Méthode de prise en compte de l'interaction Plancher-Matériel

Résumé :

Dans les études sismiques, on est souvent amené à réaliser des spectres de plancher pour des bâtiments où les équipements sont modélisés par des masses ajoutées au plancher. Ces masses supplémentaires impactent les spectres de plancher. La méthode proposée ici permet de modifier les spectres de plancher en prenant en compte l'interaction des masses et du plancher.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des matières

1Introduction de la méthode IPM....3
1.1Méthode....3
1.2Prises en compte des matériels dans la modélisations....3
2Développement de la méthode....5
2.1Principes de la méthode....5
2.2Calcul des fonctions de transfert....7
2.2.1Fonction de transfert pour le modèle B....7
2.2.2Fonction de transfert dans le modèle A....8
2.2.3Fonction de transfert totale....8
2.2.4Conditions initiales....8
3Description des versions du document....9
4Bibliographie....9

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction de la méthode IPM

La problématique de la prise en compte du couplage dynamique entre les structures principales et secondaires dans l'élaboration des spectres de plancher verticaux est un point important de l'étude dynamique des structure.

Sur certaines bandes de plancher sont parfois installés des équipements dont la masse totale rapportée à celle de la bande de plancher peut atteindre quelques pourcents voire quelques dizaines de pourcent. Or, l'interaction entre ces équipements et la bande de plancher va avoir tendance en général à atténuer les amplifications observées, surtout lorsqu'il y a coïncidence entre la fréquence du plancher et les fréquences propres des équipements qui y sont installés.

Les investigations réalisées à ce titre ont démontré que les ratios de masse équipements/structure étaient susceptibles dans certains cas de générer un couplage dynamique, qualifié d'Interaction Plancher-Matériel, et ayant pour principal effet, lorsque les fréquences propres des équipements sont proches de celles du support, de modifier le comportement dynamique du plancher par rapport au cas «rigide ».

Ce document s'inscrit dans une volonté de produire des spectres de plancher réalistes prenant en compte les effets de couplage dynamique comme le prescrit les guides de l'ASN ([1]).

1.1 Méthode

L'interaction matériel-plancher repose sur le principe qu'un équipement lourd disposé sur un plancher modifie le comportement du plancher. Des hypothèses simplificatrices sont retenues pour la modélisation du plancher et de l'équipement. Les deux seront représentés par des oscillateurs 1D dans la direction verticale.

La démarche décrite dans cette note conduit à la construction de spectres de plancher corrigés par l'IPM. Ces spectres de plancher sont obtenus à partir des accélérogrammes bruts verticaux (c'est-à-dire ne prenant pas en compte l'IPM) issus d'une analyse sismique transitoire préalable.

1.2 Prises en compte des matériels dans la modélisations

Avant toute modélisation d'un bâtiment, une réflexion doit s'imposer sur la prise en compte des matériels dans le bilan des masses.

Trois règles peuvent être dégagées sur la prise en compte des matériels (ou structures secondaires) dans la modélisation [1] :

- Les petits matériels (quelques centaines de kilogrammes) ne sont pas pris en compte. Ils sont en effet couverts par la surcharge forfaitaire sur les planchers ;
- Si la masse du matériel est faible (voir Figure 1) en regard de celle de son support, son comportement dynamique a peu d'influence sur le comportement dynamique de la structure porteuse. On se contente de représenter ce matériel par des masses ajoutées dans le modèle de bâtiment ;
- Pour des éléments de masse importante ayant un support suffisamment souple, se pose alors la question du couplage dynamique entre la structure et le matériel qui y est attaché.

Pour résumer, lorsqu'un matériel est supposé découplé du plancher, sa masse est simplement prise en compte dans le modèle de plancher comme une masse ajoutée répartie ou localisée. En revanche, lorsqu'un matériel est supposé couplé, il est nécessaire de prendre en compte le matériel dans le modèle global afin de caractériser les phénomènes de couplage. Une analyse modale des équipements posés sur le panneau de plancher doit être réalisée, il faut en dégager les modes principaux. Les matériels sont ensuite représentés dans le modèle global comme des oscillateurs simples .

Cependant, il arrive parfois que certains équipements aient été pris en compte en tant que masse ajoutée sans y attacher de raideur car leur masse relativement faible, prise individuellement, ne le justifiait pas ou bien lorsque le couplage dynamique d'un équipement avait été jugé non significatif par les modélisateurs .

Cette méthode a pour but de corriger ce manque à la modélisation amont par une prise en compte a posteriori du couplage dynamique entre les structures primaires et les équipements. Les équipements concernés peuvent

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

être composés d'une somme de petits équipements dont la masse totale et les caractéristiques modales vérifient le critère exposé Figure 1 (par exemple : une rangée d'armoires électriques) ou bien d'un équipement unique vérifiant ce même critère en masse et en fréquences

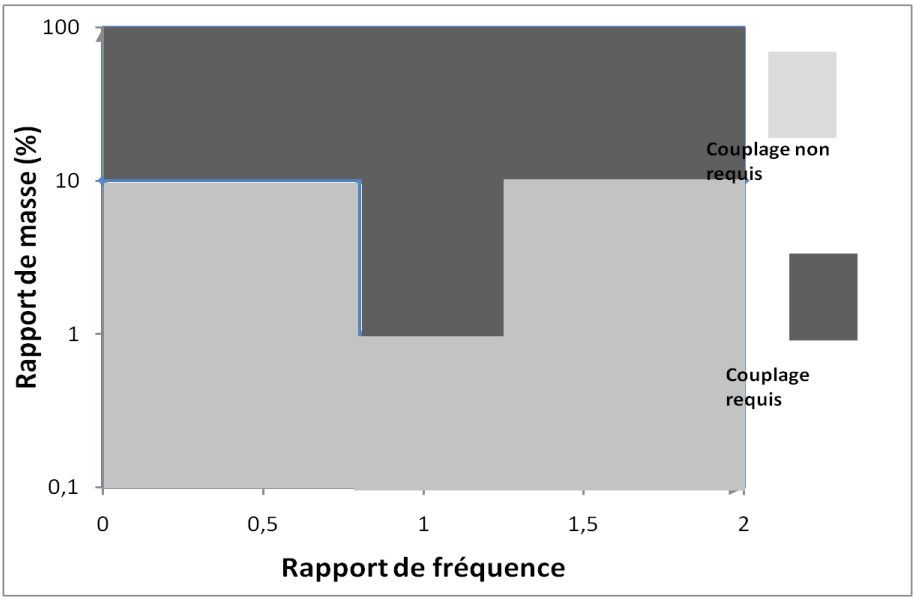


Figure 1 : Critères de couplage/découplage [2]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Développement de la méthode

2.1 Principes de la méthode

La méthode proposée repose sur l'hypothèse simple que la réponse du plancher sans Interaction Plancher-Matériel (IPM) peut être assimilée à la réponse d'un oscillateur 1D de fréquence f_1, de masse m_1+m_2 et d'amortissement ξ_1 (voir Figure 2), où nous avons défini m_1 comme étant la masse du plancher et m_2 la masse de l'équipement.

C'est le mode de flexion des panneaux de plancher qui est pris en compte par la modélisation unidimensionnelle du plancher. Nous considérons en outre que la masse modale mobilisée par le mode de flexion est la masse totale du plancher, ce qui est une hypothèse conservative. La réponse du plancher sans IPM revient à considérer que l'équipement de masse m_2 est rigidement lié au plancher.

L'équipement est quant à lui caractérisé par un ensemble d'oscillateurs 1D de fréquences et de masses variables. Nous supposons en effet que les équipements lourds disposés sur le plancher possèdent plusieurs fréquences propres dans la direction verticale. Les caractéristiques modales de l'équipement (fréquences et masses participatives) sont à déterminer en amont du calcul par l'utilisateur. Ces données peuvent être trouvées dans les notes de qualification ou les notes de dimensionnement. Un calcul par éléments finis peut également fournir ce type d'information. Chacune des caractéristiques mécaniques des oscillateurs représentant l'équipement porteront l'indice i dans la suite de ce document.

A partir de la masse m_2 de l'équipement et de la masse m_1 du plancher, on définit le ratio de masse $\lambda=m_2/m_1$.

La méthode utilisée pour obtenir les spectres de plancher corrigés repose sur le principe suivant :

- L'accélérogramme issu des calculs de réponse du bâtiment et des planchers caractérise le mouvement de la masse m_1+m_2 dans le modèle A (voir Figure 2) ;
- L'accélérogramme corrigé prenant en compte l'IPM est calculé en considérant que l'équipement est caractérisé par une série d'oscillateurs simples ;
- A partir de l'accélérogramme corrigé, des spectres de plancher corrigés sont calculés pour différentes valeurs du pourcentage d'amortissement critique.

Pour le calcul de l'accélérogramme corrigé, nous employons une méthode fréquentielle fondée sur l'utilisation de fonctions de transfert. Cette méthode suppose donc le calcul de la transformée de Fourier de l'accélérogramme de départ (ou accélérogramme brut).

Un calcul de transformée de Fourier inverse permet de trouver l'accélérogramme corrigé après avoir multiplié la FFT (Fast Fourier Transform) de l'accélérogramme de départ par la fonction de transfert entre le mouvement de la masse m_1 dans le modèle A et le modèle B.

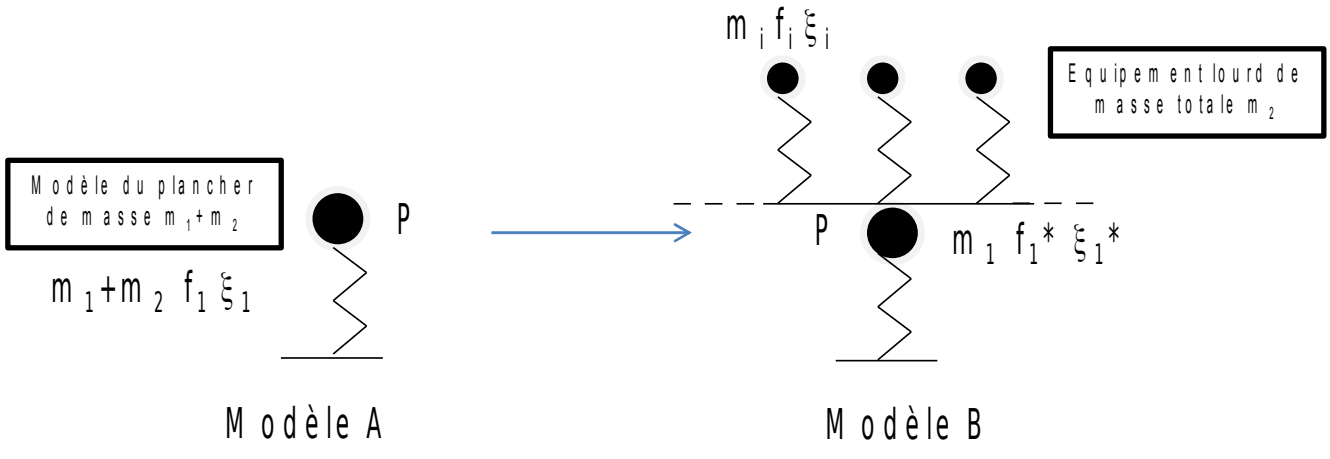


Figure 2 : Descriptions des modèles

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Nous définissons les notations suivantes :

- $\omega_1=\sqrt{\frac{k_1}{m_1+m_2}}$
- $f_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m_1+m_2}}$
- C_1 désigne le coefficient d'amortissement
- $\xi_1=\frac{C_1}{2(m_1+m_2)\omega_1}$
- $f_1^*=f_1\sqrt{1+\lambda}$
- $\xi_1^*=\xi_1\sqrt{1+\lambda}$
- $\lambda=\frac{m_2}{m_1}$
- $f_i\in 0,40\,Hz$
- $m_i=\alpha_i m_2$
- $\Sigma_i \alpha_i=1$
- $\lambda_i=\alpha_i \lambda$

Dans ces notations, nous avons désigné par α_i les masses effectives unitaires associées à chaque mode de l'équipement lourd et par λ_i le rapport de masse associé à chacun de ces modes. Nous noterons N le nombre total d'oscillateurs constituant les équipements disposés sur le plancher.

Dans le modèle A, l'oscillateur a une masse m_2+m_1 car nous considérons que l'accélérogramme brut, calculé lors d'une analyse transitoire préalable, prend en compte les masses ajoutées. Cela suppose donc que le modèle éléments finis du plancher intègre les masses ajoutées des équipements lourds.

Les calculs nécessaires à la modification des spectres de plancher se déroulent de la manière suivante :

- Identification des paramètres (fréquence f_1 et amortissement ξ_1 du support ; amortissements ξ_i de l'équipement lourd, rapport de masse λ, masses effectives unitaires α_i et fréquences λ_i) ;
- Lecture de l'accélérogramme au point du plancher étudié $\ddot{x}(t)$;
- Transformée de Fourier de l'accélérogramme, $\hat{\ddot{x}}(\omega)$;
- Calcul de la fonction de transfert entre le mouvement de la masse m_1 dans le modèle A et dans le modèle B (voir Figure 2), $H(\omega)$;
- Produit $\hat{\ddot{x}}(\omega)H(\omega)$;
- Transformée de Fourier inverse, $\ddot{y}(t)$;

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Calcul du spectre associé à $\ddot{y}(t)$ à l'amortissement souhaité ξ .

Nous obtenons après calculs, une série de spectres aux valeurs d'amortissement souhaitées. Ces spectres constituent les spectres de plancher corrigés à inclure dans les recueils de spectres. Le calcul peut-être réalisé pour plusieurs points du plancher.

2.2 Calcul des fonctions de transfert

Dans cette section, nous proposons de développer les équations conduisant à la correction des spectres de plancher par l'IPM.

La fonction de transfert entre les points P des modèles A et B, voir Figure 2 et Figure 3, est égale à la fonction de transfert entre la base et le point P dans le modèle B divisée par la fonction de transfert entre la base et le point P dans le modèle A.

2.2.1 Fonction de transfert pour le modèle B

Ci-dessous les équations du mouvement pour une excitation $\ddot{x}_b$ à la base du modèle B :

$$m_i \ddot{x}_i + C_i(\dot{x}_i - \dot{x}_1) + k_i(x_i - x_1) = -m_i \ddot{x}_b \text{ pour } i \in [2\,;N] \quad (1)$$

Et :

$$m_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + \sum_{i=2,N} C_i(\dot{x}_1 - \dot{x}_i) + k_1 x_1 + \sum_{i=2,N} k_i(x_1 - x_i) = -m_1 \ddot{x}_b \quad (2)$$

Pour une sollicitation harmonique de pulsation p d'amplitude $\hat{x}_b$, les équations s'écrivent :

$$-m_i p^2 \hat{x}_i + ipC_i(\hat{x}_i - \hat{x}_1) + k_i(\hat{x}_i - \hat{x}_1) = m_i p^2 \hat{x}_b \text{ pour } i \in [2\,;N] \quad (3)$$

Et :

$$-m_1 p^2 \hat{x}_1 + ipC_1 \hat{x}_1 + \sum_{i=2,N} ipC_i(\hat{x}_1 - \hat{x}_i) + k_1 x_1 + \sum_{i=2,N} k_i(\hat{x}_1 - \hat{x}_i) = m_1 p^2 \hat{x}_b \quad (4)$$

Qu'on peut ré-écrire :

$$(-p^2 + 2ip\omega_i\xi_i + \omega_i^2)\hat{x}_i - 2(2ip\omega_i + \omega_i^2)x_1 = p^2 \hat{x}_b \text{ pour } i \in [2\,;N] \quad (5)$$

Et :

$$(-p^2 + 2ip\omega_1\xi_1 + \omega_1^2)\hat{x}_1 + \sum_{i=2,N} (\lambda_i\omega_i\xi_i + \lambda_i\omega_i^2)\hat{x}_1 - \lambda(2ip\omega_i\xi_i + \omega_i^2)\hat{x}_i = p^2 \hat{x}_b \quad (6)$$

A partir de l'équation 5, nous obtenons :

$$\frac{\hat{x}_i}{\hat{x}_b} = \frac{(2ip\omega_i + \omega_i^2)\dfrac{\hat{x}_1}{\hat{x}_b} + p^2}{-p^2 + 2ip\omega_i\xi_i + \omega_i^2} \text{ pour } i \in [2\,;N] \quad (7)$$

On définit les notations suivantes :

$$\Delta_i = -p^2 + 2\mathrm{ip}\omega_i\xi_i + \omega_i^2 \text{ pour } i \in [2\,;N]$$

$$\bar{x}_j = \frac{\hat{x}_j}{\hat{x}_b} \text{ pour } j \in [2\,;N]$$

$$\bar{x}_i = \frac{(\Delta_i + p^2)}{\Delta_i} x_1 + \frac{p^2}{\Delta_i} \text{ pour } i \in [1\,;N]$$

En utilisant ces notations dans l'équation 6 , on obtient :

$$\Delta_1 \bar{x}_1 + \sum_{i=2,N} [\lambda_i(\Delta_i + p^2)]\bar{x}_1 - \lambda_i[\Delta_i + p^2]\bar{x}_i = p^2 \quad (8)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En définissant le déplacement absolu par $X_i = \hat{x}_1 + \hat{x}_b$, la fonction de transfert au point 2 vaut :

$$T_B(p) = \frac{X_1}{\hat{x}_b} = 1 + \bar{x}_1 = 1 + p^2 \left(\frac{1 + \sum_{i=2,N} \lambda_i (\Delta_i + p^2)}{\Delta_1 + \sum_{i=2,N} \lambda_i (\Delta_i + p^2) - \lambda_i \frac{(\Delta_i + p^2)^2}{\Delta_i}} \right) \quad (9)$$

2.2.2 Fonction de transfert dans le modèle A

Avec les mêmes notations ne concernant que l'oscillateur simple représentant le support dans le modèle A :

$$(m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = -(m_1 + m_2)\ddot{x}_b \quad (10)$$

Et :

$$-(m_1 + m_2) p^2 \hat{x}_1 + ipC_1 \hat{x}_1 + k_1 \hat{x}_1 = (m_1 + m_2) p^2 \hat{x}_b \quad (11)$$

Pour une sollicitation harmonique de pulsation p d'amplitude $\hat{x}_b$, les équations s'écrivent :

$$(-p^2 + 2i\omega\xi_{1p} + \omega_1)\hat{x}_1 = p^2 \hat{x}_b \quad (12)$$

En définissant le déplacement absolu par $X_1 = \hat{x}_1 + \hat{x}_b$, la fonction de transfert au point 2 vaut :

$$T_A(p) = \frac{X_1}{\hat{x}_b} = 1 + \bar{x}_1 = 1 + \frac{p^2}{\Delta_1} \quad (13)$$

2.2.3 Fonction de transfert totale

La fonction de transfert totale $H(\omega)$ est ensuite calculée en effectuant le simple rapport entre T_A et T_B :

$$H(\omega) = \frac{T_B(\omega)}{T_A(\omega)} \quad (14)$$

On vérifie bien que lorsque $\lambda = 0$ ou $f_i \to \infty$, pour $i \in [2\,;N]$, alors $H(\omega) = 1$; il n'y a donc, dans ces deux cas, aucune incidence sur le spectre brut d'entrée.

2.2.4 Conditions initiales

La transformation de l'accélération du nœud P entre le modèle A et B suppose que les conditions initiales sont identiques entre ces deux modèles.
On vérifie que ces conditions sont nulles en comparant la valeur initiale par rapport à la valeur maximale du signal :

$$\frac{|\ddot{x}_A(0)|}{max(|\ddot{x}_A(t)|)} < tol \quad (15)$$

Si cette condition n'est pas satisfaite et que l'option de correction est choisie, on modifie la valeur initiale du signal du modèle A à 0.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
12.7	N.GREFFET EDF/R&D/AMA	Version initiale du document.

4 Bibliographie

[1] **ASN** (**2006**). *Guide/2/01 - Prise en compte du risque sismique à la conception des ouvrages de génie civil d'installations nucléaires de base à l'exception des stockages à long terme des déchets radioactifs*, ASN, Rapport interne .

[2] **Betbeder-Matibet, J.**, (**2003**). *Prévention parasismique - Volume 3*. Lavoisier.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)