Loi élastoplastique avec critère de Mohr-Coulomb lissé

Résumé :

Ce document présente la méthode de résolution de la loi élastoplastique non associée avec surface de charge lissée de Mohr-Coulomb dédiée particulièrement aux géo-matériaux granulaires, accessible via l'environnement *MFront* . Le critère de Mohr-Coulomb d'origine est une pyramide : les arêtes et le sommet constituent des difficultés pour l'algorithme de résolution, cf. [R7.01.28]. On adopte ici la formulation en invariants et la solution de lissage (régularisation) proposée par Abbo et Sloan dans [2], avec une méthode d'intégration implicite directe en temps. Elle est implémentée dans l'environnement *MFront* , cf. [4], en utilisant l'algorithme développé par [3] au sein de la communauté http://www.opengeosys.org .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des Matières

1 Introduc tion....3
2 Formulation théorique....4
2.1 Variables d'état, loi d'état....4
2.2 Critère (surface de charge) lissé....4
2.3 Potentiel d'écoulement plastique....6
2.4 Dissipation d'énergie par écoulement plastique....8
2.5 Paramètres de la relation de comportement....8
3 Intégration numérique de la loi de comportement....9
3.1 Intégration implicite directe....9
3.2 Mise à jour à la fin du pas d'intégration....10
3.3 Expression de la matrice tangente cohérente....10
3.4 Étapes MFront....10
3.5 Variables locales MFront....10
4 Variables internes de la loi de comportement....12
5 Vérification et validation de la loi de comportement....13
6 Bibliographie....14

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduc tion

C ette relation de comportement élastoplastique dédiée particuli è rement aux géo-matériaux granulaires, comme des sables, décrit les aspects phénoménologiques suivants : c ohésion, dilatance et frottement interne. Ce modèle est conçu surtout pour traiter des trajets de chargements monotones, jusqu'à la ruine de la structure, en sachant que l'a bsence d'écrouissage provoque des pertes de stabilité, cf. [5] , et aussi de contrôlabilité du chargement, et donc des solutions dépendant du maillage.

Le critère de Mohr-Coulomb d'origine est une pyramide caractérisée par l'intersection de 6 plans dans l'espace des contraintes principales ; les contraintes principales majeure et mineure interviennent mais pas la contrainte intermédiaire . Il n'est pas borné dans la direction des contraintes sphériques de compression.

Les arêtes et le sommet de la pyramide de Mohr-Coulomb constituent des difficultés pour l'algorithme de résolution, en particulier parce que cela nécessite une gestion des mécanismes d'évolution dédiée à chaque facette de la pyramide et aussi pour le régime de sommet, cf. [R7.01.28]. Ces difficultés provoquent éventuellement un manque de robustesse. On adopte ici la solution de lissage (régularisation) du critère proposée par Abbo et Sloan dans [2], et implémentae dans l'environnement *MFront* , cf. [4], en utilisant l'algorithme développé par [3] . La programmation *MFront* [4] a été modifiée pour lui ajouter quelques spécificités.

Au niveau du sommet de la pyramide de Mohr - Coulomb, le lissage est constitué par une approximation hyperbolique.

Les paramètres de la relation de comportement, outre les paramètres élastiques, supposés ici isotropes , sont au nombre de 5 : la cohésion c , l'angle de frottement φ_{pp} (fourni en °) , l'angle de dilatance ψ fourni en °) , qui doit être inférieur ou égal à l'angle de frottement interne φ_{pp} , identiques au modèle de Mohr-Coulomb original, et deux paramètres associés au lissage : l'angle de Lode de transition θ_T (fourni en °) , et la troncature de traction a_{tt} . L'écoulement plastique est supposé non associé et parfait. Si $\psi=\varphi_{pp}$, alors l'écoulement est associé et la matrice tangente cohérente est alors symétrique . On emploie une méthode d'intégration implicite directe en temps (*MFront*) .

Les variables internes sont également au nombre de 4 : norme des déformations déviatoriques (déformation plastique équivalente : la seule vraie variable interne thermodynamique) ; déformation plastique volumique ; densité volumique de dissipation ; indicateur d'activation de la plasticité (1) ou non (0) .

Ce modèle simple, robuste, est très usité pour de premières analyses, sous chargement monotone, de structures géotechniques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Formulation théorique

2.1 Variables d'état, loi d'état

Les variables d'état sont : la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$, la déformation plastique $\boldsymbol{\varepsilon}^p$.

La densité d'énergie libre s'écrit :

$$W(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}),\boldsymbol{\varepsilon}^p)=\frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})-\boldsymbol{\varepsilon}^p):\mathbf{A}:(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})-\boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (1)$$

où $\mathbf{A}$ désigne le tenseur d'élasticité linéaire ; on le suppose isotrope (2 coefficients élastiques indépendants en 3D). On ne considère pas d'écrouissage.

La loi de comportement tridimensionnelle élastoplastique s'écrit alors (loi d'état) :

$$\boldsymbol{\sigma}=\mathbf{A}:(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})-\boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (2)$$

2.2 Critère (surface de charge) lissé

Le critère délimitant le domaine élastique (surface de charge) est formulé avec les 3 invariants tensoriels :

$$f(\boldsymbol{\sigma})=\frac{1}{3}I_1.\sin\varphi_{pp}+\sqrt{J_2.K(\theta_L)+a_{tt}^2\sin^2\varphi_{pp}}-c.\cos\varphi_{pp}\leqslant 0 \quad (3)$$

avec $I_1=\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma})=3p$ le triple de la pression moyenne, $J_2=\frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}^D:\boldsymbol{\sigma}^D)=\frac{1}{3}(\|\boldsymbol{\sigma}\|_{VM})^2$; $J_3=\det(\boldsymbol{\sigma}^D)$, ayant noté $\boldsymbol{\sigma}^D=\boldsymbol{\sigma}-p\,\mathbf{Id}$ le déviateur du tenseur des contraintes, et l'angle de Lode modifié défini par : $\theta_L=\frac{1}{3}\arcsin\left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2\sqrt{J_2^3}}\right)\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$, et les trois paramètres : la cohésion c , l'angle de frottement φ_{pp} et la « troncature de traction » a_{tt} , qui sert à l'approximation hyperbolique utilisée pour le lissage au sommet de la pyramide de Mohr-Coulomb. cf. [2].

Remarque 1 **:**

Selon [2] , si $a_{tt}=0$, le critère (3) retrouve le sommet de la pyramide de Mohr-Coulomb, donc il n'est plus lissé . Si $a_{tt}=\frac{1}{2}c.cotan\,\varphi_{pp}$, alors au sommet du critère lissé, on vérifie : $I_1=0$.

On sait que les contraintes principales peuvent être écrites selon :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\begin{cases} \sigma_I = \frac{1}{3} I_1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} . \sqrt{J_2} . \sin\left(\theta_L + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sigma_{II} = \frac{1}{3} I_1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} . \sqrt{J_2} . \sin(\theta_L) \\ \sigma_{III} = \frac{1}{3} I_1 + \frac{2\sqrt{3}}{3} . \sqrt{J_2} . \sin\left(\theta_L - \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases} \quad (4)$$

La fonction $K(\theta_L)$ dans (3) est définie par :

$$K(\theta_L) = \begin{cases} \left(\cos\theta_L - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin\varphi_{pp} . \sin\theta_L \right)^2 & si \ |\theta_L| < \theta_T \\ \left(A(\theta_L) + B(\theta_L) . \sin 3\theta_L + C(\theta_L) . \sin^2 3\theta_L \right)^2 & si \ |\theta_L| \geqslant \theta_T \end{cases} \quad (5)$$

avec un paramètre supplémentaire $\theta_T \in \left[0, \frac{\pi}{6} \right]$ appelé angle de transition et les fonction s $A(\theta_L), B(\theta_L), C(\theta_L),$ définies par :

$$\begin{cases} A(\theta_L) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \sin\varphi_{pp} . sgn\,\theta_L . \sin\theta_T - B(\theta_L) . sgn\,\theta_L . \sin\theta_T - C(\theta_L) . \sin^2 3\theta_T + \cos\theta_T \\ B(\theta_L) = \frac{sgn\,\theta_L . \sin 6\theta_T \left(\cos\theta_T - \frac{\sqrt{3}}{3\sin\varphi_{pp} . sgn\,\theta_L . \sin\theta_T} \right) - 6\cos 6\theta_T \left(sgn\,\theta_L . \sin\theta_T + \frac{\sqrt{3}}{3\sin\varphi_{pp} . \cos\theta_T} \right)}{18\cos^3 3\theta_T} \\ C(\theta_L) = \frac{-\cos 3\theta_T \left(\cos\theta_T - \frac{\sqrt{3}}{3\sin\varphi_{pp} . sgn\,\theta_L . \sin\theta_T} \right) - 3\, sgn\,\theta_L \sin 3\theta_T \left(sgn\,\theta_L . \sin\theta_T + \frac{\sqrt{3}}{3\sin\varphi_{pp} . \cos\theta_T} \right)}{18\cos^3 3\theta_T} \end{cases} \quad (6)$$

Remarque 2 :

Selon [2] , on ne doit pas prendre une valeur de θ_T trop proche de $\frac{\pi}{6}$, au risque d'un mauvais conditionnement ; et une valeur typique de θ_T peut être prise égale à $\frac{5\pi}{36}$. Avec cette valeur de θ_T et avec $a_{tt} = \frac{1}{20} c . cotan\,\varphi_{pp}$, le lissage hyperbolique proposé conduit à une erreur au maximum égale à 0,13 % dans le plan déviatorique par rapport à la pyramide de Mohr-Coulomb d'origine.

Les Figure 2.2-1 et Figure 2.2-2 sont une représentation graphique de la surface de charge de Mohr-Coulomb originale dans l'espace des contraintes principales. La Figure 2.2-3 montre l'effet du lissage [2] sur les arêtes de la surface de charge de Mohr-Coulomb.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

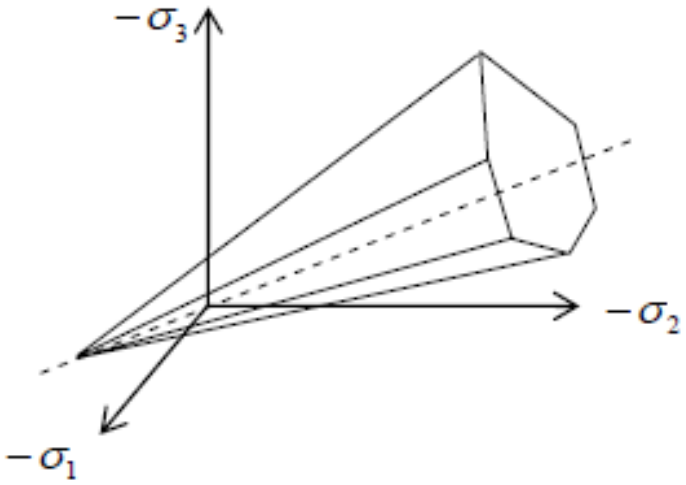


Figure 2.2-1: Représentation de la surface de charge de Mohr-Coulomb dans l'espace tridimensionnel des contraintes principales.

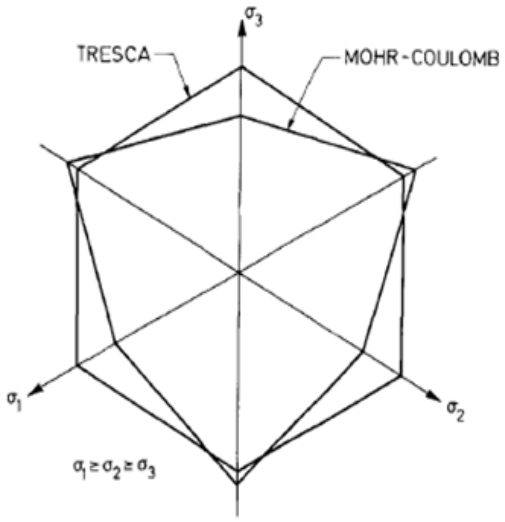


Figure 2.2-2: Représentation de la surface de charge de Mohr-Coulomb dans le plan π des déviateurs des contraintes (tout vecteur représenté dans ce plan correspond à une contrainte déviatorique).

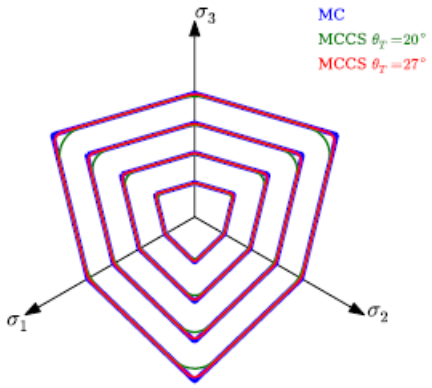


Figure 2.2-3: Représentation de la surface de charge de Mohr-Coulomb lissée dans le plan π des déviateurs des contraintes, pour l'angle de frottement $\varphi_{pp}=25°$ et deux valeurs de θ_T (tirée de [3]).

Un enrichissement du critère (3) est apporté en ajoutant un terme d'écrouissage à la cohésion, sous la forme suivante :

$$-c\,.\cos\varphi_{pp}.\left(1+r_{eg}\cdot\|\boldsymbol{\varepsilon}^{p}\|_{VM}\right) \tag{7}$$

où le paramètre r_{eg} (exprimé sans unités) permet d'introduire un écrouissage linéaire de cohésion.

2.3 Potentiel d'écoulement plastique

L'écoulement plastique de cette loi n'est pas standard (loi non associée), donc non orienté selon la normale à la surface de charge. Les auteurs [2] proposent une expression de l'écoulement plastique à l'aide d'un autre potentiel de même forme analytique que celle du critère (3), en faisant intervenir l'angle de dilatance ψ :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$g(\boldsymbol{\sigma})=\frac{1}{3}I_1.\sin\psi+\sqrt{J_2.K_g(\theta_L)+a_{tt}^2\tan^2\varphi_{pp}.\cos^2\psi}-c.\cos\psi \tag{8}$$

Lorsque $\psi=\varphi_{pp}$, la loi d'écoulement plastique devient associée.

L a fonction $K_g(\theta_L)$ dans (7) est définie par :

$$K_g(\theta_L)=\begin{cases}\left(\cos\theta_L-\frac{\sqrt{3}}{3}\sin\psi.\sin\theta_L\right)^2 & si\ \ |\theta_L|<\theta_T\\ \left(A_g(\theta_L)+B_g(\theta_L).\sin 3\theta_L+C_g(\theta_L).\sin^2 3\theta_L\right)^2 & si\ \ |\theta_L|\geqslant\theta_T\end{cases} \tag{9}$$

les fonctions $A_g(\theta_L)$, $B_g(\theta_L)$, $C_g(\theta_L)$, étant définies par :

$$\begin{cases}A_g(\theta_L)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\sin\psi.sgn\theta_L.\sin\theta_T-B_g(\theta_L).sgn\theta_L.\sin\theta_T-C_g(\theta_L).\sin^2 3\theta_T+\cos\theta_T\\ B_g(\theta_L)=\dfrac{sgn\theta_L.\sin 6\theta_T\left(\cos\theta_T-\frac{\sqrt{3}}{3\sin\psi.sgn\theta_L.\sin\theta_T}\right)-6\cos 6\theta_T\left(sgn\theta_L.\sin\theta_T+\frac{\sqrt{3}}{3\sin\psi.\cos\theta_T}\right)}{18\cos^3 3\theta_T}\\ C_g(\theta_L)=\dfrac{-\cos 3\theta_T\left(\cos\theta_T-\frac{\sqrt{3}}{3\sin\psi.sgn\theta_L.\sin\theta_T}\right)-3sgn\theta_L\sin 3\theta_T\left(sgn\theta_L.\sin\theta_T+\frac{\sqrt{3}}{3\sin\psi.\cos\theta_T}\right)}{18\cos^3 3\theta_T}\end{cases} \tag{10}$$

Lorsque l'état de contrainte se trouve sur la surface de charge $f(\boldsymbol{\sigma})=0$, le taux de déformation plastique est normal au potentiel $g(\boldsymbol{\sigma})$ et s'écrit avec le multiplicateur plastique $d\lambda$:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p=d\lambda.\frac{\partial g}{\partial\boldsymbol{\sigma}}=d\lambda.\mathbf{n}_g \tag{11}$$

où le tenseur d'ordre deux normal extérieur à la surface est :

$$\mathbf{n}_g=\frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma})}{\partial I_1(\boldsymbol{\sigma})}\cdot\mathbf{Id}+\left(\frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma})}{\partial J_2(\boldsymbol{\sigma})}+\frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma})}{\partial\theta_L}\cdot\frac{\partial\theta_L}{\partial J_2(\boldsymbol{\sigma})}\right)\boldsymbol{\sigma}^D+\frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma})}{\partial\theta_L}\cdot\frac{\partial\theta_L}{\partial J_3(\boldsymbol{\sigma})}\cdot\frac{\partial J_3(\boldsymbol{\sigma})}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \tag{12}$$

La seule vraie variable interne thermodynamique est la déformation plastique équivalente $\|\boldsymbol{\varepsilon}^p\|_{VM}$.

On a naturellement $\frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma})}{\partial I_1(\boldsymbol{\sigma})}=\frac{1}{3}\cdot\sin\psi$ et on rappelle que : $\frac{\partial J_2(\boldsymbol{\sigma})}{\partial\boldsymbol{\sigma}}=\boldsymbol{\sigma}^D$.

Remarque 3 *:*

L e potentiel d'écoulement choisi, de même forme que le critère, donc le te nse ur d'écoulement $\mathbf{n}_g$ *, n'est pas affecté par la possible introduction d'un écrouissage linéaire de cohésion, cf. (7) . En effet, l'évolution de la cohésion ne modifie pas la direction normale aux faces de la pyramide* $g(\boldsymbol{\sigma})=0$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4 Dissipation d'énergie par écoulement plastique

La densité de puissance mécanique dissipée par le mécanisme de plasticité est :

$$D = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \tag{13}$$

La dissipation d'énergie mécanique s'obtient par cumul au cours du trajet de chargement.

2.5 Paramètres de la relation de comportement

Les paramètres de la relation de comportement sont :

YoungModulus	Module de Young (positif)	E
PoissonRatio	Coefficient de Poisson	ν
Cohesion	Cohésion (positif ou nul)	c
FrictionAngle	Angle de frottement (fourni en °)	φ_{pp}
DilatancyAngle	Angle de dilatance (fourni en °)	ψ
TransitionAngle	Angle de Lode de transition (fourni en °, inférieur à 30 °)	θ_T
TensionCutOff	Troncature de traction (positive ou nulle)	a_{tt}
Hardening Coef	Écrouissage de cohésion (positif ou nul)	r_{eg}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Intégration numérique de la loi de comportement

Le choix dans *MFront* est porté sur l'intégration locale des systèmes d'équations différentiels non linéaires du premier ordre écrits de la manière suivante :

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{G}\left(\mathbf{Y}, t\right) \tag{14}$$

Remarque 4 **:**

On doit noter que l'interface nécessite la fourniture des composantes des déformations élastiques à l'état initial. Par défaut elles sont supposées nulles .

3.1 Intégration implicite directe

Une intégration implicite de type θ -méthode est choisie dans [4] pour l'intégration numérique du système non linéaire ; de fait on prend $\theta = 1$ (schéma totalement implicite de manière à respecter exactement le critère à la fin du pas de temps).

La prédiction est élastique linéaire :

$$\boldsymbol{\sigma}^{+}_{pred} = \boldsymbol{\sigma}^{-} + \mathbf{A} \,.\, d\,\boldsymbol{\varepsilon} \tag{15}$$

puis on calcule les valeurs de prédiction des trois invariants tensoriels I_1 , J_2 , J_3 , et on évalue le critère (3), cf. § 2.2 .

Si l'on n'est pas en charge plastique, alors $d\,\lambda = 0$ et $\boldsymbol{\sigma}^{+} = \boldsymbol{\sigma}^{-} + \mathbf{A} \,.\, d\,\boldsymbol{\varepsilon}$. Sinon, on entame la résolution du zéro des équations non linéaires.

La méthode itérative de Newton-Raphson est choisie pour le calcul du zéro des équations non linéaires exprimant le respect de l'équation de cohérence $\dot{f} = 0$, pour le critère (3) cf. § 2.2 et l'expression de la relation de comportement (2) avec la direction d'écoulement plastique, cf. § 2.3, fournissant le taux de multiplicateur plastique $d\,\lambda$ et le taux de contraintes en utilisant la prédiction élastique $\boldsymbol{\sigma}^{e}$; la matrice jacobienne réactualisée est utilisée à chaque itération locale.

L a contrainte finale $\boldsymbol{\sigma}^{+}$ est calculée par :

$$\boldsymbol{\sigma}^{+} = \boldsymbol{\sigma}^{e} - \mathbf{A} \,.\, d\,\boldsymbol{\varepsilon}^{p} = \boldsymbol{\sigma}^{e} - d\,\lambda \,.\, \mathbf{A} \,.\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{g}} \tag{16}$$

La tolérance choisie de l'intégration locale non linéaire est fournie par le mot-clé `RESI_INTE_RELA` dans le mot-clé facteur `RELATION` des opérateurs de calcul non linéaire. Cette valeur est transmise dans la variable @Epsilon de *MFront*, dont la valeur par défaut est : 10^{-14} . Il est conseillé de ne pas adopter de valeur supérieure à 10^{-10} . Le mot-clé `ITER_INTE_MAXI` dans le mot-clé facteur `RELATION` est également affecté à la variable @iterMax.

Le paramètre numérique spécifique positif noté r_{eg} (exprimé sans unité) est fourni avec les paramètres de lissage : l'angle de Lode de transition θ_T et la troncature de traction a_{tt} . Il ajoute une contribution de type écrouissage au critère, qui sera choisie faible devant 1 . Le terme $-c \,.\, \cos\varphi_{pp}$ dans le critère (3) devient, cf. (7) :

$$-c \,.\, \cos\varphi_{pp} \,.\, \left(1 + r_{eg}\left(\lambda + d\,\lambda\right)\right) \tag{17}$$

Après convergence de l'intégration locale la mise à jour des variables est réalisée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.2 Mise à jour à la fin du pas d'intégration

Une fois les équations non linéaires résolues on a directement la mise à jour du tenseur contrainte finale $\boldsymbol{\sigma}^+$.

On calcule aussi la déformation plastique équivalente `EquPlasticStrain` , égale à λ^+ , la déformation plastique volumique `VolPlasticStrain` , la densité volumique de dissipation mécanique cumulée `Dissipation` .

3.3 Expression de la matrice tangente cohérente

La matrice tangente cohérente analytique du système non linéaire à résoudre par la méthode de Newton utilise les dérivées des diverses grandeurs définies pour exprimer l'équation de cohérence $\hat{f}=0$ pour le critère (3), cf. § 2.2 et pour exprimer la relation de comportement (2) avec la direction d'écoulement plastique, cf. § 2.3, par rapport à λ (en tenant compte aussi de (17)), et par rapport à $\boldsymbol{\sigma}$. La matrice tangente cohérente du système non linéaire est ainsi définie par :

$$\mathbf{J}=\begin{pmatrix} \mathbf{A}.\left(\mathbf{Id}_4+d\,\lambda\,\dfrac{\partial\,\mathbf{n}_g}{\mathbf{A}^{-1}.\partial\boldsymbol{\sigma}}\right) & \mathbf{A}.\mathbf{n}_g \\ \dfrac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\sigma}} & \dfrac{\partial f}{\partial\lambda}=-c\cdot r_{eg}\cdot\cos\varphi_{pp} \end{pmatrix} \tag{18}$$

La dimensionnalisation de la ligne associée à l'équation de cohérence utilise le module de Young afin d'avoir une dimension de l'ordre des contraintes et ainsi mieux conditionner cette matrice .
O n voit aussi par là l'avantage de choisir le paramètre d'écrouissage r_{eg} non nul qui permet d'ajouter une contribution non nulle sur la diagonale de cette matrice.

3.4 Étapes *MFront*

Le comportement est défini dans le fichier `MohrCoulombAS.mfront` .

Nommage	`nom = 'MohrCoulombAS',` `symbol_mfront = 'MohrCoulombAS',`
Parser/DSL	`Implicit`
Algorithme	`NewtonRaphson` `algo_inte = ('NEWTON',)`

Paramètres schéma	`@Theta 1.`
	`@IterMax 30`
	`@Epsilon 1.E-14`

Modélisations	`'3D', 'AXIS', 'D_PLAN'`

Déformations	`'PETIT'`
	`'PETIT_REAC'`
	`'GDEF_LOG'`

Matrice tangente	`syme_matr_tang = (' N o ',)`

3.5 Variables locales *MFront*

`eel`	Tenseur de déformations élastiques
`eto`	Tenseur de déformations totales

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

sig	Tenseur des contraintes
sig_el s_el	Tenseur des contraintes élastiques et son déviateur
dt	incrément de pas de temps
@StateVariable : lam	Equivalent Plastic Strain
@MaterialProperty	Young : YoungModulus nu : PoissonRatio C : Cohesion phi : FrictionAngle psi : DilatancyAngle lodeT : TransitionAngle a : TensionCutOff reg : Hardening Coef
F, Fy	critère
n	Stensor : direction d'écoulement plastique
nf	Dérivée du critère par rapport à sig
dfeel_ddeel df eel _ddlam dflam_ddeel dflam_ddlam	Termes de la matrice Jacobienne
dlam	Incrément de multiplicateur plastique
e pv du ip	VolPlasticStrain Dissipation PlasticIndex

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Variables internes de la loi de comportement

Voici la liste des variables internes stockées. On indique également leur nommage.

$V1$ à $V6$ en 3D $V1$ à $V4$ en 2D	Composantes du tenseur des déformations élastiques (demandées par *MFront*)
$V7$ en 3D ($V5$ en 2D)	Déformation plastique équivalente $\|\|\boldsymbol{\varepsilon}^p\|\|_{VM}$: vraie variable interne thermodynamique : `EquPlasticStrain`
$V8$ en 3D ($V6$ en 2D)	Déformation plastique volumique $\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\varepsilon}^p$: `VolPlasticStrain`
$V9$ en 3D ($V7$ en 2D)	Densité d'énergie mécanique dissipée $D(t)=\int_0^t \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon}^p$: `Dissipation`
$V10$ en 3D ($V8$ en 2D)	Indicateur d'activation de la plasticité (1) ou non (0) : `PlasticIndex`

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Vérification et validation de la loi de comportement

Voici la liste des cas de vérification et de validation disponibles :

intitulé	documentation	Titre et objet
SSNV232	[V6.04.232]	essai triaxial drainé monotone (point matériel). La solution est comparée à une solution analytique.
SSNV233	[V6.04.233]	essai de torsion drainé monotone (point matériel).
WTNV142	[V7.31.142]	essai triaxial non drainé monotone (point matériel).
COMP012	[V6.07.112]	essai triaxial drainé monotone à déplacement imposé (point matériel). La solution est comparée à une solution analytique. Avec la macro-commande CALC_ESSAI_GEOMECA .
COMP001	[V6.07.1 01]	Vérification de comportements élastoplastiques sur point matérie pour un changement d'unités et après rotation du référentiel.
SSNP104	[V6.03.104]	en chargement monotone : semelle rigide posée sur un sol homogène. Comparaison avec les résultats obtenus avec la loi élastoplastique de Mohr-Coulomb d'origine et des résu.ltats analytiques . Versions vérification et validation

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Bibliographie

1. [R7.01.28] Loi de Mohr-Coulomb.

2. Abbo, A. J. and Sloan, S. W. *A smooth hyperbolic approximation to the Mohr-Coulomb yield criterion*. Computers & Structures. February 1995. Vol. 54, no. 3, p. 427–441. DOI 10.1016/0045-7949(94)00339-5.

3. Nagel, T., Minkley, W., Böttcher, N., Naumov, D., Görke, U.-J. and Kolditz, O. *Implicit numerical integration and consistent linearization of inelastic constitutive models of rock salt*. Computers & Structures. April 2017. Vol. 182, p. 87–103. DOI 10.1016/j.compstruc.2016.11.010. Voir aussi : http://tfel.sourceforge.net/MohrCoulomb.html.

4. Invariant-based implementation of the Mohr-Coulomb elasto-plastic model in OpenGeoSys using MFront : http://tfel.sourceforge.net/MohrCoulomb.html

5. NGUYEN Q.S. – Stabilité et mécanique non linéaire – Hermès, Paris, 2000.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)