WTNP127 – Modélisation d'un écoulement d'eau dans un barreau saturé, établissement d'un régime permanent

Résumé :

Ce cas-test représente la modélisation d'un écoulement d'eau dans un barreau soumis à un gradient de pression. On modélise ici un écoulement diphasique que l'on fait dégénérer en un problème monophasique. Nous nous intéressons dans ce cas-test à l'établissement du régime permanent qui permet de calculer analytiquement les flux d'eau en sortie. Ce cas-test a pour principal objectif de valider le calcul de l'intégrale des flux hydrauliques sur une surface.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

L'objectif de ce cas-test est de tester le calcul de l'intégrale des flux sur une surface.

1.1 Géométrie

On considère un barreau de $5\mathrm{m}$ de long et de $1\mathrm{m}$ de haut.

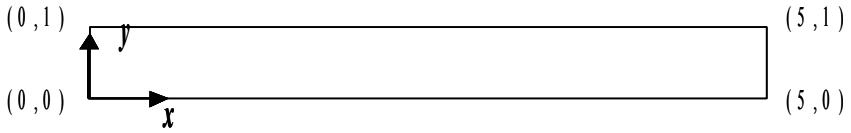


Illustration 1: : Géométrie

1.2 Propriétés des matériaux

On ne donne ici que les propriétés dont la solution dépend, sachant que le fichier de commandes contient d'autres données de matériau qui ne jouent aucun rôle dans la solution du problème traité.

Liquide	Perméabilité relative	1
	Viscosité $\mu(\ pa.s)$	1
	Module de compressibilité	0
	Densité du liquide $\rho\ (\ kg/m^3)$	1
Paramètres homogénéisés	Perméabilité intrinsèque $\mathrm{K_int}(m^2)$	10^{-13}
	Porosité	$0{,}5$
	Emmagasinement	10^{-10}
	Saturation en liquide	1
	Henry $(Pa.mol^{-1}.m^3)$	10^{10}

Tableau 1.2-1 : Propriétés des matériaux

1.3 Conditions aux limites et initiales

Les conditions aux limites sont des conditions de Dirichlet :

Sur la partie gauche du domaine, $P_l(t, x=0, y)=0\,Pa$

Sur la partie droite du domaine, $P_l(t, x=L, y)=10^4\,Pa$

La pression initiale de liquide est de $P_l(t=0, x, y)=10^4\,Pa$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Durée de simulation et pas de temps

La durée de simulation est de $50000\,s$ et le nombre de pas de temps est de 5.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Soit un barreau saturé en eau (considérée comme incompressible). Ce barreau de longueur L et de hauteur h a une pression initiale $P_l(x,y,t=0)=P_{ini}$ et est soumis à un gradient de pression tel que $P_l(0,y,t)=P_G$ et $P_l(L,y,t)=P_{ini}$.

Ce problème d'évolution conduit au bout d'un temps t_p à un état permanent linéaire tel que $P(x,y,t>t_p)=\frac{P_{ini}-P_G}{L}x+P_G$

Le flux d'eau $\boldsymbol{M}_{11}$ (facteur du gradient de pression) est alors constant le long du barreau. Si on l'intègre sur une coupe verticale Γ du barreau, et de normale sortante $\boldsymbol{\nu}$, on obtient :

$$\int_\Gamma \boldsymbol{M}_{11}.\boldsymbol{\nu}=h.\rho_l\frac{K_{int}}{\mu_l}.\frac{P_G-P_{ini}}{L}.\boldsymbol{x}.\boldsymbol{\nu}$$

Le calcul de cette intégrale sera réalisée dans ce cas-test sur 3 surfaces (ou côté en $2\mathrm{D}$).

2.2 Hypothèses simplificatrices

Afin de tester le calcul des flux sur le modèle hydraulique le plus complet possible, on part d'une modélisation diphasique que l'on fait dégénérer en modélisation monophasique. Pour cela, on considère que le milieu est complètement saturé en eau et on impose une pression de gaz nulle sur tous les nœuds. Le système biphasique se ramène alors à résoudre le problème suivant :

$$\frac{\partial(\varphi\,\rho_l)}{\partial t}-div(K_{int}\frac{\rho_l k_{rl}}{\mu_l}\nabla P_l)=0$$

•Le liquide est incompressible : $\rho_l=cst$
•La matrice est compressible et la porosité évolue proportionnellement à la pression de liquide : $\frac{\partial\varphi}{\partial P_l}=E_m$
•La perméabilité relative est prise égale à 1 : $k_{rl}=1$

L'équation de conservation de la masse pour le liquide s'écrit donc :

$$\rho_l E_m\frac{\partial P_l}{\partial t}-div(K_{int}\frac{\rho_l}{\mu_l}\nabla P_l)=0$$

Une modélisation réellement saturée sera également testée (modélisation D).

2.3 Incertitudes sur la solution

Les incertitudes sont nulles, car la solution de référence est analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On modélise ici un cas $2D$. Les flux sont calculés sur 3 côtés :
- le côté vertical gauche, noté 'MGAUCHE'
- le côté vertical droit, noté 'MDROIT'
- un côté vertical dans la matière, noté 'MMIL'.

On réorientera les mailles de bord de façon à avoir une normale sortante. Le flux étant dirigé de la droite vers la gauche dans cet exemple sera positif sur MGAUCHE et négatif sur MDROIT.

On réorientera MMIL de façon à ce que la normale soit sortante à la partie droite du barreau s'appuyant sur MMIL. De cette façon, le flux sera positif sur MMIL.

Pour réorienter les mailles en $2D$, on utilise le mot-clé facteur ORIE_PEAU_2D de la commande MODI_MAILLAGE. Si le côté est interne, il faut préciser un groupe de mailles surfaciques sur lequel elle s'appuie pour déterminer la normale sortante à ce groupe (mot-clé GROUP_MA_SURF).

Pour réorienter les mailles en $3D$, on utilise le mot-clé facteur ORIE_PEAU_3D de la commande MODI_MAILLAGE. Si la surface est interne, il faut préciser un groupe de mailles volumiques sur lequel elle s'appuie pour déterminer la normale sortante à ce groupe (mot-clé GROUP_MA_VOLU).

La quantité d'eau sur les surfaces Γ ainsi définies sera donc égale à

$$\int_{\Gamma} \boldsymbol{M}_{11}.\boldsymbol{\nu} = h.\rho \frac{K_{int}}{\mu}.\frac{P_{ini}-P_G}{L} = 2\,10^{-10} kg.s^{-1} .$$

Les flux de vapeur $\boldsymbol{M}_{12}$, d'air sec $\boldsymbol{M}_{21}$ et d'air dissous $\boldsymbol{M}_{22}$ sont eux quasiment nuls (aux simplifications près).

La modélisation testée ici est D_PLAN_HH2S

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 805
Nombre de mailles et types : 406 mailles, 206 SEG3 et 200 QUAD8

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $INTE_FH11$, lieu $MDROITE$	'AUTRE_ASTER'	-2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MMIL$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MGAUCHE$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%

On teste le flux hydraulique au premier point de Gauss de la maille M_{401} au numéro d'ordre 5:

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $FH11$	'NON_REGRESSION'	2.00133E-10	0,1%
Composante $FH22$	'NON_REGRESSION'	1.99933E-11	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Même cas que précédemment mais en en axisymétrique. Les résultats attendus sont différents du fait de l'intégration :

$$\int_\Gamma \boldsymbol{M_{11}}.\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{M_{11}}.\boldsymbol{\nu} \int_0^1 \int_0^1 r\, dr\, d\,\theta = 0.5\, \boldsymbol{M_{11}}.\boldsymbol{\nu}$$

La modélisation utilisée est AXIS_HH2S.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 805
Nombre de mailles et types : 406 mailles, 206 SEG3 et 200 QUAD8

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $INTE_FH11$, lieu $MDROITE$	'AUTRE_ASTER'	-1.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MMIL$	'AUTRE_ASTER'	1.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MGAUCHE$	'AUTRE_ASTER'	1.0E-10	0,1%

On teste le flux hydraulique au premier point de Gauss de la maille M_{401} au numéro d'ordre 5:

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $FH11$	'NON_REGRESSION'	2.00136E-10	0,1%
Composante $FH22$	'NON_REGRESSION'	0.	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Même cas que la modélisation A mais en en $3D$. Les résultats attendus sont les mêmes.
La modélisation utilisée est 3D_HH2S.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1913
Nombre de mailles et types : 206 mailles, 200 HEXA20 et 6 QUAD8

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $INTE_FH11$, lieu $MDROITE$	'AUTRE_ASTER'	-2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MMIL$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MGAUCHE$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%

On teste le flux hydraulique au premier point de Gauss de la maille M_{401} au numéro d'ordre 5:

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $FH11$	'NON_REGRESSION'	2.00133E-10	0,1%
Composante $FH22$	'NON_REGRESSION'	1.99933E-11	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Même cas que la modélisation A mais en D_PLAN_HMS (modélisation réellement saturée, les flux de gaz n'existent plus). Le maillage est constitué de triangles.

Les résultats attendus sont les mêmes.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 625
Nombre de mailles et types : 344 mailles, 60 SEG3 et 284 TRIA6

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $INTE_FH11$, lieu $MDROITE$	'AUTRE_ASTER'	-2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MMIL$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MGAUCHE$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Même cas que la modélisation précédente mais en D_PLAN_HS (modélisation réellement saturée, les flux de gaz n'existent plus). Le maillage est constitué de triangles.
Par ailleurs, au lieu d'appliquer un gradient de pression, on applique directement le flux attendu en sortie (cela a pour but de tester la condition en limite en flux d'eau pour la modélisation D_PLAN_HS.).
Les résultats attendus sont les mêmes.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 625
Nombre de mailles et types : 344 mailles, 60 SEG3 et 284 TRIA6

7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante *INTE_FH11* , lieu *MDROITE*	'AUTRE_ASTER'	-2.0E-10	0,1%
Composante *INTE_FH11* , lieu *MMIL*	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%
Composante *INTE_FH11* , lieu *MGAUCHE*	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Même cas que la modélisation D mais en D_PLAN_HM_SI (modélisation sous-intégrée réellement saturée, les flux de gaz n'existent plus). Le maillage est constitué de triangles.

Les résultats attendus sont les mêmes.

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 625
Nombre de mailles et types : 344 mailles, 60 SEG3 et 284 TRIA6

8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance (%)
Composante $INTE_FH11$, lieu $MDROITE$	'AUTRE_ASTER'	-2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MMIL$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%
Composante $INTE_FH11$, lieu $MGAUCHE$	'AUTRE_ASTER'	2.0E-10	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse

On modélise dans ce cas-test l'établissement d'un régime permanent pour un écoulement d'eau dans un barreau. On valide le calcul de l'intégrale du flux hydraulique sur une surface qu'elle soit de bord ou interne au domaine. La validation est faite en $2D$ et en $3D$. Dans tous les cas, les résultats obtenus correspondent bien à la solution analytique

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)