AHLV101 - Guide d'onde à sortie anéchoïque

Résumé :

Un guide d'onde rectiligne à sortie anéchoïque, à parois rigides, dont le milieu de propagation est de l'air "normal", est excité par une onde incidente harmonique, normale à la face d'entrée. On calcule le champ de pression acoustique de la réponse harmonique en utilisant la formulation élasto-acoustique en pression-déplacement-potentiel des déplacements.

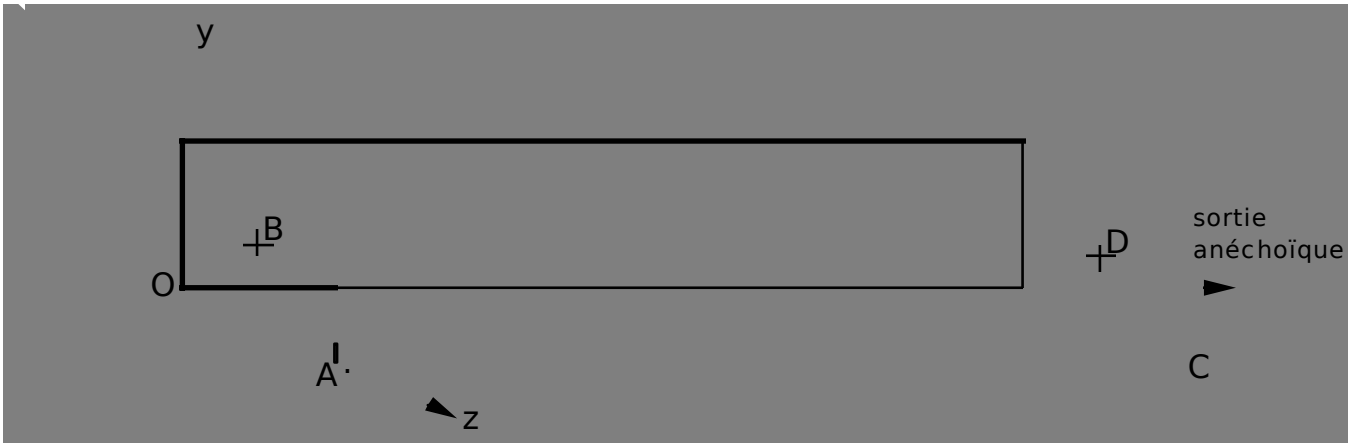
Les tests concernent six modélisations différentes (éléments finis élasto-acoustiques tridimensionnels, bidimensionnels et axisymétriques), ils permettent de valider les matrices de rigidité, de masse, d'impédance et du vecteur source pour les six modélisations. Les trois premières sont pour FORMULATION='U_P_PHI', les trois suivantes pour FORMULATION='U_P' et les trois dernières pour FORMULATION='U_PSI'.

Le résultat de référence provient d'un calcul analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Tube à section rectangulaire :

longueur : $L = l_x = 1.0\,m$
hauteur : $h = l_y = 0.1\,m$
largeur : $l = l_z = 0.2\,m$

Coordonnées des points (en m) :

	A	B	C	D
x	0.	0.	1.00	1.00
y	0.	0.05	0.	0.05
z	0.20	0.10	0.20	0.10

1.2 Propriétés des matériaux

Air :

$\rho = 1.3\,kg.m^{-3}$
$c = 343.\,m.s^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Pression d'onde incidente normale à l'entrée $P_i = P_0 * e^{i\omega t}$ Avec $P_0 = 1.0\,Pa$

Fréquence $f = 500\,Hz$

Impédance à l'extrémité CD $Z = \rho c = 445.9\,kg.m^{-2}s^{-1}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les fréquences de l'excitation sont assez basses et conjointement le guide d'onde est suffisamment long par rapport à ses dimensions latérales pour qu'on se limite aux ondes planes : le phénomène est alors identique en tous points d'un plan d'onde, c'est-à-dire ne dépend pas des coordonnées décrivant les points de ce plan, y et z par exemple.

On donne dans cette hypothèse la solution générale bien connue des équations de l'acoustique pour les deux grandeurs **pression** p et **vitesse acoustique** v :

$$v = f\left(t-\frac{x}{c}\right)+g\left(t+\frac{x}{c}\right) \tag{1}$$

Et :

$$p = \rho c\left[f\left(t-\frac{x}{c}\right)-g\left(t+\frac{x}{c}\right)\right] \tag{2}$$

Le guide est supposé fermé à l'extrémité d'abscisse L sur une impédance Z_L ; il se produit une réflexion au niveau de cette impédance, ce qui donne une onde de retour g.

En chaque point du guide, il y a alors superposition des deux fonctions f et g ; par définition même l'impédance terminale Z_L impose au point d'abscisse L, entre p et v la relation suivante :

$$\frac{p_L}{v_L} = Z_L \tag{3}$$

Dans le cas harmonique f et g s'écrivent :

$$\begin{aligned} f\left(t-\frac{x}{c}\right) &= I\, e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \\ g\left(t+\frac{x}{c}\right) &= R\, e^{i\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)} \end{aligned} \tag{4}$$

où I et R sont déterminés par les conditions aux limites.

Dans le calcul de l'impédance $Z=\frac{p}{v}$ en tout point x la variable temps cette fois s'élimine, conformément au calcul même des impédances et s'écrit :

$$Z(x) = Z_0 \frac{I\, e^{-i\omega\frac{x}{c}} - R\, e^{i\omega\frac{x}{c}}}{I\, e^{-i\omega\frac{x}{c}} + R\, e^{i\omega\frac{x}{c}}} \tag{5}$$

L'impédance terminale devient :

$$Z_L = Z_0 \frac{I\, e^{-i\omega\frac{L}{c}} - R\, e^{i\omega\frac{L}{c}}}{I\, e^{-i\omega\frac{L}{c}} + R\, e^{i\omega\frac{L}{c}}} \tag{6}$$

On appelle $Z_0 = \rho c$ l'impédance itérative.

Sur la frontière fluide à l'entrée du guide la condition limite de type onde incidente imposée à $P_i = P_0 e^{i\omega t}$, s'obtient en écrivant à la frontière la relation linéaire suivante :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$p-\rho c v_n = P_i \tag{7}$$

où $v_n = \boldsymbol{v}.\boldsymbol{n}$ est la vitesse suivant la normale unitaire $\boldsymbol{n}$ **sortante** du fluide.

On impose de plus à la sortie du guide une valeur d'impédance terminale $Z_L = Z_0$ qui en fait une extrémité anéchoïque.

L'impédance terminale est égale à l'impédance itérative Z_0 quand $R=0$, c'est-à-dire quand il n'y a pas d'onde de retour ; on a alors une onde **progressive** pure dans le sens de l'onde incidente, soit :

$$\begin{aligned} v &= I\, e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \\ p &= \rho c I\, e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \end{aligned} \tag{8}$$

Ainsi la relation d'onde incidente imposée (7) s'écrit :

$$p-\rho c v_n = p(x=0)+\rho c v(x=0) = 2\rho c I\, e^{i\omega t} \tag{9}$$

d'où on identifie $2\rho c I e^{i\omega t} = P_i$; on en déduit l'expression de l'onde **progressive** de pression dans le guide lorsqu'on impose P_i à l'entrée du guide :

$$p = \frac{P_i}{2} e^{-i\omega\frac{x}{c}} = \frac{P_0}{2} e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \tag{10}$$

2.2 Résultats de référence

Pression aux points A, B, C, D (pour les modélisations A, B, C, D, E et F).

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

1. F. STIFKENS "Introduction dans le *Code_Aster* de condition limite de type onde incidente en vibro-acoustique - Rapport HP-61/95/026/

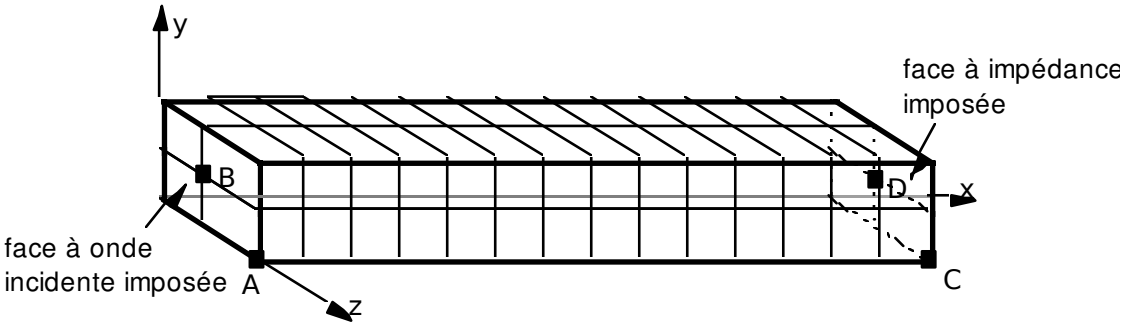
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation D

Il s'agit de la même modélisation que A mais avec FORMULATION='U_P'.

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel des déplacements éléments '3D_FLUIDE'



Découpage = 15 mailles HEXA20 selon l'axe des x
2 mailles HEXA20 selon l'axe des y
2 mailles HEXA20 selon l'axe des z

Conditions limites :

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA: Entrée      PRES: 1.0  )
IMPE_FACE:    (GROUP_MA: Sortie      IMPE: 445.9)
```

Nom des nœuds $A=No1$ $B=No780$ $C=No751$ $D=No763$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds :	471
Nombre de mailles et types :	60 HEXA20 8 QUAD8

3.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence
A	p (réel)	0.5
	p (imag)	0.0
B	p (réel)	0.5
	p (imag)	0.0
C	p (réel)	–0.482466
	p (imag)	–0.131252
D	p (réel)	–0.482466
	p (imag)	–0.131252

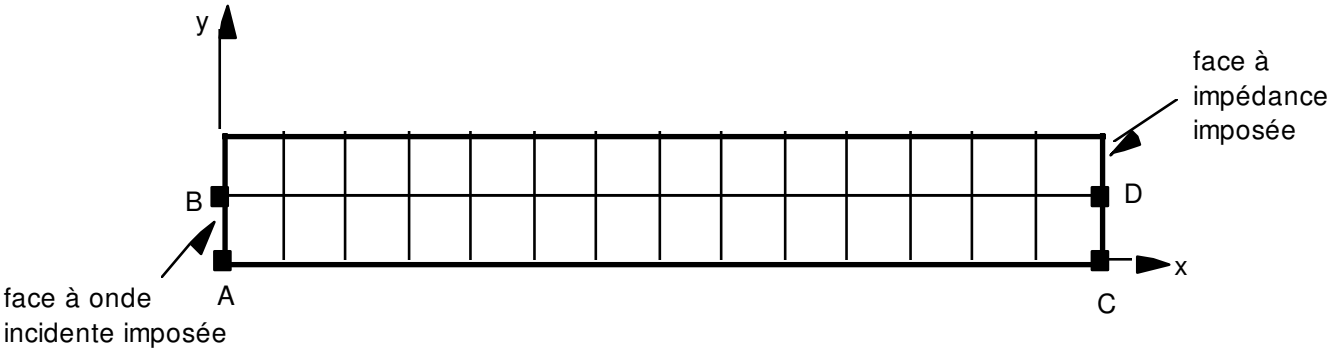
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation E

Il s'agit de la même modélisation que B mais avec FORMULATION='U_P'.

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression potentiel des déplacements éléments '2D_FLUIDE'



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des x
2 mailles QUAD8 selon l'axe des y

Conditions limites :

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA: Entrée      PRES: 1.0  )
IMPE_FACE:    (GROUP_MA: Sortie      IMPE: 445.9)
```

Nom des nœuds $A=No1$ $B=No3$ $C=No751$ $D=No153$

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

4.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence
A	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
B	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
C	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$
D	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$

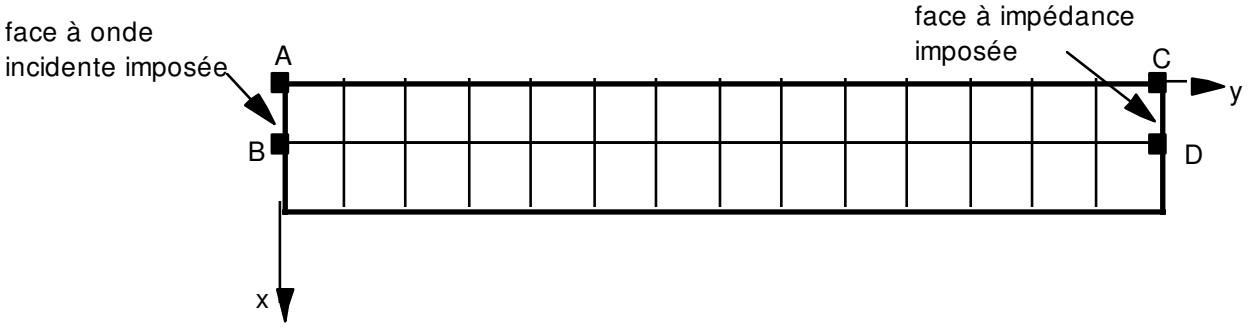
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation F

Il s'agit de la même modélisation que C mais avec FORMULATION='U_P'.

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel des déplacements éléments 'AXIS_FLUIDE'



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des y
2 mailles QUAD8 selon l'axe des x

Conditions limites :

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA: Entrée      PRES: 1.0  )
IMPE_FACE:    (GROUP_MA: Sortie      IMPE: 445.9)
```

Nom des nœuds $A = No1$ $B = No3$ $C = No151$ $D = No153$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

5.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence
A	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
B	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
C	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$
D	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$

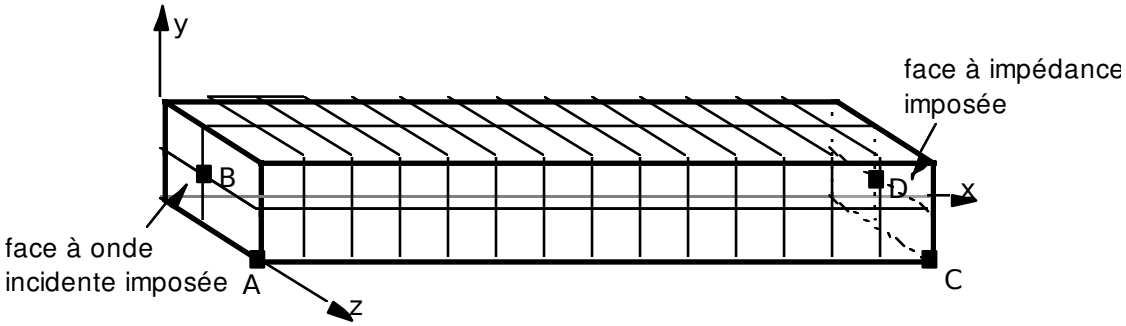
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation G

Il s'agit de la même modélisation que A mais avec FORMULATION='U_PSI'.

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel des déplacements éléments '3D_FLUIDE'



Découpage = 15 mailles HEXA20 selon l'axe des x
2 mailles HEXA20 selon l'axe des y
2 mailles HEXA20 selon l'axe des z

Conditions limites :

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA: Entrée       PRES: 1.0  )
IMPE_FACE:    (GROUP_MA: Sortie       IMPE: 445.9)
```

Nom des nœuds $A=No1$ $B=No780$ $C=No751$ $D=No763$

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 471
Nombre de mailles et types : 60 HEXA20 8 QUAD8

6.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence
A	p (réel)	0.5
	p (imag)	0.0
B	p (réel)	0.5
	p (imag)	0.0
C	p (réel)	–0.482466
	p (imag)	–0.131252
D	p (réel)	–0.482466
	p (imag)	–0.131252

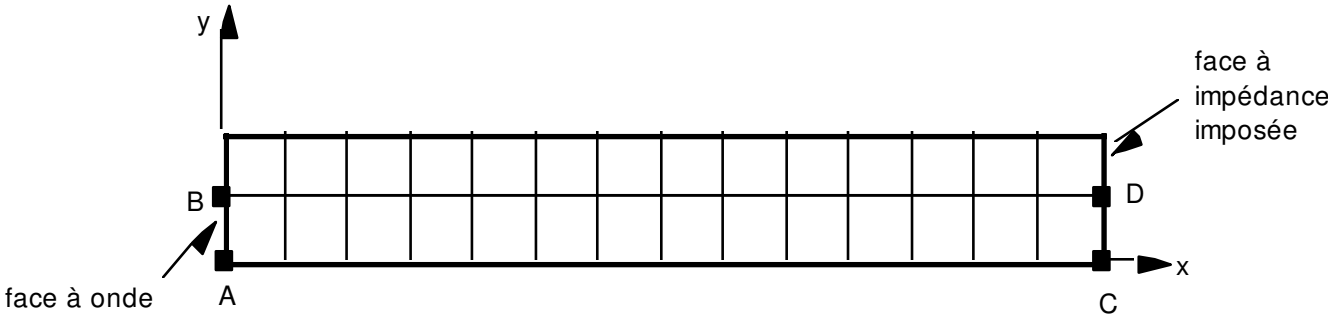
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation H

Il s'agit de la même modélisation que B mais avec FORMULATION='U_PSI'.

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression potentiel des déplacements éléments '2D_FLUIDE'



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des x
2 mailles QUAD8 selon l'axe des y

Conditions limites :

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA: Entrée      PRES: 1.0  )
IMPE_FACE:    (GROUP_MA: Sortie      IMPE: 445.9)
```

Nom des nœuds $A=No1$ $B=No3$ $C=No751$ $D=No153$

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

7.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence
A	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
B	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
C	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$
D	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$

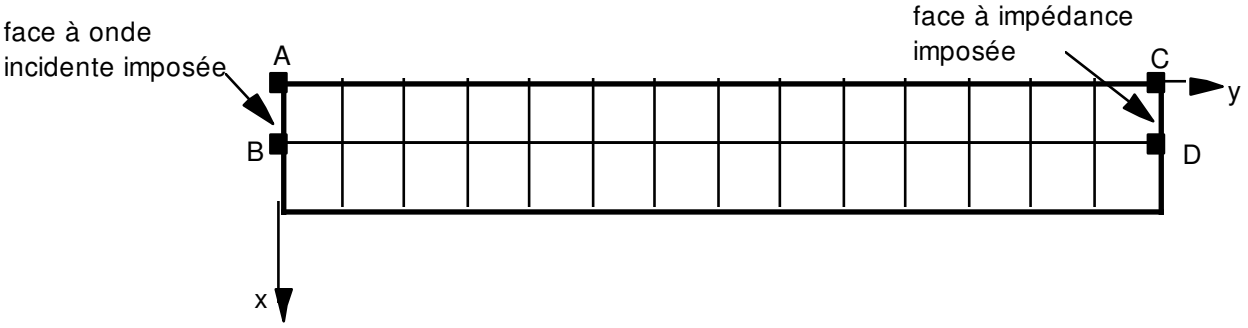
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation I

Il s'agit de la même modélisation que C mais avec FORMULATION='U_PSI'.

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Formulation pression-potentiel des déplacements éléments 'AXIS_FLUIDE'



Découpage = 15 mailles QUAD8 selon l'axe des y
2 mailles QUAD8 selon l'axe des x

Conditions limites :

```
ONDE_FLUI:    (GROUP_MA: Entrée      PRES: 1.0  )
IMPE_FACE:    (GROUP_MA: Sortie      IMPE: 445.9)
```

Nom des nœuds $A = No1$ $B = No3$ $C = No151$ $D = No153$

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 125
Nombre de mailles et types : 30 QUAD8 4 SEG3

8.3 Valeurs testées

Localisation	Grandeurs	Référence	*Aster*	% différence
A	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
B	p (réel)	0.5	0.499997	$6\ 10^{-4}$
	p (imag)	0.0	$1.2\ 10^{-5}$	-
C	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$
D	p (réel)	–0.482466	–0.482352	$2.4\ 10^{-2}$
	p (imag)	–0.131252	–0.131670	$3.2\ 10^{-1}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

La discrétisation est forte puisqu'elle est d'environ 45 nœuds par longueur d'onde. C'est pourquoi nous obtenons des résultats d'une précision élevée : la pression calculée au point le moins favorable diffère de la valeur théorique de moins de 1%.

Il faut noter aussi que toutes les modélisations utilisées donnent des résultats identiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)