

Identification	Valeur de référence	Type de référence
Norme infinie écart déplacement masse 3	0	'ANALYTIQUE'
Norme infinie écart vitesse masse 3	0	'ANALYTIQUE'
Norme infinie écart accélération masse 3	0	'ANALYTIQUE'

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Discrétisation des deux poutres par une maille SEG2 et des éléments finis de type 2D_DIS_T.

La résolution est faite en temporel à l'aide de la commande DYNA_VIBRA sur base modale avec le schéma de TRBDF2.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2
Nombre de mailles et types : 1 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

On évalue la norme infinie de l'écart entre la solution analytique et la solution calculée au niveau de la masse n°3. On fait cette comparaison pour le déplacement, la vitesse et l'accélération.

Identification	Valeur de référence	Type de référence
Norme infinie écart déplacement masse 3	0	'ANALYTIQUE'
Norme infinie écart vitesse masse 3	0	'ANALYTIQUE'
Norme infinie écart accélération masse 3	0	'ANALYTIQUE'

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Les résultats calculés sont conformes à la solution analytique pour les 2 schémas utilisés.
On note une meilleure qualité des résultats obtenus avec le schéma TRBDF2 du fait de ses meilleures propriétés de stabilité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)