Conseils généraux d'utilisation de l'opérateur DYNA_NON_LINE

Résumé :
Ce document présente l'utilisation de méthodes de résolution transitoires (implicites ou explicites) pour la simulation numérique de problèmes dynamiques non linéaires sur base physique.
L'opérateur généraliste de référence pour ce type de calculs se nomme DYNA_NON_LINE et son usage correct sera facilité par le respect de quelques règles de bonne pratique décrites dans ce document.
Ces conseils d'utilisation couvrent :

- la définition correcte du modèle au sens dynamique (dont les conditions initiales et aux limites),
- la définition de la discrétisation dont le choix du schéma en temps ([R5.05.05], voir bibliographie),
- le choix des modèles d'amortissement,
- quelques conseils de post-traitement.

Étant donnée la grande diversité des problèmes non linéaires, l'utilisateur pourra très utilement compléter sa lecture avec d'autres références plus spécifiques :

- U2.06.03 : sur l'amortissement,
- U2.06.05 : pour l'interaction sol-structure (linéaire et non-linéaire),
- U2.06.09 : pour le mono et multi-appuis en calcul sismique,
- U2.06.10 : sur les spécificités des études de type génie civil sous chargement sismique,
- U2.06.11 : pour l'utilisation de modèles fluide-structures couplés avec DYNA_NON_LINE,
- U2.04.07 : usage de DYNA_NON_LINE pour résoudre des problèmes en évolution lente mais fortement non linéaires et qui ont du mal à converger avec STAT_NON_LINE (voir bibliographie),
- U2.06.32 : pour les machines tournantes.

La lecture de la documentation U2.04.01, qui donne des conseils d'utilisation pour l'opérateur STAT_NON_LINE, est aussi fortement recommandée car va surtout approfondir ici les spécificités liées à la dynamique. Tous les aspects communs à STAT_NON_LINE et DYNA_NON_LINE et qui sont détaillés dans la documentation U2.04.01, comme le choix des paramètres de l'algorithme de Newton, restent valables en dynamiques et ne sont donc pas repris ici.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Introduction....3
2 Définition d'un problème adapté à la dynamique transitoire....4
2.1 Modèle....4
2.2 Conditions aux limites....5
2.2.1 Mono-appui....5
2.2.2 Multi-appuis....6
2.2.3 Contact....6
2.3 Conditions initiales....7
3 Discrétisation du problème continu....8
3.1 Maillage....8
3.2 Schéma en temps (R5.05.05)....9
3.3 Modèles d'amortissement....11
3.3.1 Amortissement structural....12
3.3.1.1 Amortissement modal....12
3.3.1.2 Amortissement de Rayleigh....12
3.3.2 Amortissement dû au schéma en temps....15
3.4 Modification de la matrice de masse....18
3.5 Instabilité et analyse modale réactualisée....19
3.6 Archivage et post-traitement....20
3.7 Bilan énergétique....20
3.8 Fonctionnalités disponibles dans STAT_NON_LINE et pas dans DYNA_NON_LINE....20
4 Spécificités des problèmes fluide-structure couplés....22
5 Optimisation des performances....22
6 Bibliographie....24

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

Afin d'avoir une évaluation la plus fine possible de la réponse d'un système mécanique à un ensemble de sollicitations donné, il peut s'avérer indispensable de tenir compte des non-linéarités et des phénomènes dynamiques.

Habituellement, on peut distinguer deux évolutions des méthodes numériques pour aboutir à cela :

- d'une part les calculs dynamiques linéaires classiques (souvent sur base modale) sont remis en cause par l'apparition possible de non-linéarités (matériau, contact/frottement ou grandes transformations) qui nécessitent l'emploi de l'opérateur DYNA_NON_LINE (l'opérateur DYNA_VIBRA en transitoire sur base modale n'accepte que des non-linéarités locales, par exemple de type nœuds de chocs),
- d'autre part, on peut se poser la question de la validité et des limites d'applications des approches quasi-statiques non linéaires (opérateur STAT_NON_LINE), lorsque l'évolution de la solution peut être soumise à des phénomènes transitoires dont l'échelle de temps devient petite par rapport aux caractéristiques propres de la structure.

Dans le premier cas, l'utilisateur part donc d'un modèle pertinent pour la dynamique linéaire et qu'il faut enrichir correctement pour la prise en compte des non-linéarités.

Dans le deuxième cas, c'est un peu l'inverse : l'utilisateur part d'un modèle pertinent en non-linéaire quasi-statique et qu'il convient d'adapter à la dynamique.

Cette documentation va tenter de guider les utilisateurs qui sont potentiellement confrontés à ces deux situations.

Étant donné la très grande variété des problèmes susceptibles d'être abordée, les règles proposées ici sont forcément assez générales et il est fortement probable que des aménagements au cas par cas pour des problèmes spécifiques soient indispensables. Il est totalement illusoire de penser que même en respectant toutes les spécifications de ce document, le calcul non linéaire se déroulera sans aucune surprise… Le travail d'expertise reste incontournable !

En préalable à la lecture de cette documentation il est fortement recommandée d'avoir lu les documentations de référence des opérateur STAT_NON_LINE et DYNA_NON_LINE : [R5.03.01] et [R5.05.05]. En effet, les aspects théoriques seront ici peu détaillés car ils sont déjà abordés dans ces deux documents de référence.

Cette documentation est complétée par d'autres références plus spécifiques :

1. U2.06.03 : sur l'amortissement,
2. U2.06.05 : pour l'interaction sol-structure (linéaire et non-linéaire),
3. U2.06.09 : pour le mono et multi-appuis en calcul sismique,
4. U2.06.10 : sur les spécificités des études de type génie civil sous chargement sismique,
5. U2.06.11 : pour l'utilisation de modèles fluide-structures couplés avec DYNA_NON_LINE,
6. U2.04.07 : usage de DYNA_NON_LINE pour résoudre des problèmes en évolution lente mais fortement non linéaires et qui ont du mal à converger avec STAT_NON_LINE (voir bibliographie),
7. U2.06.32 : pour les machines tournantes.

La lecture de la documentation U2.04.01, qui donne des conseils d'utilisation pour l'opérateur STAT_NON_LINE, est aussi fortement recommandée car va surtout approfondir ici les spécificités liées à la dynamique. Tous les aspects communs à STAT_NON_LINE et DYNA_NON_LINE et qui sont détaillés dans la documentation U2.04.01, comme le choix des paramètres de l'algorithme de Newton, restent valables en dynamiques et ne sont donc pas repris ici.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Définition d'un problème adapté à la dynamique transitoire

Dans ce chapitre, nous allons proposer des conseils pour la mise au point de la modélisation d'un problème de mécanique dont on souhaite faire la simulation numérique transitoire (non-linéaire) avec *Code_Aster*. Le chapitre suivant traitera de la discrétisation en espace et en temps, alors que dans ce chapitre seul le modèle continu sera abordé.

2.1 Modèle

La première étape est la définition d'un modèle cohérent avec l'hypothèse d'évolution transitoire.

Ainsi, tout système mécanique ne devant pas avoir de mode à énergie cinétique nulle, il convient de s'assurer que la masse volumique est définie en tout point du modèle continu. De même, si l'on veut introduire des éléments discrets pour simuler des corps solides, il faut leur associer une masse.

De même, pour les éléments finis de type coques ou plaques, l'utilisateur peut avoir à s'assurer que tous les degrés de liberté, en particulier les rotations, ont un terme de masse associé. Pour vérifier cette condition, on conseille de spécifier l'option `INER_ROTA='OUI'` lors de l'appel à `AFFE_CARA_ELEM` pour tous les modèles `COQUE`.

Certaines modélisations n'ayant pas de masse (ce calcul n'a pas été programmé) ne peuvent être utilisées directement avec `DYNA_NON_LINE`, comme la THM, les modèles non locaux … Cette difficulté peut être contournée en leur superposant un modèle classique permettant de représenter l'énergie cinétique (masse) : les deux modèles s'appuyant sur les mêmes nœuds.

L'usage de certains artifices courants en quasi-statiques, comme des zones très raides (matériau fictif ayant un très grand module de Young) pour tenir compte de renforts que l'on ne souhaite pas représenter finement géométriquement, par exemple, peut engendrer des perturbations en dynamique. En effet, ce matériau très raide peut générer des oscillations hautes fréquences et des propagations d'ondes dont la célérité est non physique. De plus, avec un schéma en temps explicite, ces zones très raides risquent de faire chuter la valeur du pas de temps critique (condition CFL, *cf.* [R5.05.05]).

En plus de la contribution inertielle, le système aura une contribution dissipative, donc amortissante. En non linéaire, de la dissipation peut être due à la relation de comportement (plasticité…), au frottement dans les liaisons …

Habituellement, la méconnaissance détaillée de tous les mécanismes dissipatifs dans le système est compensée par une représentation simplifiée qui permet de définir un amortissement global. Dans *Code_Aster*, on dispose de deux modèles d'amortissement visqueux globaux (que l'on peut coupler à des amortisseurs discrets type dashpot) : le modèle de Rayleigh et l'amortissement modal.

En pratique, dans les deux cas, il est indispensable d'avoir effectué un calcul modal préalable. En effet, l'amortissement modal est défini sur les modes qui sont alors des arguments de `DYNA_NON_LINE`. Pour l'amortissement de Rayleigh, la seule manière d'appréhender simplement son sens physique, c'est de le recaler sur des valeurs d'amortissement modal (qui peuvent venir de résultats expérimentaux). Nous reviendrons plus en détail sur l'amortissement de Rayleigh dans le chapitre suivant sur la discrétisation.

D'une manière générale, il faut garder à l'esprit que tous les modèles d'amortissement global ont été crées pour les cas linéaires et qu'ils servent alors à prendre en compte certains phénomènes dissipatifs comme le frottement ou des liaisons imparfaites. Donc, si on rajoute au modèle la prise en compte de ces non-linéarités, alors qu'on garde les valeurs d'amortissement global recalées sur une approche linéaire, cela peut conduire à avoir trop de dissipation dans le système non linéaire.

Idéalement, la prise en compte de toutes les non-linéarités, associée à une discrétisation fine du système, devrait permettre de ne pas avoir à utiliser en plus un amortissement global forfaitaire. Dans la réalité, on est obligé de négliger certains aspects non-linéaires pour des raisons de coût CPU et/ou de méconnaissance sur les mécanismes mis en œuvre, et dans ce cas, l'amortissement global a son rôle à jouer. La documentation [U2.06.03] présente plus en détails son usage.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Conditions aux limites

En quasi-statique, il est courant d'imposer des conditions aux limites dont les évolutions en temps sont des fonctions simples à définir, comme des rampes ou des fonctions continues affines par morceaux.

En dynamique, si l'on veut éviter les oscillations parasites de la solution, il faut absolument imposer des quantités suffisamment régulières en temps : donc au moins continûment dérivables, ou mieux C^2. Pour arriver à cela simplement, on peut choisir de se définir des fonctions du temps polynomiales à la place des fonctions affines. D'éventuelles irrégularités dans les chargements imposés peuvent être partiellement compensées par l'utilisation d'un modèle d'amortissement adapté (en particulier grâce à un schéma d'intégration en temps de type HHT, voir bibliographie). Néanmoins, des oscillations excessives en non linéaire peuvent compromettre irrémédiablement la suite des calculs car la solution (dont les variables internes) dépend de son historique.

Sur le schéma ci-dessous on montre une régularisation possible d'un courbe affine (en pointillés) par une courbe adaptée au calcul dynamique. On peut noter la nécessité, sur cet exemple, de devoir faire commencer l'évolution dynamique en un temps négatif, si l'on veut garder des valeurs comparables pour les instants positifs (en dehors des zones de régularisation).

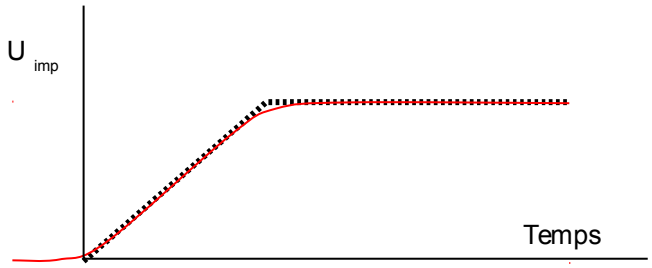


Figure 2.2-a : lissage d'une évolution imposée pour l'adapter à un calcul transitoire.

Dans tous les cas où l'on peut calculer le spectre des signaux imposés, la règle de Shannon pour définir l'échantillonnage n'est pas assez stricte pour les calculs non-linéaires. En pratique, on conseille d'avoir entre 4 et 10 pas de temps sur la période la plus courte de tous les signaux imposés.

Toute discrétisation insuffisante en temps risque de se traduire par des sur-oscillations hautes fréquences de la solution. Il existe alors un palliatif à cela en choisissant certains schémas en temps, mais au risque d'introduire trop d'amortissement dans le système.

2.2.1 Mono-appui

Les chargements de type mono-appui, qui sont couramment employés lors des calculs sismiques, se caractérisent par des particularités qu'il convient de rappeler ici.
Tout d'abord, la résolution, selon l'hypothèse mono-appui, se fait nativement dans le repère relatif lié au radier. En post-traitement, il faut donc recombiner avec le mouvement d'entraînement pour obtenir les champs cinématiques absolu. Pour l'accélération, c'est en général immédiat car l'accélération d'entraînement est la donnée d'entrée connue sous la forme des accélérogrammes employés.
En revanche, pour reconstruire le déplacement absolu, il faut disposer du déplacement d'entraînement. Dans le cas classique où l'on ne dispose que d'accélérogrammes, on est obligé d'intégrer deux fois en temps pour calculer le déplacement correspondant (cette intégration peut se faire avec l'opérateur CALC_FONCTION, mot-clé INTEGRE, *cf.* documentation [U4.32.04]). L'utilisateur doit alors être très attentif aux problèmes de l'intégration numérique de signaux échantillonnés tels des constantes d'intégration qui peuvent induire de la dérive ou des oscillations à très basse fréquence. L'opérateur CALC_FONCTION dispose d'options pour corriger ces dérives (mot-clé CORR_DEP et CORR_ACCE), mais on recommande très fortement de bien contrôler la qualité du résultat intégré final car, dans certains cas, ces corrections sont insuffisantes, y compris la correction par filtrage passe-haut de CALC_FONCTION (avec CORR_ACCE, METHODE = 'FILTRAGE'). Une correction spécifique complémentaire est alors indispensable. Le passage par la FFT pour faire l'intégration en fréquence peut alors constituer une bonne alternative permettant d'aboutir à des

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

signaux intégrés plus corrects ou au moins plus faciles à corriger (juste un décalage d'une constante, par exemple, mais sans dérive).

2.2.2 Multi-appuis

Parmi les types de chargements qui peuvent demander une adaptation à DYNA_NON_LINE, on peut évoquer le cas du multi-appuis (en accélération imposée) pour les études sismiques.

Cette méthode, originellement développée pour les calculs transitoires linéaires, repose sur la définition de modes statiques aux appuis. En non-linéaire, tant que ses modes restent pertinents, c'est-à-dire que les non-linéarités sont suffisamment faibles pour ne pas demander leur réactualisation, l'approche multi-appuis classique reste valide.

En revanche, dans le cas général, on peut remettre en cause l'utilisation de mode statiques calculés initialement. Dans ce cas, pour éviter leur usage, la sollicitation multi-appuis peut être prise en compte en imposant aux appuis les déplacements correspondants à l'intégration des accélérogrammes qui sont des données d'entrée de la méthode multi-appuis linéaire.

La méthode est alors rigoureuse, quel que soit le type de non-linéarité, mais l'intégration des accélérogrammes doit être menée avec précaution, pour ne pas aboutir à des signaux incorrects.
En dehors de l'échantillonnage, il est indispensable, entre autres, de vérifier l'absence de dérive du signal (une correction peut être faire avec l'option CORR_ACCE de CALC_FONCTION). Dans *Code_Aster*, on peut effectuer cette intégration facilement en se servant de la FFT qui est disponible dans CALC_FONCTION. C'est aussi l'occasion d'analyser le contenu fréquentiel du signal. On a alors la relation, dans le domaine fréquentiel : $U = -A/\omega^2$.

On peut aussi se servir de l'option INTEGRE de CALC_FONCTION. Pour plus d'informations sur la mise en œuvre des sollicitations de type mono ou multi-appuis, la lecture de la documentation [U2.06.09] est toute indiquée.

2.2.3 Contact

Pour finir, les chargements issus du contact par pénalisation peuvent aussi perturber la solution par des oscillations hautes fréquences, qui sont liées à la valeur du coefficient de pénalisation. De même, si l'on veut utiliser un algorithme en temps explicite, un coefficient de pénalisation trop grand va entraîner une chute du pas de temps critique. Comparé à la statique, il peut s'avérer obligatoire de baisser le coefficient de pénalisation, avec l'inconvénient d'augmenter l'interpénétration lors du contact.

Remarque importante pour les schémas en temps explicites :

si l'on impose des conditions aux limites en déplacement qui évoluent au cours du temps, il faut tenir compte du fait que ces conditions sont en fait imposées en accélération en explicite (car c'est l'inconnue primale). Cela signifie que l'on doit entrer dans DYNA_NON_LINE la dérivée seconde du signal en déplacement que l'on veut imposer. Cette évolution du déplacement imposé doit donc être dérivable au moins deux fois en temps…

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Conditions initiales

Dans la même logique que pour les conditions aux limites, on recommande d'éviter les conditions initiales singulières, comme ce que peuvent générer des chargements imposés ayant des évolutions en temps de type Dirac ou Heaviside.

On privilégiera les conditions régulières donc avec des dérivées (première et si possible seconde) en temps en t_0 nulles.

Si l'on veut partir d'un état précontraint (non vierge), il est tout à fait possible et recommandé d'enchaîner un calcul dynamique à un calcul quasi-statique. Dans ce cas, l'état initial est alors parfaitement équilibré et, sous réserve de régularité dans les conditions imposées au moment de la bascule, la solution transitoire ne devra pas présenter d'oscillations non physiques. Cette méthode d'enchaînement quasi-statique-dynamique permet la pris en compte aisée de toutes les précharges, comme la pesanteur. Si l'on avait voulu prendre en compte cet état initial précontraint avec uniquement une résolution dynamique, il aurait fallu introduire un fort amortissement initial et attendre que les oscillations se soient dissipées pour avoir l'état statique précontraint. Ensuite, on peut continuer le calcul avec l'amortissement physique. On est obligé de procéder ainsi lorsqu'on utilise un code de calcul qui ne traite pas la quasi-statique non-linéaire (*cf.* EUROPLEXUS, voir bibliographie).

Lors de l'initialisation du schéma d'intégration pour le calcul transitoire non linéaire, on cherche donc à inverser la matrice de masse. Si elle est singulière, alors un message avertit l'utilisateur et on met arbitrairement l'accélération initiale à zéro. D'une manière générale la non-inversibilité de la matrice de masse doit amener l'utilisateur à vérifier son modèle, sauf si c'est volontaire.

Lors de poursuites, deux aspects sont sensibles.

D'une part, il vaut mieux éviter d'avoir de trop brusques variations de pas de temps : la cohérence de la solution au passage de la poursuite en serait affectée. Un fort changement de pas de temps peut être vu comme un filtre. Un grand pas de temps constitue un filtre passe-bas d'une solution initialement calculée avec un pas fin.

D'autre part, si l'on veut changer de type de schéma en temps, certaines règles sont à respecter. Si l'on veut passer d'une méthode implicite (quasi-statique ou dynamique) à un schéma explicite, la poursuite sera mathématiquement valide car l'état initial sera équilibré (au résidu près). En revanche, la bascule inverse directe introduit une erreur car l'état initial, venant d'un calcul explicite, ne respectera pas l'équilibre au sens implicite. En effet, cet opérateur va chercher à revérifier l'équilibre : on résout l'équilibre en inversant la matrice de masse, ce qui donne l'accélération initiale. Si ce champ est non nul, cela traduit la non-vérification, au sens statique, de l'équilibre, à l'instant initial. En pratique, cette imprécision peut engendrer des oscillations de la solution. D'une manière plus subtile, la bascule du θ -schéma vers un schéma du second ordre comme l'accélération moyenne ou HHT complet va introduire une petite erreur sur les termes d'accélération, ce qui peut perturber la solution numérique. Si, malgré tout, on veut faire ces bascules qui induisent des erreurs, on peut minimiser les imprécisions en choisissant de faire ces bascules lors de phases où la solution évolue peu.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Discrétisation du problème continu

En complément des conseils précédemment donnés pour le modèle continu, ce chapitre va lister les aspects les plus importants à respecter pour obtenir un modèle discrétisé adapté à DYNA_NON_LINE.

3.1 Maillage

Comme préalable au calcul transitoire, il est fortement recommandé de mener un calcul modal (par exemple avec CALC_MODES), afin d'obtenir des informations modales qui vont permettre de qualifier la qualité du modèle en dynamique et d'ajuster certains paramètres. L'objectif n'étant pas de rentrer dans les détails de l'analyse modale, on peut néanmoins rappeler quelques règles.

En général, on peut se définir une fréquence de coupure pour le problème à étudier, et donc une troncature modale associée. La bonne représentation de tous les modes de cette base tronquée peut donner des indications sur les tailles de mailles à employer, en plus des considérations déjà prises en compte pour les calculs quasi-statiques. En gros, une dizaine de mailles par longueur d'onde la plus petite est suffisante (à ajuster suivant la richesse des éléments, bien sûr).

L'analyse modale va aussi permettre de vérifier que le modèle est exempt de problèmes comme des contributions non définies à l'inertie ou à la raideur.

Enfin, elle est indispensable pour l'utilisation de l'amortissement modal dans DYNA_NON_LINE ou pour recaler l'amortissement de Rayleigh, comme on va le voir dans ce qui suit (*cf.* § 3.3).

D'une manière bien plus marquée que pour les calcul quasi-statiques, la résolution dynamique s'accommodera assez mal de maillages présentant de brutales variations de tailles d'éléments. En effet, ces zones peuvent s'assimiler à des interfaces qui vont perturber la propagation des ondes. On peut alors voir apparaître des ondes réfléchies qui se superposent aux trains d'ondes « physiques ». De même, si l'on veut une bonne représentation des ondes, le maillage doit être fin sur tout le trajet des ondes : on ne peut se contenter de raffiner que dans certaines zones non-linéaires. Si une onde part d'une zone maillée finement pour aller vers une zone maillée plus grossièrement, elle va subir un filtre et l'onde réfléchie par le bord opposé risque d'être fortement perturbée, voire de disparaître. Si l'on ne s'intéresse qu'à des durées courtes, donc avant tout retour d'onde sur la zone maillée finement, alors cette erreur sur l'onde réfléchie n'est pas pénalisante. En revanche, si l'on veut calculer des solutions sur des durées plus longues, l'erreur commise pourra être non négligeable.

Enfin, contrairement au cas quasi-statique, le temps a un sens physique et les échelles de temps que l'on veut analyser sont fortement couplées aux échelles en espace du problème discrétisé. Ainsi, le pas de temps est lié à la taille de maille, ce que l'on peut percevoir immédiatement avec la notion de condition CFL pour les schémas explicites.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Schéma en temps (R5.05.05)

Le temps ayant un sens physique en dynamique, la qualité de sa discrétisation en est d'autant plus sensible.

On peut énoncer quelques règles :

- l'évolution des chargements imposés doit être échantillonnée de manière suffisamment fine (entre 5 à 10 pas de temps par période la plus courte des signaux considérés),
- le comportement modal de la structure doit être bien représenté (comme ci-dessus, on doit avoir entre 5 et 10 pas de temps par période la plus faible des modes considérés).

Étant donné le caractère basse fréquence, au mieux moyenne fréquence, de la plupart des problèmes que l'on peut aborder ici, ces deux règles ne sont, en général, pas très pénalisantes.

En explicite, il faut en plus respecter la condition de Courant (CFL *cf.* [R5.05.05] et bibliographie) sous peine de divergence numérique (« explosion » de l'énergie cinétique). Pour un schéma d'intégration de type différences centrées, le pas de temps critique vaut $2/\omega$ avec ω qui est la plus haute pulsation propre du système.

On peut calculer cette pulsation avec CALC_MODES en choisissant l'option 'PLUS_GRANDE' (ou avec l'option 'PLUS_PETITE' en inversant les rôles de la matrice de masse et de raideur).

Pour le schéma de Tchamwa-Wielgosz (voir bibliographie), le pas de temps critique est légèrement plus faible et décroît quand on augmente l'amortissement lié au schéma (paramètre PHI).
La condition de Courant peut aussi être approchée, tout au moins sur des modèles massifs, par $\Delta t = l_{min}/c$ avec l_{min} qui est la plus petite longueur du modèle discret et c la célérité des ondes de traction au point considéré. L'opérateur DYNA_NON_LINE se sert de cette formule pour donner une approximation de la condition de Courant. Il existe cependant certaines limitations :

1. on ne sait pas calculer automatiquement la condition de Courant associée à la présence de ressorts discrets (ce n'est pas programmé),
2. on ne corrige pas la formule pour les éléments de structures (coques, plaques et poutres).

Il peut donc exister des cas où la valeur renvoyée par *Code_Aster* n'est pas un minorant de la vraie condition de Courant. Donc, en cas de divergence, il convient de diminuer le pas de temps.

De plus, le calcul de la condition de Courant n'est pas réactualisé et ne se fait qu'au début du calcul, se basant sur la célérité des ondes élastiques pour l'état initial. Si le module élastique baisse (endommagement), la condition de Courant initiale peut devenir trop sévère. Il n'y a pas de risque de divergence (sauf pour des matériaux dont le module élastique pourrait augmenter), mais le temps CPU pourrait être un peu diminué en réactualisant la condition de Courant (comme c'est fait dans les codes dédiés à la dynamique rapide, voir bibliographie).

Pour la plupart des structures, la condition de Courant est très pénalisante : la célérité des ondes étant souvent de l'ordre de quelques milliers de m/s, on arrive à des pas de temps de moins de $10^{-5} s$, pour des tailles de structures habituelles.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On peut classer les schémas implicites en trois catégories (on met de côté, volontairement, les schémas d'ordre 1 et / ou en vitesse qui sont plus spécifiquement adaptés aux problèmes très irréguliers) :

- accélération moyenne (NEWMARK) d'ordre 2 et qui n'apporte pas de dissipation numérique : à utiliser en premier,
- θ -schéma (THETA_SCHEMA) qui est d'ordre 1 et dissipatif : on le recommande pour les problèmes irréguliers comme les chocs,
- HHT complet (MODI_EQUI = 'OUI') qui reste d'ordre 2, contrairement au cas de l'accélération moyenne modifiée (MODI_EQUI = 'NON', option par défaut). Ce schéma est spécifiquement développé pour introduire un amortissement numérique haute fréquence et donc ne pas perturber la réponse physique basse fréquence. L'amortissement est directement piloté par le paramètre ALPHA du schéma.

Si l'on observe des oscillations hautes fréquences dans la solution numérique (en gros, des oscillations dont la période est de l'ordre de quelques pas de temps), on peut choisir le schéma HHT complet, pour commencer avec une valeur de l'ordre de $-0,1$ pour le paramètre ALPHA. Une valeur de $-0,3$ constitue une limite haute encore utilisable. Il est fortement recommandé de mener une étude paramétrique sur la valeur du paramètre ALPHA afin de choisir la valeur la plus proche de zéro qui permet d'obtenir une solution correcte sans sur-amortissement numérique.
On se reportera au paragraphe § 5.4 de [R5.05.05] et à Figure 3.3.2-a .

Si l'on désire plus d'amortissement en moyenne fréquence, alors le schéma d'accélération moyenne modifié peut être employé.
Les schémas implicites sont à utiliser, prioritairement, avec une formulation en déplacements : FORMULATION = 'DEPLACEMENT'.

En explicite, on dispose de deux schémas :

- différences centrées (DIFF_CENT) qui est non dissipatif,
- Tchamwa-Wielgosz (TCHAMWA) qui est dissipatif, d'une manière comparable à HHT.

Ici encore, on préconise de commencer par utiliser un schéma non dissipatif.

Enfin, en explicite, il est recommandé, d'utiliser une matrice de masse diagonale (lumpée), ce qui s'obtient par le mot-clé MASS_DIAG = 'OUI' de DYNA_NON_LINE. Cette option n'étant pas disponible pour tous les éléments finis, l'utilisateur peut être contraint d'utiliser la masse consistante, comme en implicite. La masse lumpée permet de corriger une part de la dérive fréquentielle sur de longues durées provenant de l'erreur en temps induite par le schéma d'intégration.
Si l'on résout le problème sur base modale, alors l'inconvénient du très faible pas de temps critique pour un schéma explicite disparaît. En effet, la pas de temps limite sera directement proportionnel à la plus petite période propre de la base modale tronquée. On a la relation : $\Delta t = 2/\omega$ avec ω qui est la plus haute pulsation propre du système. Plus la base modale sera tronquée, plus le pas de temps critique associé sera grand.
De plus, le calcul de la condition de Courant est alors immédiat car on connaît explicitement toutes les pulsations de la base, donc la plus haute en particulier. Dans *Code_Aster*, le calcul automatique de la condition de Courant sur base modal est exact et sera toujours valable quelque soit le type d'élément fini utilisé.
Les schémas explicites sont associés à une formulation en accélération (on veut résoudre en inversant la masse) : FORMULATION = 'ACCELERATION'.

Remarques importante pour les schémas explicites :

si l'on impose des conditions aux limites en déplacement qui évoluent au cours du temps, il faut tenir compte du fait que ces conditions sont en fait imposées en accélération en explicite (car c'est l'inconnue primale). Cela signifie que l'on doit entrer dans DYNA_NON_LINE la dérivée seconde du signal en déplacement que l'on veut imposer. Cette évolution du déplacement imposé doit donc être dérivable au moins deux fois en temps...
L'usage des éléments quadratiques n'est pas recommandé en explicite : en effet, des oscillations parasites peuvent apparaître sur les champs solutions (déplacement ou contraintes). Ce phénomène peut aussi être amplifié par l'utilisation conjointe de la matrice de masse consistante.
Pour la vérification de l'hypothèse de contraintes planes, si l'on utilise la méthode de de Borst, le processus itératif global associé est alors bloqué à la première itération (contrairement au cas

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

implicite). Cela peut entraîner une légère imprécision des résultats, tempérée par le fait que le pas de temps étant par ailleurs très petit, la non-planéité des contraintes ne peut qu'être très modérée. Cependant, il est tout à fait possible d'utiliser la version locale de l'algorithme de de Borst par le biais du mot-clé `ITER_CPLAN_MAXI` *sous* `COMPORTEMENT` *. En effet, ces itérations locales ont bien lieu en explicite, avec un surcoût de calcul associé.*

Pour finir, il convient de signaler que les résultats analytiques sur les caractéristiques (convergence, erreur…) des schémas en temps sont obtenus pour un cadre linéaire. Les démonstrations en régime non-linéaire sont très rares et se cantonnent à des cas particuliers. En pratique, certaines caractéristiques des schémas peuvent se dégrader en non-linéaire. Cela peut expliquer pourquoi il n'est pas forcément indispensable d'utiliser le schéma qui, en linéaire aura des performances exceptionnelles (ordre 4…), mais qu'il vaut mieux privilégier des schémas plus simples et plus robustes, en particulier avec de la dissipation numérique haute fréquence. Par exemple, sur des problèmes irréguliers, comme les chocs, des schémas d'ordre 1 dissipatifs sont conseillés (comme le θ -schéma).
De même, en non-linéaire, l'évaluation précise de la condition de Courant demande une réactualisation de son calcul. En effet, la condition de Courant calculée initialement peut ne pas être conservative (par exemple si certains éléments voient leur taille diminuer, ou si des chocs se produisent, avec une modélisation par pénalisation). *Code_Aster* ne réactualise pas ce calcul et en cas de divergence, il est recommandé de diminuer le pas de temps pour relancer le calcul.
Les résultats d'analyse linéaire sur les schémas constituent cependant une solide base pour leur analyse (*cf.* [R5.05.05] et bibliographie), tout en sachant que les non-linéarités peuvent perturber le comportement des schémas.

Concernant le choix du schéma en temps, l'utilisateur doit porter attention à la définition du pas de temps de calcul. En explicite, on préconise de se placer légèrement en dessous de la condition de Courant : entre 0,5 et 0,7 fois la condition de Courant. En explicite, il n'y aura pas de sous-division du pas de temps pour cause de non convergence : l'utilisateur reste seul maître du pas de temps tout le long du calcul.
En implicite, les schémas classiques sont inconditionnellement stables, mais cela ne signifie pas qu'on peut prendre un pas de temps quelconque ! Un pas trop grand n'amènera pas une divergence, mais l'erreur sur la solution sera évidemment importante.
Le pas de temps à imposer pourra être judicieusement borné :

- en valeur supérieure, par le pas de temps à respecter pour bien discrétiser les évolutions des chargement imposés et pour bien représenter la plus haute fréquence propre du système dont on veut tenir compte,
- en valeur inférieure, par la condition de Courant, au sens qu'elle a de plus court temps pour lequel une information peut passer d'un nœud de la maille à un autre.

Entre ces bornes, il est indispensable de mener une étude paramétrique pour s'assurer de la bonne convergence de la solution numérique.
La borne inférieure donne une information cruciale quant aux sous-divisions maximales du pas de temps qu'il faut autoriser lorsque l'algorithme ne converge pas. Laisser le pas de temps se sous-diviser jusqu'à aller nettement sous la condition de Courant peut ne servir à rien car la solution calculée risque alors de subir une pollution numérique qui ne facilitera pas la convergence.

Toujours en lien avec les itérations pour la vérification de l'équilibre à chaque pas, on peut remarquer que, dans la plupart des cas, si le pas de temps est suffisamment fin, le nombre maximal d'itérations à convergence reste modéré : souvent de l'ordre de 10, alors qu'en quasi-statique, on peut couramment dépasser ces valeurs.
Donc, l'idée consiste à dire que le pas de temps est d'un bon ordre de grandeur si le nombre d'itérations à convergence reste modéré. Si ce nombre augmente, on peut tenter de réduire légèrement le pas, en respectant toujours les bornes définies ci-dessus. Il existe néanmoins des cas ou l'on peut avoir, ponctuellement, besoin d'autoriser plus d'itérations lors de quelques pas.

Pour finir, si l'on est obligé de changer de schéma en temps pour utiliser un schéma dissipatif, comme HHT, il est indispensable de mener une étude paramétrique sur cet amortissement. En effet, le risque d'introduire une dissipation trop grande n'est pas négligeable, surtout avec le schéma d'accélération moyenne modifiée. Le paragraphe suivant reviendra sur ce point.

3.3 Modèles d'amortissement

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'ordre d'introduction et d'utilisation de la dissipation dans le modèle discrétisé est le suivant :

1. dissipation intrinsèque liée aux relations de comportement non linéaire, aux liaisons (frottement),
2. dissipation globale de type amortissement structural (Rayleigh ou modal, que l'on peut utiliser simultanément),
3. dissipation numérique du schéma en temps.

Idéalement, la première catégorie devrait être suffisante, mais en pratique, pour des raisons de simplification du modèle, il est souvent indispensable d'ajouter de l'amortissement structural, l'amortissement apporté par le schéma étant le dernier recours.
Nous n'aborderons ici que l'usage de l'amortissement structural et celui lié au schéma (pour plus d'informations, le lecteur pourra se reporter à la documentation [U2.06.03]).

3.3.1 Amortissement structural

La dissipation globale de type amortissement structural est prise en compte par l'amortissement modal ou l'amortissement de Rayleigh.
Il est possible d'utiliser à la fois l'amortissement global de Rayleigh, ainsi que l'amortissement modal et même l'amortissement numérique du schéma en temps. Dans ces cas de combinaisons de plusieurs sources d'amortissement (sans compter la dissipation matériau due à la relation de comportement choisie ou le contact-frottement), l'utilisateur doit vérifier la cohérence globale de la dissipation et donc de ne pas risquer de compter plusieurs fois l'amortissement sur une même zone. Par exemple, si on souhaite combiner de l'amortissement de global (de Rayleigh ou modal) et de la dissipation matériau, en général les règlements imposent de baisser la valeur d'amortissement global comparativement à un calcul purement élastique.
Autre exemple : le cas d'un bâtiment sur appuis parasismiques. Si on veut représenter la dissipation des appuis par un modèle local (loi non linéaire ou dashpots) et l'amortissement du bâtiment par de l'amortissement modal, il faudra vérifier que l'on n'introduit pas d'amortissement modal sur les modes qui font principalement travailler les appuis, comme les modes de corps rigide horizontaux (deux translation et la rotation d'axe vertical).

Rappelons enfin que plus on va multiplier les sources de dissipation, plus leur maîtrise et leur interprétation physique seront ardues.

3.3.1.1 Amortissement modal

En ce qui concerne l'amortissement modal, on insiste sur le respect des trois règles de base :

- vérifier que toutes les valeurs d'amortissement modal sont bien positives, car toute valeur négative risque d'entraîner une instabilité dynamique,
- vérifier que la base modale associée est suffisamment complète (contenant a minima tout le spectre de l'excitation) pour ne pas avoir de manque d'amortissement suivant certains modes de réponse de la structure,
- l'amortissement modal étant explicité dans DYNA_NON_LINE, il peut être nécessaire de diminuer le pas de temps afin que l'intégration en temps reste stable, même avec un schéma implicite inconditionnellement stable.

Cette base modale, servant à définir les amortissements modaux, doit impérativement avoir le même profil de numérotation que celui d es matrices du système dynamique utilisées lors du calcul de la réponse proprement dit. Avant utilisation des amortissements modaux de la base modale dans le calcul de la réponse, cette règle nécessite donc éventuellement d e transforme r préalablement cette base modale initiale en une nouvelle base modale, dont la définition d es conditions aux limites est identique à celle relative au calcul de la réponse via DYNA_NON_LINE, assurant ainsi le même nombre et la même position des multiplicateurs de Lagrange de dualisation. C'est notamment le cas lors de l'application de déplacements imposés non nuls pour le calcul de la réponse. Le cas-test zzzz113a détaille la procédure correspondante.

3.3.1.2 Amortissement de Rayleigh

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ce modèle permet de définir la matrice globale d'amortissement $\mathbf{C}$ comme étant une combinaison linéaire des matrices de rigidité et de masse (pour avoir une matrice d'amortissement diagonale sur la base des modes dynamiques habituels) :

$$\mathbf{C}=\alpha\mathbf{K}+\beta\mathbf{M}$$

Trois cas d'identification sont présentés ici pour illustrer les effets induits par cette modélisation :

- amortissement proportionnel aux caractéristiques d'inertie : $\alpha=0 \quad \beta=\beta_i$.
  Ce cas a été très utilisé en résolution transitoire directe : si la matrice de masse est diagonale, celle d'amortissement l'est encore et le gain en place mémoire est évident. Le coefficient β peut être identifié à l'amortissement réduit expérimental ξ_i du mode propre (ρ_i,ω_i) qui participe le plus à la réponse d'où $\beta_i=2\xi_i\omega_i$. Pour toute autre pulsation on obtient un amortissement modal réduit $\xi=\beta_i\frac{\omega_i}{\omega}$. Les modes d'ordre élevé $\omega\gg\omega_i$ seront très peu amortis et les modes basses fréquences $\omega<\omega_i$ trop amortis.

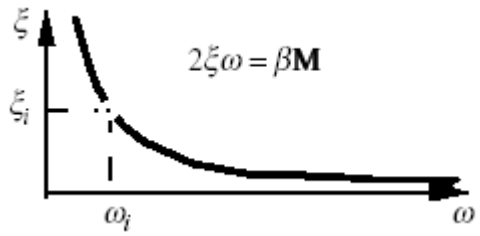


Figure 3.3.1.2-a : allure de l'amortissement proportionnel à la masse.

Cet amortissement proportionnel à la masse est le seul amortissement de Rayleigh qui soit facilement utilisable avec un schéma explicite. En effet, on peut montrer que l'introduction d'un terme proportionnel à la raideur entraîne une baisse du pas de temps critique (condition CFL).

- amortissement proportionnel aux caractéristiques de rigidité.: $\alpha=\alpha_j \quad \beta=0$.

Le coefficient peut être identifié, comme précédemment à partir de l'amortissement modal ξ_j associé au mode (ρ_j,ω_j), d'où $\alpha_j=2\frac{\xi_j}{\omega_j}$. Pour toute autre pulsation on obtient un amortissement modal réduit $\xi=\alpha_j\frac{\omega}{\omega_j}$. Les modes élevés $\omega\gg\omega_j$ sont donc très amortis.

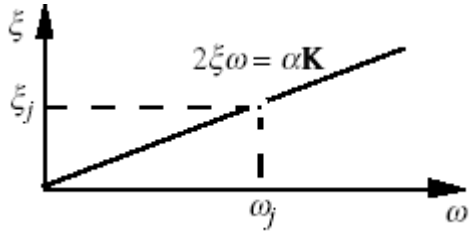


Figure 3.3.1.2-b : allure de l'amortissement proportionnel à la raideur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- amortissement proportionnel complet : $\alpha=\alpha_j$ $\beta=\beta_i$.
  A partir d'une identification sur deux modes différents (ρ_i,ω_i) et (ρ_j,ω_j), nous obtiendrons pour toute autre pulsation un amortissement modal réduit $\xi=\alpha_j\frac{\omega}{\omega_j}+\beta_i\frac{\omega_i}{\omega}$. Dans l'intervalle $[\omega_i,\omega_j]$ la variation de l'amortissement réduit est faible et en dehors on retrouve la combinaison des inconvénients précédents : les modes extérieurs à l'intervalle sont trop amortis.

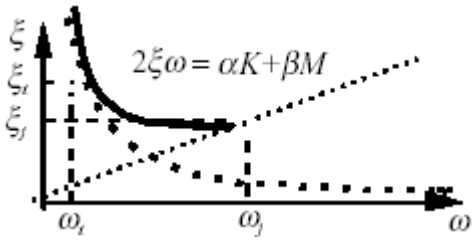


Figure 3.3.1.2-c : allure de l'amortissement de Rayleigh complet.

L'amortissement de Rayleigh complet permet d'avoir une valeur d'amortissement constante sur un plateau de fréquence donné, ce qui permet de contrôler son effet sur une plage fréquentielle définie en cohérence avec le problème considéré.

Application à la structure
Les coefficients d'amortissement de Rayleigh sont définis, au niveau des caractéristiques du matériau (commande DEFI_MATERIAU), par les paramètres AMOR_ALPHA et AMOR_BETA. Il n'y a pas de mot-clé spécifique dans DYNA_NON_LINE pour activer la prise en compte de cet amortissement : si on ne veut pas l'utiliser, le mieux est de retirer toutes les occurrences des mot-clés AMOR_ALPHA et AMOR_BETA de tous les matériaux du modèle.

Les valeurs à imposer pour obtenir l'amortissement souhaité ξ dans l'intervalle des fréquences propres f_1 et f_2 se déduisent des équations suivantes :

$$\text{Equation 1 : } \alpha=\frac{\xi}{\pi(f_1+f_2)}$$

$$\text{Equation 2 : } \beta=\frac{4\pi\xi f_1 f_2}{f_1+f_2}$$

où f_1 et f_2 sont les deux fréquences propres bornant l'intervalle d'étude considéré. Dans le cadre de ce document, on cherche des solutions basses fréquences, donc les fréquences f_1 et f_2 seront associées aux premières fréquences du modèle, dont les modes sont cohérents avec le chargement imposé.

Pour donner des ordres de grandeur, l'amortissement modal pour les structures en acier et généralement de l'ordre de quelques %, alors que pour des structures en béton, de type génie civil, on peut monter jusqu'à 5, voire 7 % d'amortissement, pour des calculs globalement linéaires, censés représenter des dissipations d'énergie provenant de dégradations ou fissurations diffuses.

Pour les éléments discrets, les paramètres d'amortissement de Rayleigh n'étant pas définissables dans l'opérateur AFFE_CARA_ELEM, si on utilise l'opérateur DYNA_NON_LINE, l'amortissement de Rayleigh ne tient donc pas compte de la contribution des éléments discrets. La matrice d'amortissement globale assemblée pour la résolution ne tiendra compte que de la contribution des éléments volumiques, surfaciques ou de type poutre.
Dans le cas des opérateurs de dynamique linéaire, si on souhaite tenir compte de la contribution de s éléments discrets à la matrice d'amortissement globale de Rayleigh, il faut obligatoirement en passer par la méthode d'assemblage de cette matrice avec l'opérateur COMB_MATR_ASSE.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3.2 Amortissement dû au schéma en temps

La documentation [R5.05.05] et surtout la note [6] présentent cet aspect. On va ici se borner à en rappeler les grandes tendances.
Sur un système à un degré de liberté linéaire (masse ressort, de pulsation propre ω), on peut obtenir la caractérisation suivante de l'amortissement induit par le schéma implicite (accélération moyenne, accélération moyenne modifiée et HHT complet), en fonction du pas de temps et pour différentes valeurs du paramètre ALPHA :

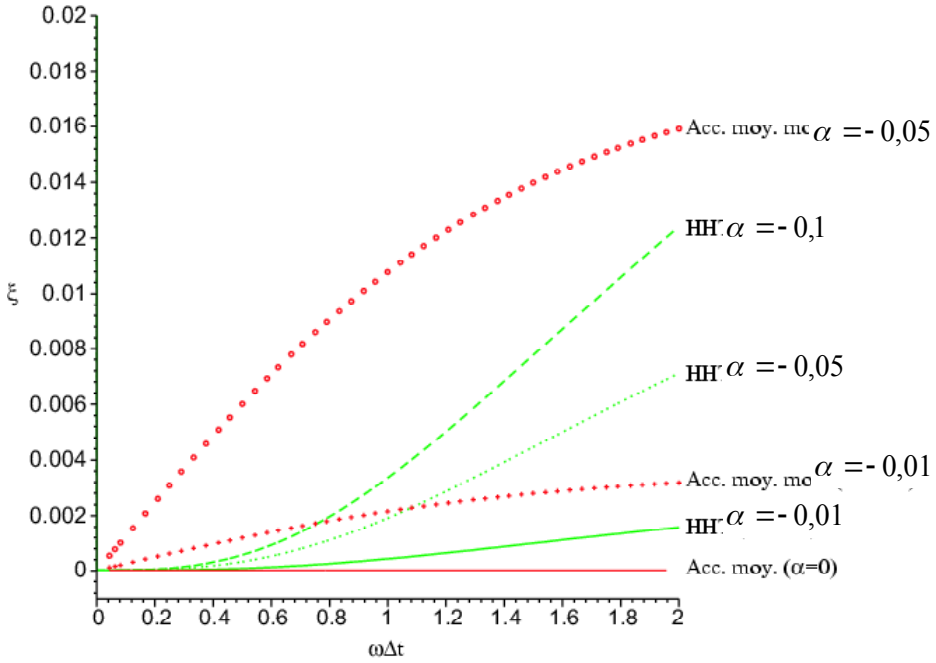


Figure 3.3.2-a : comparaison de l'amortissement dû au schéma en temps.

On retrouve bien que seul le schéma d'accélération moyenne ne dissipe pas.
Quand on compare les deux autres schémas, on peut remarquer que :

- seul le schéma HHT complet ne perturbe pas le domaine basse fréquence,
- pour une même valeur du paramètre ALPHA l'accélération moyenne modifiée introduit beaucoup plus de dissipation que le schéma HHT.

Enfin, il convient de remarquer que la valeur d'amortissement équivalente est dépendante de la pulsation ω , et donc va dépendre de l'élément fini considéré. Sur un problème complexe, l'amortissement dû au schéma ne sera donc pas homogène : plus l'élément sera « raide », plus il verra d'amortissement.
De même, si l'on diminue le pas de temps, l'amortissement va baisser.

Afin de mettre en exergue l'influence de l'amortissement haute fréquence des schémas implicites, on va présenter quelques évolutions de l'accélération solution d'un problème linéaire simple de tuyauterie sous séisme.

Sur le graphe suivant, on a zoomé sur une partie de la réponse en accélération pour comparer différentes méthodes de résolution du problème transitoire. La solution de référence en pointillés verts est obtenue par calcul sur base modale (DYNA_VIBRA). La troncature de la base modale filtre naturellement toute perturbation haute fréquence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

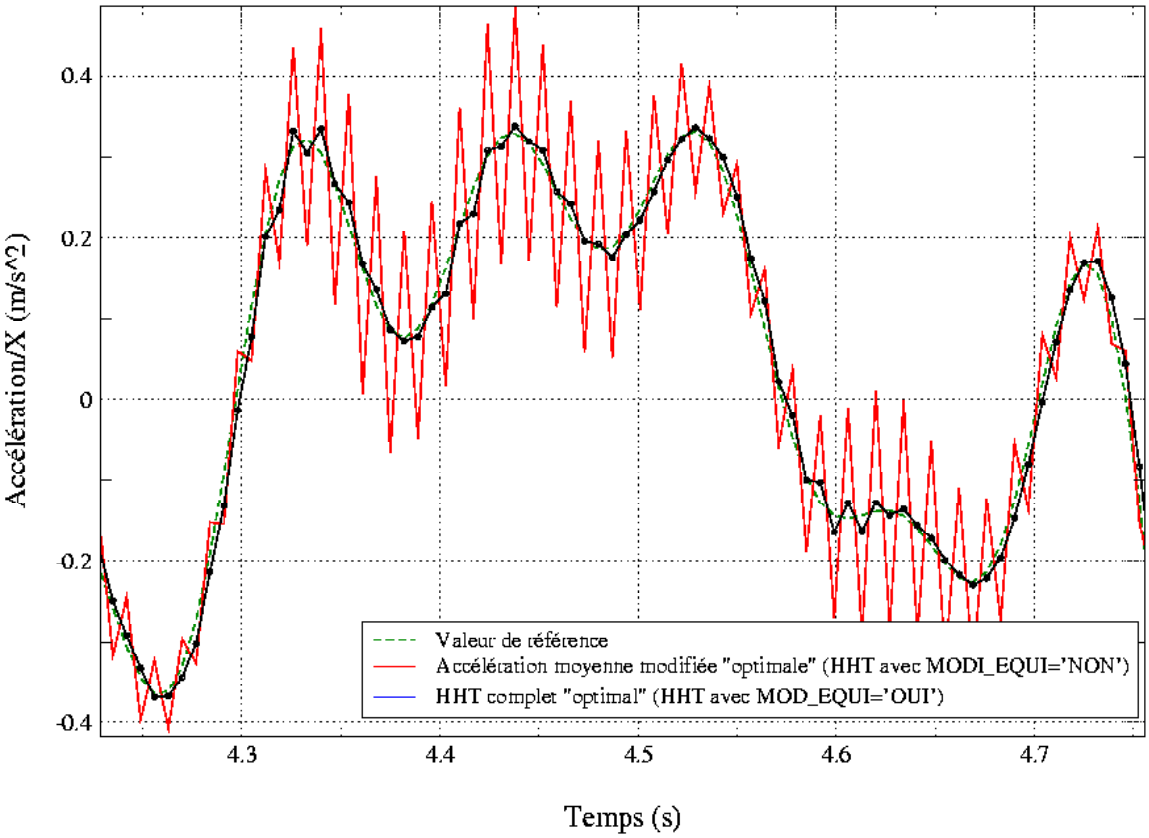


Figure 3.3.2-b : comparaison locale du comportement des schémas en temps.

On compare cette solution de référence à un calcul avec le schéma d'accélération moyenne modifié (courbe rouge) qui oscille fortement malgré l'ajustement du paramètre ALPHA.
Enfin, on trace la réponse obtenue avec un schéma HHT complet (courbe noire) qui donne un résultat très proche de la solution de référence : les perturbations hautes fréquences (liées au pas de temps) sont fortement atténuées.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Sur le graphe suivant, on observe les courbes de réponse sur un intervalle de temps plus grand. Cela permet de saisir l'influence du schéma sur la réponse « physique » : donc basse ou moyenne fréquence. Les différentes réponses correspondent à différents schémas d'intégration et valeurs du pas de temps. La solution de référence (le problème étant linéaire) est obtenue par superposition modale (courbe en traits mixtes épais marrons, nommée « modal coupure $100\,Hz$ » et obtenue avec DYNA_VIBRA).

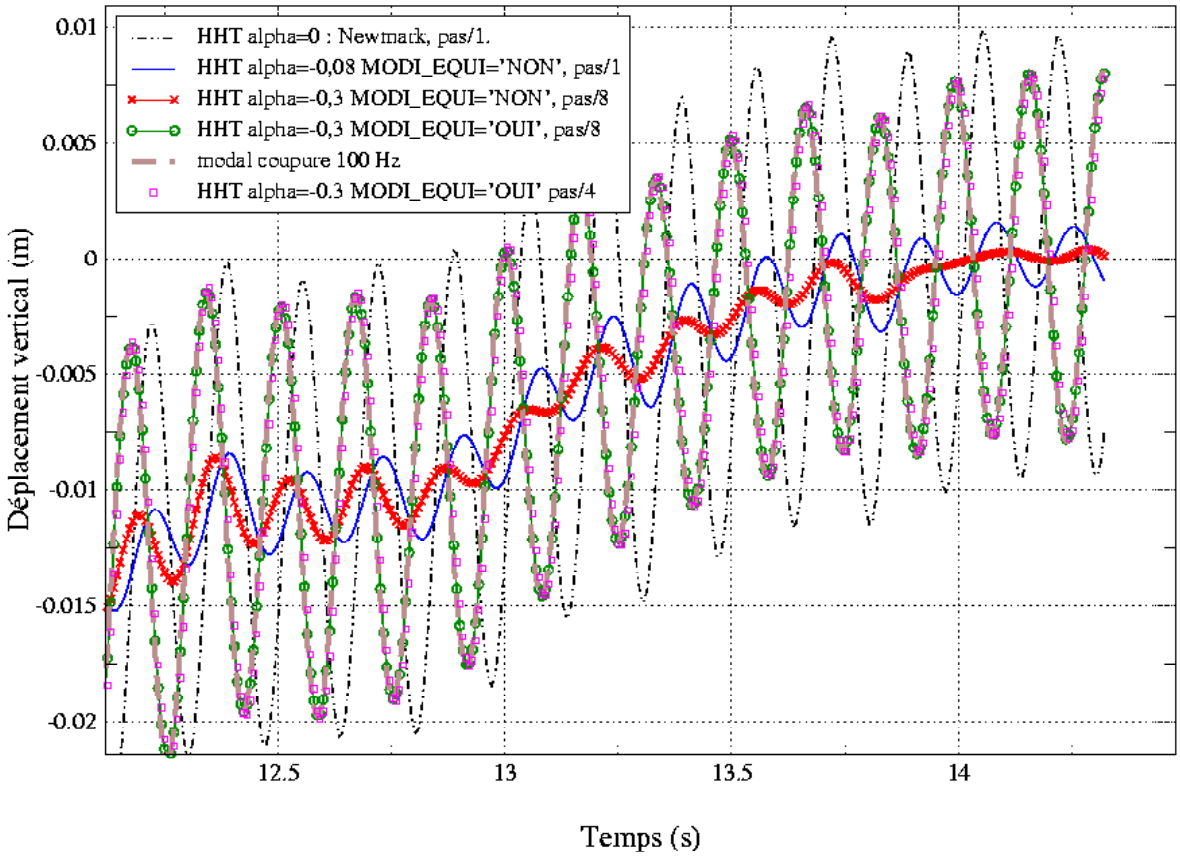


Figure 3.3.2-c : comparaison globale du comportement des schémas en temps.

On constate que :

- la solution non dissipative (HHT avec ALPHA=0, donc un schéma de type accélération moyenne) avec un pas de temps « grand » surévalue l'amplitude et introduit un déphasage,
- les solutions obtenues avec des schémas de type accélération moyenne modifiée (MODI_EQUI='NON'), quel que soit le pas de temps, ont une trop forte dissipation,
- les solutions obtenues avec le schéma HHT complet (MODI_EQUI='OUI') avec un pas de temps fin, permettent de bien retrouver la solution de référence.

Pour conclure sur cette partie, étant données les allures de l'amortissement de Rayleigh, ainsi que celui dû au schéma, on peut construire un amortissement total relativement varié.
Pour choisir de manière optimale la valeur du paramètre ALPHA du schéma HHT, il est indispensable de mener une étude paramétrique, afin de trouver la valeur la plus proche de zéro adaptée au problème considéré (on peut conseiller de commencer avec une valeur de -0,1, par exemple). Pour valider ce choix, on peut se baser sur les deux types d'analyses présentées ci-dessus : maîtrise des oscillations en hautes fréquences sur les accélérations (*cf.* figure 3.3.2-b) et absence de sur-amortissement numérique sur la réponse en déplacement (*cf.* figure 3.3.2-c). Sur ce dernier aspect, on peut comparer à la réponse en déplacement obtenue avec un schéma non dissipatif de type NEWMARK.
Avec le schéma HHT complet, l'amortissement à basse et moyenne fréquence étant faible, il convient de ne pas négliger d'introduire dans le modèle une modélisation *ad hoc* de l'amortissement réel (global et/ou dû aux non-linéarités).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'allure de l'amortissement apporté par le schéma de Tchamwa est qualitativement proche de celle de l'accélération moyenne modifiée.

3.4 Modification de la matrice de masse

Dans certains cas spécifiques, comme les calculs sur des modèles mixtes hydromécaniques (HM ou THM) ou les cas ayant un très mauvais conditionnement de la matrice de masse, il peut être utile de modifier la matrice de masse afin de la rendre inversible. C'est même indispensable pour les schémas en temps explicites.
Cette modification de la matrice de masse peut se faire avec le mot-clé COEF_MASS_SHIFT (*cf.* documentation [R5.05.05]) dans le mot-clé SCHEMA_TEMPS. Cela permet d'introduire un « shift » de la matrice de masse $\mathbf{M}$ qui devient : $\mathbf{M}'=\mathbf{M}+coef.\mathbf{K}$.
Cette fonctionnalité permet en outre d'améliorer la convergence des calculs implicites ou d'augmenter la valeur du pas de temps critique en explicite. Il faut cependant signaler que cela revient à perturber le système mécanique, en particulier en décalant les fréquences propres du système vers le bas (et en diminuant la célérité des ondes).

Par exemple, u ne pulsation propre d'origine ω devient alors ω' telle que : $\omega'^2=\frac{\omega^2}{1+coef.\omega^2}$

On constate d'après cette expression que ω' tend vers une valeur maximale $coef^{-0.5}$: le système modifié introduit donc une fréquence de coupure pilotée par la valeur du coefficient de shift de masse. Ainsi, par exemple, pour une valeur maximale en pratique pour $coef=10^{-6}$, la pulsation propre maximale corrigée du système ω' vaut $1000\,rd.s^{-1}$, et une valeur pour une fréquence propre d'origine de $30\,Hz$ est corrigée par cette méthode à $29{,}481\,Hz$. Les fréquences propres situées sous la nouvelle fréquence de coupure sont donc légèrement altérées.
Dans la pratique, il convient de ne pas utiliser de valeur trop grande, sauf à se limiter au calcul de solutions à très basse fréquence, voire de type quasi-statique. Dans ce dernier cas, l'algorithme transitoire non-linéaire peut alors être vu comme un solveur régularisé pour le quasi-statique, ce qui peut être utile lorsque la résolution classique statique ne converge pas.

Dans le même ordre d'idée d'utiliser un solveur transitoire pour obtenir une réponse statique dont la convergence avec une méthode implicite habituelle est très difficile, on peut aussi augmenter fortement la masse du système (par exemple en jouant sur la masse volumique) et utiliser un schéma en temps explicite avec un fort amortissement structurel. Dans ce cas on combine la capacité de convergence de la méthode explicite avec un pas de temps critique pas trop faible, du fait de l'augmentation de la masse (ce pas de temps de stabilité augmentera comme la racine carrée du coefficient d'augmentation de la masse totale : si on multiplie la masse totale par 100, la pas de temps limite sera multiplié par 10 car la célérité des ondes sera dix fois plus faible). Ce type de méthode a déjà été utilisé pour des cas délicats comme la simulation d'excavation de galeries souterraines, où le sol environnant peut devenir instable.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.5 Instabilité et analyse modale réactualisée

Au cours de la résolution du problème transitoire il est possible d'utiliser des outils d'analyse aux valeurs propres sur les opérateurs globaux réactualisés. On peut mener deux types d'analyse.

D'une part, le calcul des fréquences propres et modes vibratoires avec la matrice de raideur réactualisée. Cela correspond au mot-clé MODE_VIBR (cette option ayant besoin implicitement de la matrice de masse, elle n'est pas disponible dans STAT_NON_LINE). La matrice de raideur peut alors être la raideur élastique, sécante ou tangente. Grâce à ce mot-clé on peut suivre l'influence des non-linéarités sur le comportement vibratoire d'une structure. Un exemple d'application serait le cas de structures en béton armé pour lesquelles l'endommagement fait varier les fréquences propres.
Le graphe ci-dessous présente les choix possibles pour la matrice de raideur (pour un matériau endommageant) :

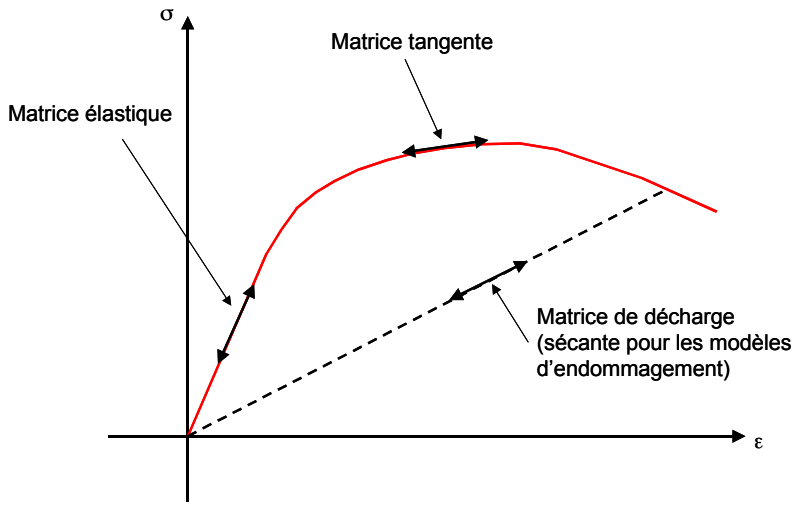


Figure 3.5-a : Représentation schématique des opérateurs de raideur dans *Code_Aster*.

D'autre part, on peut, grâce au mot-clé CRIT_STAB=_F(TYPE='FLAMBEMENT'), mener une analyse de stabilité de l'opérateur de raideur. Dans le cas des petites perturbations et où l'on sait calculer la raideur géométrique, alors cette option s'assimile à une analyse de flambement au sens d'Euler sur la matrice de raideur actualisée. Dans les autres cas, quand on ne sait pas calculer la raideur géométrique, alors on bascule sur la recherche de singularité de l'opérateur de raideur seul. Dans tous les cas on obtient des valeurs propres qui vont évoluer au cours du calcul.
Dans le cas du flambement d'Euler, la valeur propre est directement le coefficient multiplicateur du chargement qui permet d'obtenir la charge critique.
Dans le deuxième cas, l'interprétation est moins aisée (les valeurs propres ne sont pas adimensionnelles). Si l'on constate qu'une valeur propre change de signe, cela signifie que la solution calculée a passé une bifurcation et donc que l'on a perdu l'unicité de la solution.
Dans tous les cas, il s'agit d'analyse de stabilité au sens « statique » et, d'ailleurs, cette option est disponible dans STAT_NON_LINE. Actuellement, il n'existe pas dans *Code_Aster* d'opérateur permettant de mener une analyse de stabilité au sens dynamique (flottement, divergence) : donc, par exemple, en calculant l'amortissement du système pour détecter quand il devient négatif.

Comme ces opérations demandent un certain coût CPU (comparable à un CALC_MODES sur les quelques premières fréquences, à chaque pas), on a introduit la possibilité de ne calculer ces valeurs propres que pour la liste d'instants d'archivage si elle existe. Pour réduire encore le temps CPU, il est aussi possible de faire plusieurs poursuites et de ne demander le calcul des valeurs propres que sur certains intervalles de temps.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On peut aussi récupérer les modes propres (respectivement de flambage) associés à l'exécution du mot-clé MODE_VIBR. Le concept resultat produit par DYNA_NON_LINE est alors enrichi d'une table_container. qui porte le nom 'ANALYSE_MODALE'.
Pour la récupérer dans le concept resultat produit par DYNA_NON_LINE , on fait appel à la commande RECU_TABLE . Dans cette table, on pourra récupérer les valeurs des paramètres : instant de calcul considéré, numéro de mode, fréquence (respectivement charge critique),

On pourra ensuite imprimer avec IMPR_TABLE cette table, en filtrant selon ces paramètres.

En utilisant la commande EXTR_TABLE, en spécifiant un TYPE_RESU='MODE_MECA', en filtrant selon les paramètres voulus, on obtient un concept resultat, dont on a choisi le nom, contenant les champs de déplacements des modes calculés, qu'on pourra ensuite visualiser. On pourra consulter le cas-test sdnv106a.

3.6 Archivage et post-traitement

Le nombre de pas de temps pouvant être très grand, il est fortement recommandé d'utiliser les fonctionnalités d'archivage (mot-clé ARCHIVAGE de DYNA_NON_LINE) sous peine d'avoir des bases et fichiers de sorties énormes. Le pas d'archivage peut aller de quelques pas en implicites à 10 à 100 pas en explicite.
En complément, si l'on a besoin de suivre précisément au cours du temps l'évolution de quelques paramètres en quelques points, il existe l'observation (mot-clé OBSERVATION de DYNA_NON_LINE) qui vient compléter l'archivage.
Comme on a pu le voir au paragraphe § 3.3.2, si l'on veut analyser les réponses en vitesse ou accélérations au cours du temps, on peut obtenir des courbes assez chahutées. Ces oscillations hautes fréquences peuvent être le signe d'une discrétisation en temps insuffisante (ou d'une irrégularité en temps trop grande) du problème. Il est aussi possible, en utilisant un schéma en temps dissipatif type HHT complet de lisser ces perturbations. Un compromis reste à trouver entre ce lissage et une trop forte dissipation de la réponse. D'une manière générale, il faut bien intégrer que les valeurs instantanées des quantités les moins lissées comme l'accélération sont à manipuler avec précaution. Il vaut mieux chercher à mener son analyse sur des quantités intégrées plus physiquement pertinentes en dynamique comme l'énergie.

En complément, toutes les méthodes d'analyse venant de la quasi-statique pour quantifier la qualité d'un résultat (dont les différentes normes résidu en équilibre) sont disponibles et pertinentes avec DYNA_NON_LINE.

Enfin, on peut aussi rappeler que si l'on souhaite mener des analyses fréquentielles, il convient de bien veiller à respecter le domaine de validité de la FFT, par exemple la causalité du signal à traiter. Pour cela, ce signal en temps doit partir et finir à zéro, avec des dérivées nulles. Sans le respect de ces hypothèses de base, l'utilisateur risque d'obtenir des résultats fréquentiels imprécis.

3.7 Bilan énergétique

Pour toute analyse transitoire, il est très utile de pouvoir disposer du bilan énergétique global, ce qui permet d'analyser la réponse du système, en particulier la contribution de la dissipation d'énergie par amortissement, et aussi de contrôler la qualité de la solution numérique. La documentation [R4.09.01] présente toutes les fonctionnalités énergétiques disponibles avec l'opérateur DYNA_NON_LINE.

3.8 Fonctionnalités disponibles dans STAT_NON_LINE et pas dans DYNA_NON_LINE

Ensuite, les méthodes de type recherche linéaire (mixte ou pas) ne sont pas autorisées en dynamique. Pour l'instant, ce manque est à relativiser, sachant que les tentatives d'applications de ces méthodes sur des études de structures en béton armé en dynamique n'ont pas mis en avant d'apport significatif sur la

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

convergence, contrairement à ce que l'on observe en quasi-statique. Signalons, néanmoins, qu'aucun argument théorique n'interdirait l'usage de ces méthodes en dynamique.

Enfin, les techniques de pilotage disponibles dans STAT_NON_LINE (longueur d'arc, par exemple) sont interdites en dynamique car elles n'ont alors pas de sens : le temps a, en dynamique, un sens physique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Spécificités des problèmes fluide-structure couplés

Il est possible d'utiliser un modèle vibro-acoustique couplé dans DYNA_NON_LINE. Ce modèle se base sur une approche (u, p, φ) avec les hypothèses suivantes :

- le fluide est de type acoustique linéaire,
- la structure doit être considérée comme étant en petites perturbations ou en lagrangien réactualisé.

On peut aussi prendre en compte les surfaces libres.
La documentation [U2.06.11] présente en détail la mise en œuvre d'un modèle fluide-structure non linéaire couplé pour un calcul de réservoir. La note [5] analyse le domaine d'application du modèle fluide-structure couplé dans *Code_Aster*.

5 Optimisation des performances

En quasi-statique, il n'est pas rare de devoir effectuer plus de 10 itérations pour avoir la convergence au sens du résidu en équilibre. En dynamique implicite cette valeur de 10 itérations constitue, en général, une bonne valeur de départ pour le paramètre ITER_GLOB_MAXI de CONVERGENCE. Si l'on ne peut converger en moins de 10 à 20 itérations, il est alors préférable de diminuer le pas de temps plutôt que d'augmenter le nombre maximal d'itérations autorisé.
En explicite, il n'y a pas d'itérations pour l'équilibre, le coût de calcul de chaque pas de temps sera donc constant, quel que soit le niveau de non-linéarité (hormis, éventuellement, la vérification locale du comportement).

L'utilisation, même courante, des méthodes explicites semble donc très séduisante au vu du temps CPU qui reste maîtrisé. Il faut cependant tempérer cet optimisme en gardant bien à l'esprit que l'on se prive du garde-fou qu'est la vérification précise de l'équilibre et que, par conséquent, la qualité de la solution explicite obtenue doit être analysée avec plus de précautions. L'algorithme explicite ne divergera pas (si l'on respecte la condition de Courant), mais la solution obtenue n'est pas garantie par un critère de vérification de l'équilibre. En particulier une étude paramétrique sur le pas de temps est indispensable car l'allure de la solution peut varier fortement lorsque ce pas devient trop grand.
De plus, *Code_Aster* n'est pas un code optimisé pour les calculs explicites et ses performances en explicite sont modestes, comparées aux codes spécialisés [2].

Une solution pour diminuer le temps de calcul est de projeter le problème sur une base réduite (base modale ou base de Ritz). On diminue alors grandement le nombre de degrés de liberté et ce type d'approches est disponible dans DYNA_NON_LINE (la résolution gagne aussi à être explicite car la condition de Courant sur base modale est peu pénalisante). Pour résumer, ce type d'approche est particulièrement adaptés aux problèmes où les non-linéarités restent modérées et localisées. Dès que les non-linéarités deviennent fortes, on peut se poser la question de la réactualisation de la base réduite initiale qui perd de sa cohérence avec la solution courante. Le surcoût de calcul dû au recalcul de la base et aux reprojections vient alors diminuer l'intérêt de ces méthodes.

Le parallélisme peut apporter un gain d'autant plus notable que le système à résoudre comportera un grand nombre de DDL et que le nombre de pas de temps sera faible. En effet, l'algorithme de résolution impose des communications importantes à chaque pas (on n'est pas dans une stratégie de type multi-domaine en temps et en espace). En pratique, sur des problèmes comportant quelques centaines de milliers de DDL, le speed-up reste bon jusque 16 à 32 processeurs. Dans la plupart des cas, le solveur itérative PETSC apportera un gain comparativement au solveur MUMPS. En plus du parallélisme au niveau solveur, le parallélisme des étapes élémentaires (résolution du comportement aux points de Gauss) apportera un gain supplémentaire important si l'intégration comportement est coûteuse. Dans tous les cas, il est très utile de consulter dans le fichier de message .mess les mesures de temps CPU par étape, ce qui permet d'identifier les étapes les plus coûteuse de la résolution transitoire pour adapter le parallélisme en conséquence. La documentation U2.08.06 donne tous les détails pour l'utilisation du parallélisme.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Conclusion

Ce document présente quelques règles générales pour faciliter l'utilisation de méthodes dynamiques transitoires pour la simulation de systèmes non linéaires [1].

La première étape est l'adaptation du modèle aux méthodes dynamiques. Il s'agit principalement de s'assurer de la bonne régularité des conditions imposées, de la définition correcte de la masse volumique et de l'amortissement global (Rayleigh).

Ensuite, il est recommandé de commencer par utiliser une méthode transitoire implicite (DYNA_NON_LINE avec un schéma en temps de type NEWMARK pour les problèmes relativement réguliers ou THETA_SCHEMA pour les problèmes avec chocs, puis, si besoin est, HHT). En effet, les méthodes implicites sont les plus développées et les plus généralistes dans *Code_Aster*.

Enfin, pour certaines applications comme la dynamique rapide, le calcul sur base modale ou certains cas de calculs en évolution lente (*cf.* [U2.04.07]), l'utilisateur a la possibilité d'utiliser des schémas en temps explicites. Les performances en temps CPU de *Code_Aster* en explicite sont assez faibles, si l'on compare à un code dédié comme EUROPLEXUS [2]. De plus, toutes les fonctionnalités disponibles en implicite ne le sont pas en explicite (comme, par exemple, pour le contact où seule la pénalisation est autorisée).

Afin de qualifier la qualité de la solution numérique obtenue, il est indispensable de mener certaines études paramétriques :

- comme pour les calculs quasi-statiques, en jouant sur la discrétisation spatiale,
- en testant différents pas de temps,
- en testant différents schémas en temps.

Pour valider ce choix de paramètres, il est pertinent d'analyser les réponses en déplacement et accélérations, ainsi que de se servir des fonctionnalités de bilan d'énergie.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Bibliographie

1 R. Courant, K. Friedrichs & H. Lewy, *Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik* , Mathematische Annalen, Vol. 100, No. 1, 32–74, 1928.

2 E UROPLEXUS , Code de calcul par éléments finis en dynamique rapide. Manuel de Référence, CCR/CEA/EDF R &D (http://europlexus.jrc.it/).

3 M. Géradin, M. Hogge & G. Robert, *Time Integration of Linear and Nonlinear Dynamic Problems* , Finite Element Handbook, Part 4, 1, 4, ED. W. Pilkey, Mc Graw-Hill, 1987.

4 N. Greffet, *Simulation couplée fluide-structure appliquée aux problèmes d'instabilité non linéaire sous écoulement* , Thèse de doctorat, LMT, ENS-Cachan, 2001.

5 N. Greffet, *Voies d'amélioration de la formulation couplée fluide-structure dans Code_Aster* , Note EDF R&D HT-62/02/023/A, 2002.

6 N. Greffet, *Vers de nouvelles méthodes numériques pour l'intégration temporelle dans le Code_Aster,.* Note EDF R&D HT-62/04/016/A, 2004.

7 N. Greffet, *Evaluation des méthodes transitoires pour les calculs d'excavation* , Note EDF R&D H-T62-2007-02878-FR, 2008.

8 H.M. Hilber, T.J.R. Hughes & R.M. Taylor, *Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics* , Earthquake Eng. Struct. Dyn., Vol. 5, 283-292, 1977.

9 T.J.R. Hughes & T. Belytschko, *Nonlinear finite element analysis* , Zace Services ltd – ICE Division, 2000.

10 M.N. Newmark, *A Method of Computation for Structural Dynamics* , Proc. ASCE 85, EM3, 1959.

11 B. Tchamwa, C. Wielgosz, *Une nouvelle méthode explicite d'intégration directe précise et à dissipation numérique contrôlable* , Actes du 13e Congrès Français de Mécanique, VOL 1, Poitiers, pp 251-254, septembre 1997.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)