WTNA102 - Diffusion d'air dissous (axi)

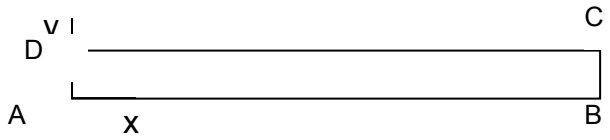
Résumé :

On considère ici un problème à température et saturation constantes. Par des conditions aux limites appropriées on impose une pression d'eau et une pression de vapeur constantes. Une pression de gaz est imposée sur un bord du domaine (flux nuls de l'autre côté). Seules les pressions d'air sec et d'air dissous reliées par la loi de Henry évoluent. Ce problème se ramène en une équation pour la pression d'air sec de type « équation de la chaleur ». La solution de référence sera alors un calcul thermique de Code_Aster.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Coordonnées des points (m) :

A	0	0	C	1	0,5
B	1	0	D	0	0,5

1.2 Propriétés du matériau

On ne donne ici que les propriétés dont la solution dépend, sachant que le fichier de commandes contient d'autres données matériau (modules d'élasticité, conductivité thermique …) qui finalement ne jouent aucun rôle dans la solution du problème traité.

Eau liquide	Masse volumique ($kg.m^{-3}$)	10^3
	Chaleur massique à pression constante ($J.K^{-1}$)	0
	Viscosité dynamique de l'eau liquide ($Pa.s$)	0.001
	coefficient de dilatation thermique du liquide (K^{-1})	0
	Perméabilité relative à l'eau	$kr_w(S)=0.5$
Vapeur	Chaleur massique ($J.K^{-1}$)	0
	Masse molaire($kg.mol^{-1}$)	0.01
Gaz	Chaleur massique ($J.K^{-1}$)	0
	Masse molaire($kg.mol^{-1}$)	0.01
	Perméabilité relative au gaz	$kr_{gz}(S)=0.5$
	Viscosité du gaz ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)	0.001
Air dissous	Chaleur massique ($J.K^{-1}$)	0
	Constante de Henry ($\mathrm{Pa.m^3.mol^{-1}}$)	50000
Etat initial	Porosité	1
	Température (K)	300
	Pression de gaz (Pa)	$1.01\,10^5$
	Pression de vapeur (Pa)	1000
	Pression capillaire (Pa)	10^6
	Saturation initiale en liquide	0.4
Constantes	Constante des gaz parfaits	8.32

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Coefficients homogénéisés	Masse volumique homogénéisée ($kg.m^{-3}$)	2200
	Isotherme de sorption	$S(p_c)=0.4$
	Coefficient de Biot	0
	Fick Vapeur ($m^{2.}s^{-1}$)	0
	Fick air dissous ($m^{2.}s^{-1}$)	$FA=6^{-10}$
	Perméabilité intrinsèque (m^2)	1^{-19}

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur l'ensemble du domaine, on veut :

$$p_w = cte = p_w^0$$
$$\frac{1}{K_w}=0 \Rightarrow \rho_w = cte = \rho_w^0$$
$$p_{vp} = cte = p_{vp}^0$$
$$F_{vp}=0$$
$$S(p_c)=cte=S_0$$
$$T=cte=T_0$$
$$\phi=1$$
$$M_{as}^{ol}=M_{ad}^{ol}=M_{vp}^{ol}$$

Sur tous les bords : Flux hydrauliques et thermiques nuls.

On va maintenant linéariser p_{vp} en fonction de p_w .

Écriture de p_{vp} fonction linéaire de p_w :

La section 4.2.3 du document de référence Code_Aster [R7.01.11] nous donne la relation : $\frac{dp_{vp}}{p_{vp}}=\frac{M_{vp}^{ol}}{RT}\frac{dp_w}{\rho_w}$. Si on linéarise cette expression on obtient : $p_{vp}=\frac{p_{vp}^0}{RT}\frac{M_{vp}^{ol}}{\rho_w^0}p_w+\left(p_{vp}^0-\frac{p_{vp}^0}{RT}\frac{M_{vp}^{ol}}{\rho_w^0}p_w^0\right)$ que l'on peut écrire sous la forme :

$$p_{vp}=A\,p_w+B \qquad \text{éq 1.3-1}$$

avec $A=\frac{p_{vp}^0}{RT}\frac{M_{vp}^{ol}}{\rho_w^0}$ et $B=p_{vp}^0 - \frac{p_{vp}^0}{RT}\frac{M_{vp}^{ol}}{\rho_w^0}p_w^0$

Sur le bord AB : $p_{vp}=A\,p_w+B$
$p_{gz}=115000$ et $p_c=10^6$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

2.1.1 Calcul de la conservation de la masse d'air

La conservation de la masse de gaz s'écrit :

$$\frac{dm_{air}}{dt}+div\left(\boldsymbol{M}_{as}+\boldsymbol{M}_{ad}\right) \qquad \text{éq 2.1.1-1}$$

On écrit que la masse totale d'eau et la masse totale d'air sont conservée (car il n'y a pas de flux d'eau ni de gaz au bord) et on obtient :

$$m_{air}=m_{as}+m_{ad}=S_0(\rho_{ad}-\rho_{ad}^0)+(1-S_0)(\rho_{as}-\rho_{as}^0)$$

donc

$$d\,(m_{as}+m_{ad})=S_0\,d\,\rho_{ad}+(1-S_0)\,d\,\rho_{as} \qquad \text{éq 2.1.1-2}$$

$$d\,\rho_{as}=\frac{M_{as}^{ol}}{RT}\,dp_{as} \text{ et } d\,\rho_{ad}=\frac{M_{ad}^{ol}}{K_H}\,dp_{as}$$

$$\frac{dm_{air}}{dt}=div\left(\frac{M_{ad}^{ol}}{K_H}S_0+(1-S_0)\frac{M_{as}^{ol}}{RT}\,dp_{as}\right)$$

Calcul des vitesses :

$$\frac{\boldsymbol{M}_{as}}{\rho_{as}}=\lambda_{gz}(-\nabla\,p_{as}) \qquad \text{éq 2.1.1-3}$$

puisque $F_{vp}=0$ et $\nabla\,p_{vp}=0$

et

$$\boldsymbol{M}_{ad}=\rho_{ad}\,\lambda_{lq}(-\nabla\,p_{lq})-F_{ad}\,\nabla C_{ad} \quad \text{avec} \quad C_{ad}=\rho_{ad}$$

Comme $\nabla\,p_{lq}=\nabla\,p_w+\nabla\,p_{ad}=\nabla\,p_{ad}=\frac{RT}{K_H}\nabla\,p_{as}$

$$\boldsymbol{M}_{ad}=\rho_{ad}\,\lambda_{lq}\frac{RT}{K_H}(-\nabla\,p_{as})-\frac{M_{ad}^{ol}}{K_H}F_{ad}\nabla\,p_{as}$$

[éq 2.1.1-1] peut alors se simplifier sous la forme suivante :

$$C\frac{dp_{as}}{dt}=L\,div\,(\nabla\,p_{as})$$

avec

$$C=\frac{M_{ad}^{ol}}{K_H}S_0+(1-S_0)\frac{M_{as}^{ol}}{RT}$$

et

$$L=\rho_{as}^0\lambda_{gz}+\frac{RT}{K_H}\rho_{ad}^0\,\lambda_{lq}+\frac{M_{as}^{ol}}{K_H}F_{ad}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Équation de la chaleur dont on connaît le résultat.

2.2 Résultats de référence

Avec les valeurs numériques précédentes, on trouve :

$$p_{as}=10^5 \Rightarrow p_{ad}^0=\frac{RT}{K_H}\,p_{as}^0=4992$$

$$\rho_{as}^0=\frac{M_{as}^{ol}}{RT}\,p_{as}^0=0.4 \text{ et } \rho_{ad}^0=\frac{M_{ad}^{ol}}{RT}\,p_{ad}^0=0.02$$

$$\rho_{vp}^0=\rho_{vp}=4.10^{-3}$$

Les constantes de l'équation de la chaleur sont alors :

$$C=2.48\,10^{-6}$$
$$L=1.4\,10^{-16}$$

2.3 Incertitudes

Les incertitudes sont assez grandes parce-que la solution analytique est une solution approchée du fait de la linéarisation des équations.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

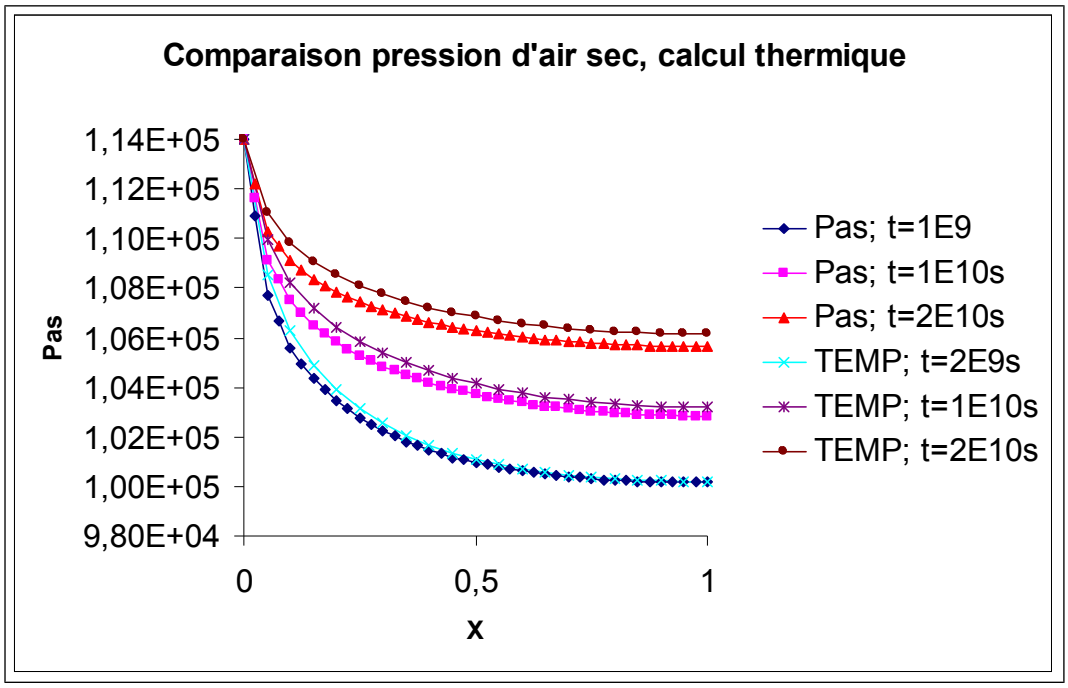
Modélisation AXIS_HH2D. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

3.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance (%)
0.2	$3\,10^{9}$	$8.1\,10^{3}$	$7.9\,10^{3}$	10.0
0.2	$5\,10^{9}$	$9.7\,10^{3}$	$9.5\,10^{3}$	10.0

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Modélisation AXIS_HH2S. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\,10^{7}\,s$ chacun.

4.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance (%)
0.2	$3\,10^{9}$	$8.1\,10^{3}$	$7.9\,10^{3}$	10.0
0.2	$5\,10^{9}$	$9.7\,10^{3}$	$9.5\,10^{3}$	10.0

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation C

Modélisation 3D_HH2S. 200 éléments HEXA20. Ce test est constitué d'un barreau et ne peut donc pas avoir la même solution analytique que précédemment. Elle est obtenue de la même manière par un calcul thermique.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

5.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Erreur relative
0.2	$3\,10^{9}$	14682	14617	0.45 %
0.2	$5\,10^{9}$	14953	14935	0.12 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation D

Modélisation 3D_HH2D. 200 éléments HEXA20.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

6.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Erreur relative
0.2	$3\,10^9$	14687	14617	0.48 %
0.2	$5\,10^9$	14954	14935	0.13 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation E

Modélisation axisymétrique THHM2D avec températures et déplacements bloqués. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

7.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance
0.2	$3\,10^{9}$	7944	7900	1 %
0.2	$5\,10^{9}$	9557	9500	1 %

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation F

Modélisation axisymétrique THHM2S avec températures et déplacements bloqués. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

8.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance
0.2	$3\,10^9$	7954	7900	1 %
0.2	$5\,10^9$	9566	9500	1 %

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation G

Modélisation axisymétrique THH2D avec températures bloquées. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

9.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance
0.2	$3\,10^9$	7945	7900	10 %
0.2	$5\,10^9$	9557	9500	10 %

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation H

Modélisation axisymétrique THH2S avec températures bloquées. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

10.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance
0.2	$3\,10^9$	7944	7900	10 %
0.2	$5\,10^9$	9560	9500	10 %

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$ .Modélisation H

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation I

Modélisation axisymétrique HH2MD avec déplacements bloqués. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

11.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance
0.2	$3\,10^9$	7944	7900	1 %
0.2	$5\,10^9$	9557	9500	1 %

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation J

Modélisation axisymétrique HH2MD avec déplacements bloqués. 20 éléments QUAD8.

Discrétisation en temps : 100 pas de temps de $5\mathrm{E}7\,s$ chacun.

12.2 Grandeurs testées et résultats

X (m)	Temps (s)	$PRE2$ Aster	$PRE2$ calcul thermique	Tolérance
0.2	$3\,10^9$	7948	7900	1 %
0.2	$5\,10^9$	9560	9500	1 %

Les valeurs obtenues par Code_Aster sont testées en non régression à une tolérance de $0.01\,\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Synthèse des résultats

Les résultats de Code_Aster sont en très bon accord avec la solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)