# ZZZZ346 – Bifurcation d'une interface droite XFEM avec des éléments 2D quadratiques

**Résumé**

Ce test a pour but de valider l'algorithme de sous-découpage XFEM, avec des éléments 2D quadratiques. L'algorithme général de sous-découpage est décrit dans la documentation de référence [R7.02.12]. Par ailleurs le sous-découpage intervient essentiellement lors de l'appel à l'opérateur MODI_MODELE_XFEM [U4.41.11].

Dans ce test, on s'intéresse à une situation de découpe particulière : la bifurcation d'une interface le long d'une arête, au sein même d'un élément. En fonction de la position du point de bifurcation sur l'arête, on a deux configurations de découpe [R7.02.12]. Ces configurations correspondent à deux régularisations de la forme de la level-set.

On envisage 4 modélisations :

1. modélisation $A$ : X-FEM 2D avec des éléments TRIA6, l'interface bifurque avant le point milieu sur l'arête de bifurcation. Figure 1.1-2
2. modélisation $B$ : X-FEM 2D avec des éléments QUAD8, l'interface bifurque avant le point milieu sur l'arête de bifurcation. Figure 1.1-2
3. modélisation $C$ : X-FEM 2D avec des éléments TRIA6, l'interface bifurque après le point milieu sur l'arête de bifurcation. Figure 1.1-3
4. modélisation $D$ : X-FEM 2D avec des éléments QUAD8, l'interface bifurque après le point milieu sur l'arête de bifurcation. Figure 1.1-3



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

La structure $2D$ est une plaque carrée unitaire ( $LX=0,1$ , $LY=0,1$ ). Une interface « droite » coupe le domaine en 2 sous-domaines.

L'interface bifurque au voisinage du centre du carré $(0,0.5)$ avec un angle $\theta=67,5°$ par rapport à l'horizontale.

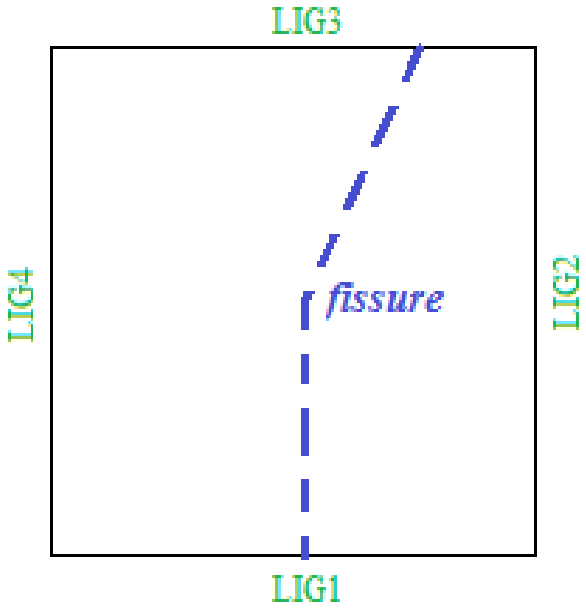



**Figure 1.1-1: Géométrie de la plaque fissurée**

L'interface est définie analytiquement par l'union de 2 segments de droite, dont les équations respectives sont:
- $X=0$ pour le segment vertical.
- $Y=2\,x+0.55$ pour le segment oblique.

Le point d'intersection des 2 segments de droite est calculé pour être situé sur l'arête où l'interface bifurque :
- $(0,0.55)$ pour les modélisations $A$ et $B$ , voire Figure 1.1-2
- $(0,0.6)$ pour les modélisations $C$ et $D$ , voire Figure 1.1-3



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

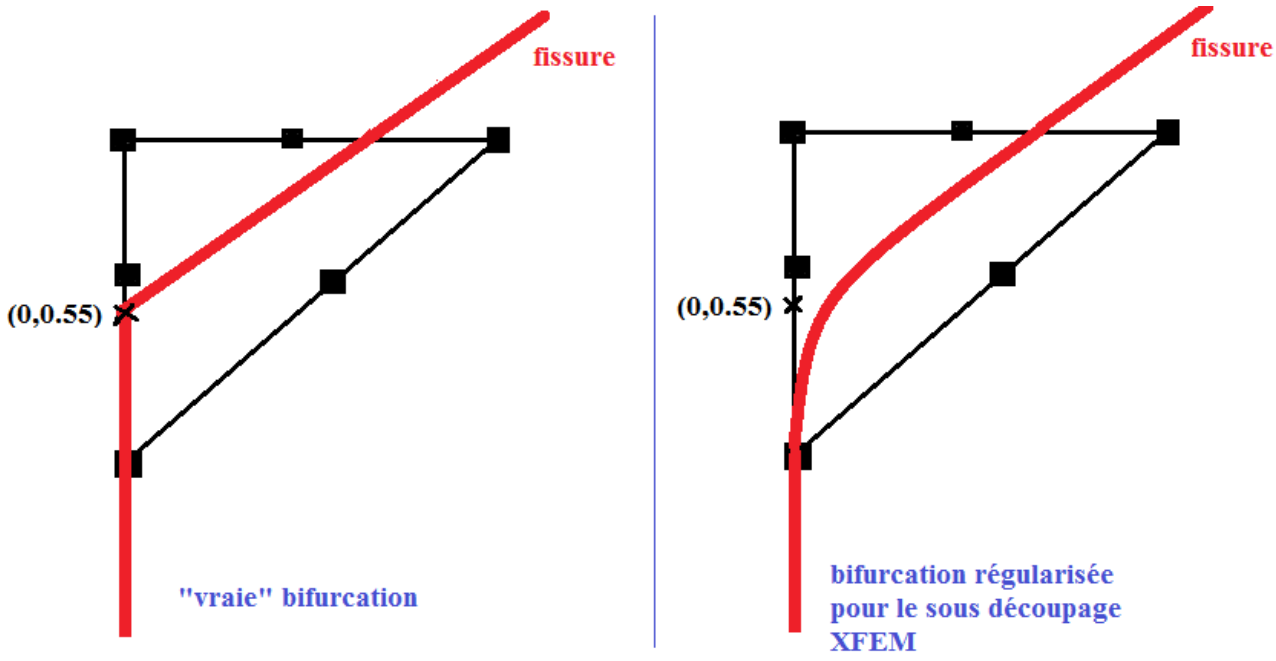



**Figure 1.1-2 : « zoom » au voisinage du point de bifurcation**

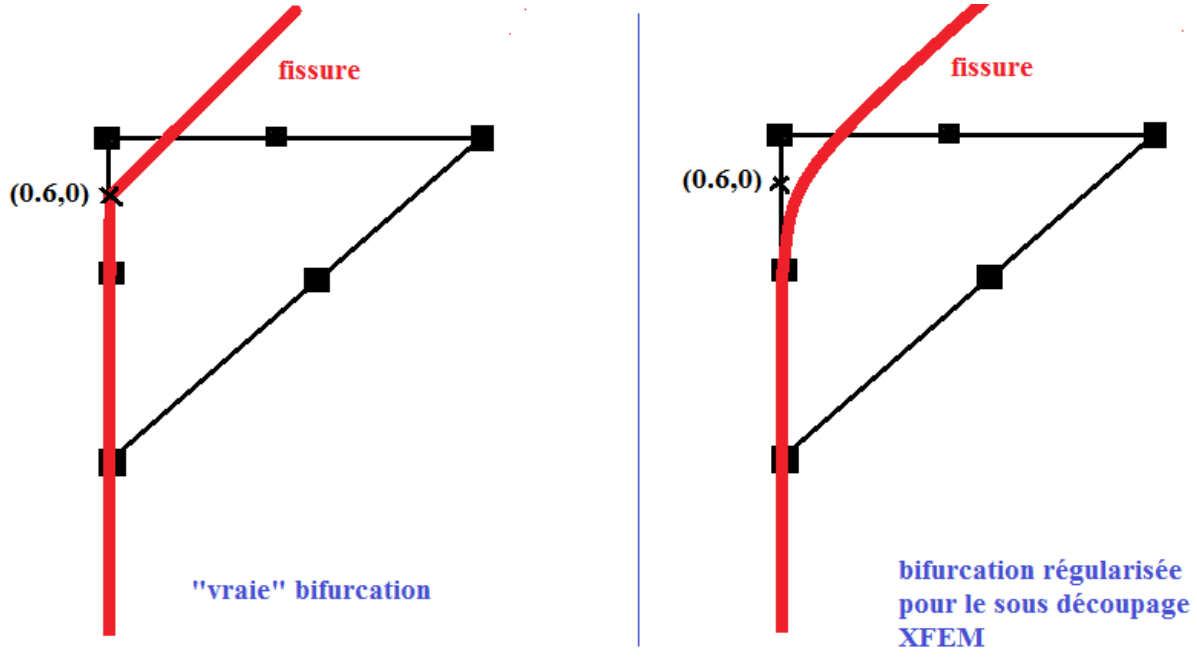



**Figure 1.1-3 : « zoom » au voisinage du point de bifurcation**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E=210\,10^{9}\,Pa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Modélisation $A$ :

L'interface coupe le domaine en 2 sous-domaines. On impose la solution en déplacement sur chaque sous-domaine, grâce aux conditions de Dirichlet sur les bords :
•sur le bord $LIG2$ : $DX=-1$ et $DY=0$
•sur le bord $LIG4$ : $DX=+1$ et $DY=0$

Il n'y a pas de contact au niveau de l'interface. On s'intéresse juste aux déplacements des 2 blocs, qui peuvent s'interpénétrer.

Les conditions de Dirichlet imposées bloquent aussi les mouvements de corps rigides des 2 sous-domaines.

Modélisations $B$, $C$ et $D$ :

Même chargement que dans la modélisation $A$ .

## 1.4 Solution de référence

Modélisation $A$ :

Par construction, le champ de déplacement est uniforme sur chaque sous-bloc.

•Sur le sous-domaine à droite, on a: $DX=-1$ et $DY=0$
•Sur le sous-domaine à gauche, on a: $DX=+1$ et $DY=0$

Modélisation $B$ :
Même solution analytique que la modélisation $A$

Modélisation $C$ :
Même solution analytique que la modélisation $A$

Modélisation $D$ :
Même solution analytique que la modélisation $A$

## 1.5 Références bibliographiques

1 GENIAUT S., MASSIN P. : eXtended Finite Element Method, Manuel de référence de *Code_Aster*, [R7.02.12]



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Modélisation A

## 2.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de $8\times8$ TRIA6, respectivement suivant les axes $x$ , $y$ . L'interface n'est pas maillée.

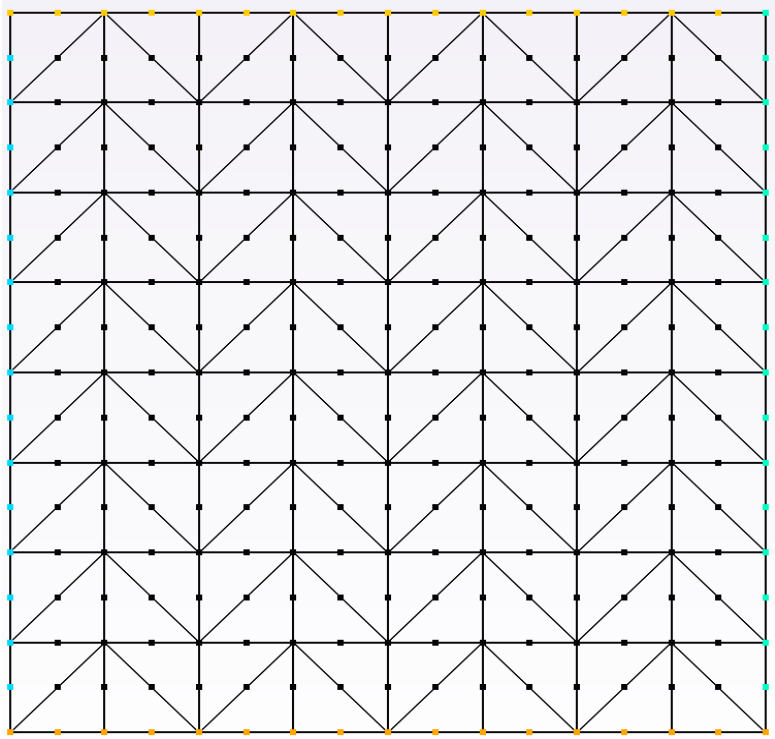


**Figure 2.1-1: Maillage de la plaque (TRI6)**

## 2.2 Grandeurs testées et résultats

La bifurcation se situe le long d'une arête, sur le segment de nœuds sommets $(0,0.5)$ , $(0,0.625)$ et de nœud milieu $(0,0.5625)$ . La bifurcation a lieu précisément au point $(0,0.55)$ et l'interface ne passe pas par le nœud milieu.

On teste alors le déplacement sur le nœud milieu positionné en $(0,0.5625)$ , pour vérifier qu 'il est positionné du « bon » côté de l'interface.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| DEPL_X | | |
| NO_M : H1X | 1,0 | 1E-12% |
| NO_M : DX | 1,0 | 1E-12% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 2.3 Résultats complémentaires

On retrouve la « régularisation » de la bifurcation au voisinage du point de coordonnées $(0,0.55)$ .

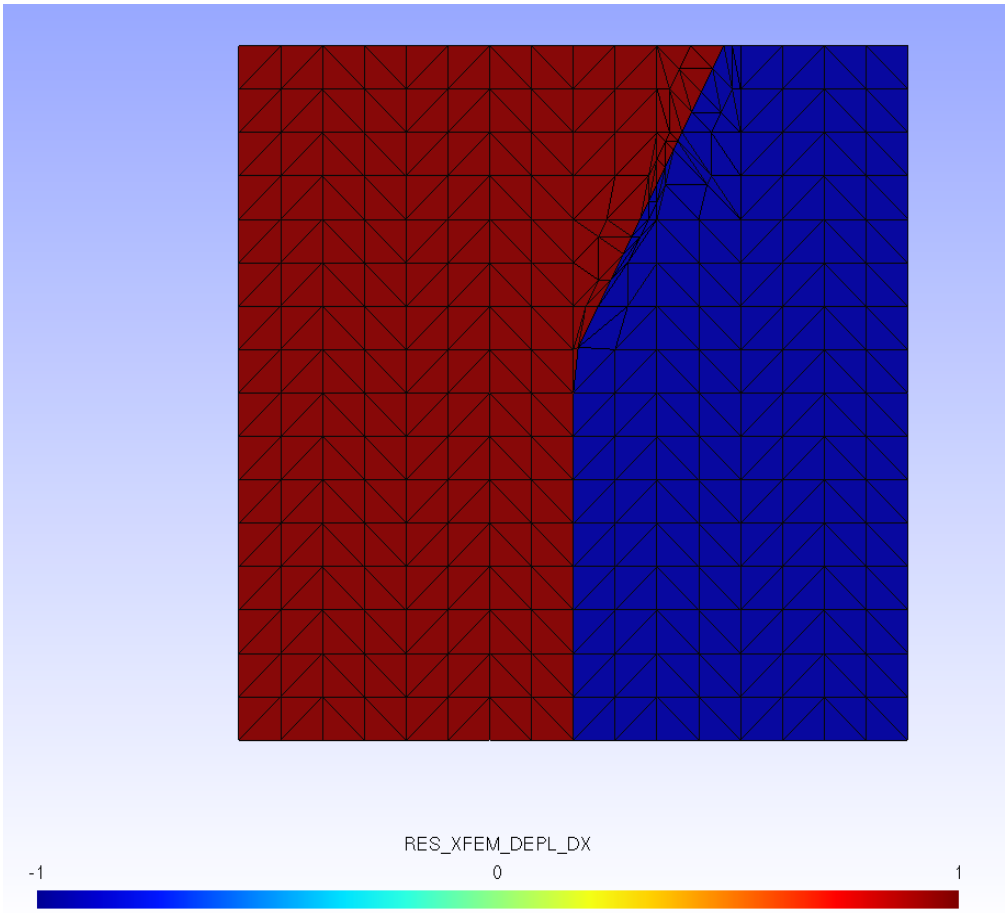



**Figure 2.3-1: Champ de déplacement suivant X pour la bifurcation « avant » le point milieu**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation B

## 3.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de $8\times8$ QUAD8, respectivement suivant les axes $x$ , $y$ . L'interface n'est pas maillée.

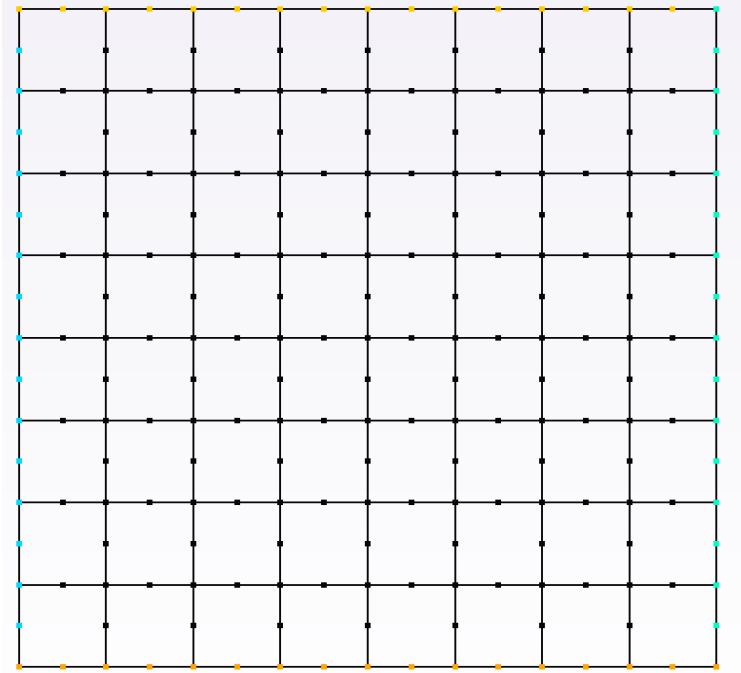


**Figure 3.1-1: Maillage de la plaque f (Quad8)**

## 3.2 Grandeurs testées et résultats

Mêmes grandeurs testées que dans la modélisation $A$ .

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| DEPL_X | | |
| NO_M : H1X | 1,0 | 1E-12% |
| NO_M : DX | 1,0 | 1E-12% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation C

## 4.1 Caractéristiques du maillage

Même maillage que dans la modélisation A.

## 4.2 Grandeurs testées et résultats

La bifurcation se situe le long d'une arête, sur le segment de nœuds sommets $(0,0.5)$, $(0,0.625)$ et de nœud milieu $(0,0.5625)$. La bifurcation a lieu précisément au point $(0,0.6)$ et l'interface ne passe pas par le nœud milieu.

On teste alors le déplacement sur le nœud milieu positionné en $(0,0.5625)$, pour vérifier qu 'il est positionné du « bon » côté de l'interface.

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| DEPL_X | | |
| NO_M : H1X | 1,0 | 1E-12% |
| NO_M : DX | 1,0 | 1E-12% |

## 4.3 Résultats complémentaires

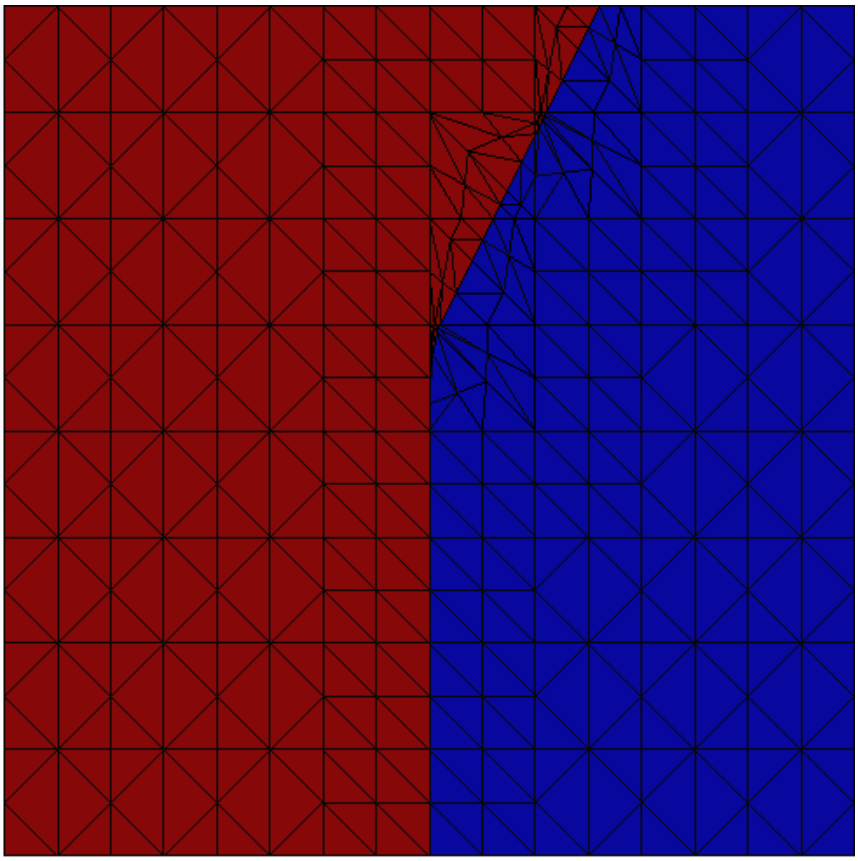


**Figure 4.3-1 : Champ de déplacement suivant X pour la bifurcation « après » le point milieu**



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation D

## 5.1 Caractéristiques du maillage

Même maillage que dans la modélisation B.

## 5.2 Grandeurs testées et résultats

Mêmes grandeurs testées que dans la modélisation $C$ .

| Identification | Référence | Tolérance |
|---|---|---|
| DEPL_X | | |
| NO_M : H1X | 1,0 | 1E-12% |
| NO_M : DX | 1,0 | 1E-12% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Synthèses des résultats

L'objectif de ce test est atteint : valider une configuration de découpe particulière XFEM avec des éléments 2D quadratiques (TRIA6 et QUAD8).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)