Opérateur POST_ERREUR

1 But

Calculer l'erreur relative entre une solution obtenue par un calcul éléments finis et une solution analytique de référence en termes d'une norme donnée, dans le but d'évaluer la convergence des éléments finis.

Les normes actuellement disponibles sont :
- la norme en énergie,
- la norme L^2 du déplacement,
- la norme L^2 de la pression de contact.

Le concept retourné est une table.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 But....1
2 Syntaxe....3
3 Opérandes....4
3.1 Opérandes généraux....4
3.1.1 Mot-clef OPTION....4
3.1.2 Opérande MODELE....4
3.1.3 Opérande GROUP_MA....4
3.2 Opérandes pour OPTION = 'ENER_RELA'....4
3.2.1 Opérande CHAM_GD....5
3.2.2 Opérande CHAM_MATER....5
3.2.3 Opérande DEFORMATION....5
3.2.4 Opérandes SIXX, SIYY, SIZZ, SIXY, SIXZ et SIYZ....5
3.2.5 Exemple....5
3.2.6 Table produite....6
3.3 Opérandes pour OPTION = 'DEPL_RELA'....6
3.3.1 Opérande CHAM_GD....6
3.3.2 Opérandes DX, DY et DZ....6
3.3.3 Exemple....6
3.3.4 Table produite....7
3.4 Opérandes pour OPTION = 'LAGR_RELA'....7
3.4.1 Opérande CHAM_GD....8
3.4.2 Opérande LAGS_C....8
3.4.3 Exemple....8
3.4.4 Table produite....8

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Syntaxe

```
tab [*] = POST_ERREUR  (

      ♦  MODELE    =  mo,                                    [modele]
      ♦  GROUP_MA  =  grma   ,                               [l_grma]
      ♦  OPTION    =  /   'ENER_RELA',
                      /   'DEPL_RELA',
                      /   'LAGR_RELA',

      /  OPTION =            'ENER_RELA' ,
      #  ================================

         ♦  CHAM_GD      =  ch ,                             [cham_elem]
         ♦  CHAM_MATER   =  chmater ,                        [cham_mater]
         ♦  DEFORMATION  =  /  'PETIT',
         ◊  SIXX         = lcmp ,                            [l_formule]
         ◊  SIYY         = lcmp ,                            [l_formule]
         ◊  SIZZ         = lcmp ,                            [l_formule]
         ◊  SIXY         = lcmp ,                            [l_formule]
         ◊  SIXZ         = lcmp ,                            [l_formule]
         ◊  SIYZ         = lcmp ,                            [l_formule]

      /  OPTION =            'DEPL_RELA' ,
      #  ================================

         ♦  CHAM_GD   =  ch ,                                [cham_no]
          ◊ DX        = lcmp ,                               [l_formule]
         ◊  DY        = lcmp ,                               [l_formule]
         ◊  DZ        = lcmp ,                               [l_formule]

      /  OPTION =            'LAGR_RELA' ,
      #  ================================

         ♦  CHAM_GD   =  ch ,                                [cham_no]
          ◊ LAGS_C    = lcmp ,                               [l_formule]

         ),
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Opérandes

3.1 Opérandes généraux

3.1.1 Mot-clef OPTION

Ce mot-clef permet de déterminer le type de norme à utiliser :
- 'ENER_RELA'pour la norme en énergie (FEM et X-FEM).
- 'DEPL_RELA' pour la norme L^2 du déplacement (FEM et X-FEM).
- 'LAGR_RELA' pour la norme L^2 de la pression de contact (FEM uniquement).

Ce mot-clef détermine également le type de champ correspondant au mot-clé CHAM_GD :
- le champ de contraintes aux points de Gauss dans le cas OPTION='ENER_RELA'.
- Le champ de déplacement aux nœuds dans les cas OPTION='DEPL_RELA' et OPTION='LAGR_RELA' .

3.1.2 Opérande MODELE

Nom du modèle sur lequel est calculée l'option. Il doit s'agir du même modèle que celui qui a servi à réaliser le calcul mécanique d'où provient le champ donné par le mot-clé CHAM_GD .

3.1.3 Opérande GROUP_MA

L'opérande GROUP_MA permet de spécifier les groupes de mailles pour lesquels les calculs d'énergie où de normes L^2 seront effectués.

3.2 Opérandes pour OPTION = 'ENER_RELA'

L'option 'ENER_RELA'permet d'estimer l'écart entre le champ de contraintes obtenu par le calcul éléments finis $\boldsymbol{\sigma}_h$ et le champ de contraintes de référence $\boldsymbol{\sigma}$.
Pour chaque groupe de mailles de la liste donnée par l'opérande GROUP_MA , la macro-commande POST_ERREUR calcule :
- L'énergie élastique du champ différence $\boldsymbol{\sigma}_h - \boldsymbol{\sigma}$

$$\frac{1}{2}\int_{\Omega_i}(\boldsymbol{\sigma}_h-\boldsymbol{\sigma}):\boldsymbol{D}^{-1}:(\boldsymbol{\sigma}_h-\boldsymbol{\sigma})\,dV \quad ,$$

où Ω_i est le domaine obtenu en concaténant toutes les mailles du groupe de mailles considéré et $\boldsymbol{D}$ est le tenseur de Hooke.
- L'énergie élastique du champ de contraintes de référence $\boldsymbol{\sigma}$

$$\frac{1}{2}\int_{\Omega_i}\boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{D}^{-1}:\boldsymbol{\sigma}\,dV \quad .$$

Finalement, l'erreur relative en termes de la norme en énergie est obtenue par :

$$e=\sqrt{\frac{\sum_i \frac{1}{2}\int_{\Omega_i}(\boldsymbol{\sigma}_h-\boldsymbol{\sigma}):\boldsymbol{D}^{-1}:(\boldsymbol{\sigma}_h-\boldsymbol{\sigma})\,dV}{\sum_i \frac{1}{2}\int_{\Omega_i}\boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{D}^{-1}:\boldsymbol{\sigma}\,dV}} \quad ,$$

où la somme est prise sur l'ensemble des groupes de mailles.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2.1 Opérande CHAM_GD

Le champ de contraintes σ_h extrait d'un résultat de calcul éléments finis.

3.2.2 Opérande CHAM_MATER

Nom du champ de matériau à utiliser pour les calculs d'énergie. Il est recommandé qu'il s'agisse du même modèle que celui qui a servi à réaliser le calcul mécanique d'où provient le champ donné par le mot-clé CHAM_GD.

3.2.3 Opérande DEFORMATION

Ce mot-clef permet de définir les hypothèses de utilisées pour le calcul des déformations *(cf.* [U4.51.11], §4.5). La seule valeur autorisée est 'PETIT', qui correspond à de petits déplacements et petites déformations.

3.2.4 Opérandes SIXX, SIYY, SIZZ, SIXY, SIXZ et SIYZ

Ces mots-clés permettent de définir les composantes de champ de contraintes de référence σ sous la forme d'objets formule. Ces opérandes sont optionnelles car toutes les composantes qui ne sont pas précisées sont mises à zéro.

La valeur de chaque mot-clef est une liste de formules à mettre en correspondance avec la liste de groupes de mailles spécifiée par l'opérande GROUP_MA .

Une source d'erreur fréquente est de ne pas renseigner SIZZ pour un problème plan, en oubliant que, dans le cas général (*i.e.* Coefficient de Poisson non nul), la composante σ_{zz} du tenseur des contraintes σ n'est nulle que dans le cas des contraintes planes (C_PLAN).

3.2.5 Exemple

Calcul de l'erreur en termes de la norme en énergie pour une ouverture de fissure en pur mode I, pour un problème plan. Il est noter que la composante σ_{zz} est nulle pour ce problème et n'est donc pas spécifiée.

```
# extraction du champ de contraintes de la structure de données résultat
Scal=CREA_CHAMP(OPERATION='EXTR',
                TYPE_CHAM='ELGA_SIEF_R',
                RESULTAT=UTOT,
                NOM_CHAM='SIEF_ELGA',
                NUME_ORDRE=1)

# calcul de l'erreur en termes de la norme en énergie
tabNRJ=POST_ERREUR(OPTION='ENER_RELA',
                   CHAM_GD=Scal,
                   MODELE=MODELK,
                   DEFORMATION='PETIT',
                   CHAM_MATER=CHMA,
                   GROUP_MA='SURF',
                   SIXX=SXX,
                   SIYY=SYY,
                   SIXY=SXY,
                   )
)
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2.6 Table produite

La table produite contient, pour chaque maille du groupe de maille, l'énergie du champ différence $\sigma_h - \sigma$ et l'énergie du champ référence σ . Elle contient aussi la somme sur tous les groupes de mailles de l'énergie du champ différence $\sigma_h - \sigma$, la somme sur tous les groupes de mailles de l'énergie du champ référence σ et l'erreur relative en termes de la norme en énergie.

GROUP_MA	DIFFERENCE	REFERENCE	ERREUR RELATIVE
SURF	1.53608E-09	3.50518E-06	-
TOTAL	1.53608E-09	3.50518E-06	2.09340E-02

3.3 Opérandes pour OPTION = 'DEPL_RELA'

L'option 'DEPL_RELA'permet d'estimer l'écart entre le champ de déplacement obtenu par le calcul éléments finis u_h et le champ de déplacement de référence u .
Pour chaque groupe de mailles de la liste donnée par l'opérande GROUP_MA , la macro-commande POST_ERREUR calcule :

- La norme L^2 du champ différence $u_h - u$

$$\sqrt{\int_{\Omega_i} \|u_h - u\|^2 dV} \quad ,$$

où Ω_i est le domaine obtenu en concaténant toutes les mailles du groupe de mailles considéré.

- La norme L^2 du champ de déplacement de référence u

$$\sqrt{\int_{\Omega_i} \|u\|^2 dV} \quad .$$

Finalement, l'erreur relative en termes de la norme L^2 du déplacement est obtenue par :

$$e = \sqrt{\frac{\sum_i \int_{\Omega_i} \|u_h - u\|^2 dV}{\sum_i \int_{\Omega_i} \|u\|^2 dV}} \quad ,$$

où la somme est prise sur l'ensemble des groupes de mailles.

3.3.1 Opérande CHAM_GD

Le champ de déplacement u_h extrait d'un résultat de calcul éléments finis.

3.3.2 Opérandes DX, DY et DZ

Ces mots-clés permettent de définir les composantes de champ de déplacement de référence u sous la forme d'objets formule. Ces opérandes sont optionnelles car toutes les composantes qui ne sont pas précisées sont mises à zéro.

La valeur de chaque mot-clef est une liste de formules à mettre en correspondance avec la liste de groupes de mailles spécifiée par l'opérande GROUP_MA .

3.3.3 Exemple

Calcul de l'erreur en termes de la norme L^2 du déplacement pour une ouverture de fissure en pur mode I, pour un problème plan.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

```
# extraction du champ de déplacements de la structure de données résultat
Ucal=CREA_CHAMP(OPERATION='EXTR',
                TYPE_CHAM='NOEU_DEPL_R',
                RESULTAT=UTOT,
                NOM_CHAM='DEPL',
                NUME_ORDRE=1)

# calcul de l'erreur en termes de la norme L2 du déplacement
tabL2=POST_ERREUR(OPTION='DEPL_RELA',
                  CHAM_GD=Ucal,
                  MODELE=MODELK,
                  GROUP_MA='SURF',
                  DX=U1,
                  DY=U2)
```

3.3.4 Table produite

La table produite contient, pour chaque maille du groupe de maille, la norme L^2 du champ différence $\boldsymbol{u}_h - \boldsymbol{u}$ et la norme L^2 du champ référence $\boldsymbol{u}$. Elle contient aussi la somme sur tous les groupes de mailles de la norme L^2 du champ différence $\boldsymbol{u}_h - \boldsymbol{u}$, la somme sur tous les groupes de mailles de a norme L^2 du champ référence $\boldsymbol{u}$ et l'erreur relative en termes de la norme L^2 du déplacement.

GROUP_MA	DIFFERENCE	REFERENCE	ERREUR RELATIVE
SURF	1.14688E-09	7.60569E-06	-
TOTAL	1.14688E-09	7.60569E-06	1.50793E-04

3.4 Opérandes pour OPTION = 'LAGR_RELA'

L'option 'DEPL_RELA'permet d'estimer l'écart entre la pression de contact obtenu par le calcul éléments finis $\overline{\lambda}_h$ et le champ de pression de référence λ .
Pour chaque groupe de mailles de la liste donnée par l'opérande GROUP_MA , la macro-commande POST_ERREUR calcule :

- La norme L^2 du champ différence $\lambda_h - \lambda$

$$\sqrt{\int_{\Gamma_i} (\lambda_h - \lambda)^2 dS} \quad ,$$

où Γ_i est le domaine obtenu en concaténant toutes les mailles du groupe de mailles considéré.

- La norme L^2 du champ de déplacement de référence λ

$$\sqrt{\int_{\Gamma_i} \lambda^2 dS} \quad .$$

Finalement, l'erreur relative en termes de la norme L^2 de la pression de contact est obtenue par :

$$e = \sqrt{\frac{\sum_i \int_{\Gamma_i} (\lambda_h - \lambda)^2 dS}{\sum_i \int_{\Gamma_i} \lambda^2 dS}} \quad ,$$

où la somme est prise sur l'ensemble des groupes de mailles.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4.1 Opérande CHAM_GD

Le champ de pression de contact λ_h extrait d'un résultat de calcul éléments finis.

3.4.2 Opérande LAGS_C

Ce mot-clé permet de définir la pression de contact de référence λ sous la forme d'un objet formule.

La valeur du mot-clef est une liste de formules à mettre en correspondance avec la liste de groupes de mailles spécifiée par l'opérande GROUP_MA .

3.4.3 Exemple

Calcul de l'erreur en termes de la norme L^2 de la pression pour le cas de l'inclusion de deux couronnes.

```
# définition de la pression de contact analytique
PRES=FORMULE(NOM_PARA=('X','Y'),VALE='-pres_cont*EXP(0.1)')

# extraction du champ de déplacements de la structure de données résultat
Ucal=CREA_CHAMP(OPERATION='EXTR',
                TYPE_CHAM='NOEU_DEPL_R',
                RESULTAT=RESU1,
                NOM_CHAM='DEPL',
                NUME_ORDRE=1)

# calcul de l'erreur en termes de la norme L2 de la pression de contact
tabL2=POST_ERREUR(OPTION='LAGR_RELA',
                  CHAM_GD=Ucal,
                  MODELE=MO,
                  GROUP_MA='S2R2',
                  LAGS_C=PRES)
```

3.4.4 Table produite

La table produite contient, pour chaque maille du groupe de maille, la norme L^2 du champ différence $\lambda_h-\lambda$ et la norme L^2 du champ référence λ . Elle contient aussi la somme sur tous les groupes de mailles de la norme L^2 du champ différence $\lambda_h-\lambda$, la somme sur tous les groupes de mailles de a norme L^2 du champ référence λ et l'erreur relative en termes de la norme L^2 de la pression de contact.

GROUP_MA	DIFFERENCE	REFERENCE	ERREUR RELATIVE
S2R2	1.24905E+03	1.79688E+05	-
TOTAL	1.24905E+03	1.79688E+05	6.95124E-03

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)