WTNV151 – Prise en compte d'une condition d'échange hydrique en non saturé

Résumé :

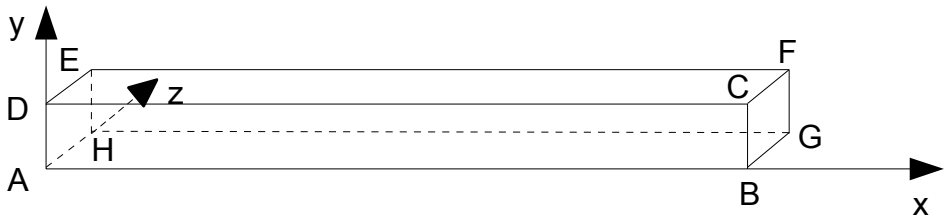
Les tests présentés permettent de vérifier qu'un terme d'échange hydrique au bord est correctement pris en compte dans les modélisations AXIS_*HH2*, D_PLAN_*HH2* et 3D_*HH2*. Sous certaines hypothèses, on réduit le problème à un problème purement hydraulique en pression capillaire. Ce problème s'écrit alors comme une équation de la chaleur et peut ainsi être l'analogue d'un problème en thermique. On compare donc la solution du problème hydraulique à la solution du problème thermique, pour qui le terme d'échange est déjà bien pris en compte.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

Il s'agit ici de modéliser le séchage d'un barreau avec des conditions d'échange hydrique à l'extrémité et qui peut être assimiler à un problème thermique sous certaines conditions. La modélisation sera faite en 3D, 2D (Déformation plane) et axysimétrie.

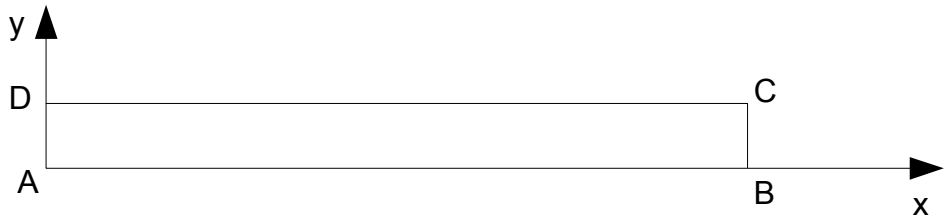
1.1 Géométrie A



Coordonnées des points (m) :

A	0	0	0	C	0,2	0,01	0
B	0,2	0	0	D	0	0,01	0
E	0	0,01	0,01	G	0,2	0	0,01
F	0,2	0,01	0,01	H	0	0	0,01

1.2 Géométrie B et C



Coordonnées des points (m) :

A	0	0	C	0,2	0,01
B	0,2	0	D	0	0,01

1.3 Propriétés du matériau

On ne donne ici que les propriétés dont la solution dépend, sachant que le fichier de commande contient d'autres données de matériau (modules d'élasticité, chaleurs, porosité...) qui finalement ne jouent aucun rôle dans la solution du problème traité.

Eau liquide	Masse volumique ($kg.m^{-3}$)	10^3
	Viscosité dynamique de l'eau liquide ($Pa.s$)	μ_w=8E-4
Vapeur	Masse molaire($kg.mol^{-1}$)	0,001
	Viscosité du gaz ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)	$5{,}0\times10^{-7}$
Gaz	Masse molaire ($kg.mol^{-1}$)	0,001

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	Viscosité du gaz ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)	$5{,}0\times10^{-7}$
Air dissous	Constante de Henry ($Pa.m^{3}.mol^{-1}$)	$1{,}30719\times10^{5}$
Coefficients homogénéisés	Coefficient de Biot	1
	Coefficient de diffusion de Fick du milieu liquide	0
	Coefficient de diffusion de Fick du milieu gazeux	0
	Perméabilité intrinsèque K (m^2)	$1{,}0\times10^{-18}$
	Perméabilité relative à l'eau $kr_w(S)$	1
	Perméabilité relative au gaz $kr_g(S)$	1
	Isotherme de sorption	$S(p_c)=1-p_c\times$1E-7
	Porosité	$0{,}085$

1.4 Conditions initiales

La pression de vapeur est négligeable. Elle est fixée initialement sur tout le domaine à $p_{vp}=921{,}6$.
On fixe la pression initiale de gaz $p_{gz}(x,0)=10000\,Pa$ et la pression capillaire sur tout le domaine à $p_c(x,0)=10000\,Pa$.
Ce qui correspond à une saturation de $0{,}999$.
La température initiale est de 20°C. Les contraintes mécaniques se décomposent en contraintes effectives, $\bar{\bar{\sigma}}'$ et hydrauliques $\bar{\bar{\sigma}}_p$:

$$\bar{\bar{\sigma}}=\bar{\bar{\sigma}}'+\bar{\bar{\sigma}}_p \qquad (1)$$

Initialement les contraintes hydrauliques et effectives sont nulles.
Les autres contraintes généralisées [voir U2.04.05] sont initialisées à zéro.

1.5 Conditions aux limites

On impose :

- des déplacements nuls dans toutes les directions ;
- une température, T nulle ;
- une condition d'échange hydrique sur le bord droit ([BC] en 2D ou face [BCFG] en 3D.
  $\lambda^H\nabla(p_c.n)=h^H(p_{ext}-p_c)$ avec $\lambda^H=\frac{K\times kr_w}{\mu_w}$ (en $Pa.s$), $h^H=1{,}0\times10^{-14}$ et $p_{ext}=1{,}5\times10^{8}Pa$;
- une condition de flux hydraulique nul sur tous les autres bords.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Validation du terme d'échange hydrique à partir du terme d'échange thermique

On pose un certain nombre d'hypothèses afin faire l'analogie avec le cas thermique :

- la température est constante (pas de calcul thermique) ;
- la pression de gaz est constante ;
- La pression de vapeur est négligeables ;
- On néglige la diffusion de Fick ;
- Le matériau est indéformable (pas de calculs mécanique) ;
- La gravité est nulle ;
- L'eau est incompressible $\rho_w = cste$.

On rappelle que la loi de Darcy (voir R7.01.11) pour la phase gazeuse s'écrit :

$$M_{gz} = -\rho_{gz} \lambda_{gz}^{H} \nabla p_{gz} \tag{2}$$

avec :

- M_{gz} l e flux de gaz ;
- ρ_{gz} la masse volumique du gaz ;
- λ_{gz}^{H} la conductivité hydraulique du gaz ;
- p_{gz} la pression de gaz.

Or :

$$p_{gz} = cste \Rightarrow \nabla p_{gz} = 0 \tag{3}$$

Donc :

$$M_{gz} = M_{as} + M_{vp} = 0 \tag{4}$$

Comme on néglige la diffusion de Fick, alors :

$$M_{ad} = M_{vp} = 0 \tag{5}$$

Par (5) et (4) :

$$M_{as} = 0 \tag{6}$$

Ainsi on peut simplifier le problème qui se résume à l'équation de conservation de la masse d'eau liquide :

$$\dot{m_w} + \mathrm{Div}\left(M_w\right) = 0 \tag{7}$$

Or $m_w = \rho_w \varphi S\left(1 + Tr\left(\varepsilon\right)\right) - \rho_w^0 \varphi^0 S^0$, avec :

- ρ_w la masse volumique de l'eau, ρ_w^0 la masse volumique à l'état initial ;
- $\varphi = \frac{V_{vide}}{V}$ la porosité du matériau, V_{vide} correspondant aux pores non remplis, V à la porosité du matériau à l'état initial ;

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- $S=\frac{V_{lq}}{V_{vide}}$ la saturation en eau, S^0 la saturation initiale ;
- ε la déformation du matériau ;

On considère que le matériau est indéformable : $\varepsilon=0$ et $\varphi=cste=\varphi^0$ et que l'eau est incompressible, $\rho_w=\rho_w^0$. Alors :

$$m_w(t)=\rho_w^0\varphi(S(t)-S^0) \tag{8}$$

Ce qui implique :

$$\dot{m_w}(t)=\rho_w\varphi\partial_t S(p_c(t))=\rho_w\varphi S'(p_c)\times\dot{p_c}(t) \tag{9}$$

Comme on néglige les effets de la gravité, la loi de Darcy pour la phase liquide s'écrit :

$$M_{lq}=M_w=-\rho_w\lambda_{lq}^H(S)\nabla p_w \tag{10}$$

Or $p_c=p_{gz}-p_{lq}=p_{atm}-p_w$. Alors $\nabla p_c=-\nabla p_w$ et donc $M_w=\rho_w\lambda_w^H(S)\nabla p_c$.

En remplaçant M_w et $\dot{m}_w$ par leurs dernières expressions dans (7) et en supposant $\lambda_w^H(S)=\frac{K\times K_{rl}(S)}{\mu}$ constante :

$$\rho_w\varphi S'(p_c)\times\dot{p_c}(t)+\lambda_w^H(S)\mathrm{Div}(\rho_w.\nabla p_c)=0 \tag{11}$$

L'eau est supposée incompressible donc :

$$\rho_w\varphi S'(p_c)\times\dot{p_c}(t)+\rho_w\lambda_w^H(S)\mathrm{Div}(\nabla p_c)=0 \tag{12}$$
$$\rho_w\varphi S'(p_c)\times\dot{p_c}(t)+\rho_w\lambda_w^H(S)\mathrm{Div}(\nabla p_c)=0$$

Avec l'opérateur laplacien :

$$\rho_w\varphi S'(p_c)\times\dot{p_c}(t)+\rho_w\lambda_w^H(S)\Delta p_c=0 \tag{13}$$

Finalement :

$$\partial_t p_c+\frac{\lambda_w^H(S)}{\varphi S'(p_c)}\Delta p_c=0 \tag{14}$$

Pour fermer le système, on ajoute :

- la condition initiale : $p_c(x,0):=10\,000\,Pa$;
- la condition mixte sur [BC] (ou [BCFG] selon la géométrie) : $\lambda^H\nabla(p_c.n)=h^H(p_{ext}-p_c)$.

Cette formulation s'apparente à une équation de la chaleur sans terme source, de la forme :

$$\rho C_p\partial_t T+\mathrm{Div}(q)=0 \tag{15}$$

En prenant la loi de Fourier qui relie le flux de chaleur q au gradient de température, à savoir :

$$q=-\lambda\nabla T \tag{16}$$

En supposant que λ est une constante, caractéristique du matériau :

$$\partial_t T-\frac{\lambda}{\rho C_p}\Delta T=0 \tag{17}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Où ρ est la masse volumique du béton, C_p la chaleur spécifique du matériau et λ la conductivité thermique.

Le problème thermique est ainsi déjà traité dans **THER_NON_LINE**. On peut alors comparer les résultats du problème thermique avec ceux du problème THM, en prenant des conditions de fermeture de même type que dans le cas THM i.e. en posant :

$$T(x,0)=cste$$
$$\lambda(\nabla T.n)=h_T(T_{ext}-T)\,au\,bord$$

En s'assurant de plus que :

- $T(x,0)=cste:=p_c(x,0)=10\,000$;
- $-\rho C_p:=\varphi S^{'}(p_c)$
- $\lambda:=\lambda^H$
- $h_T:=h^H$
- $T_{ext}:=p_{ext}$

Par la suite, on s'appuie alors sur les modélisations thermiques **AXIS**, **PLAN_DIAG**, et **3D** que l'on compare aux modélisations **AXIS_THH2MS**, **D_PLAN_THH2MS** et **3D_THH2MS**, respectivement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

Les résultats présentés sont issus de la modélisation en **3D_THH2MS**. Ils sont comparés à la solution obtenue en thermique linéaire.
Pour compléter, les calculs sont également réalisés en **3D_HH2MS,** en **3D_THH2S** et en en **3D_HH2S**.
Les déplacements et températures étant bloqués, les résultats doivent être les mêmes dans tous les cas. Le but est ici de vérifier la bonne prise en compte du terme d'échange.

Le maillage est composé de 640 éléments HEXA20 .

3.2 Valeurs testées et résultats

On présente des profils de pression capillaire et de température pour trois instants et on vérifie bien que les résultats sont identiques.

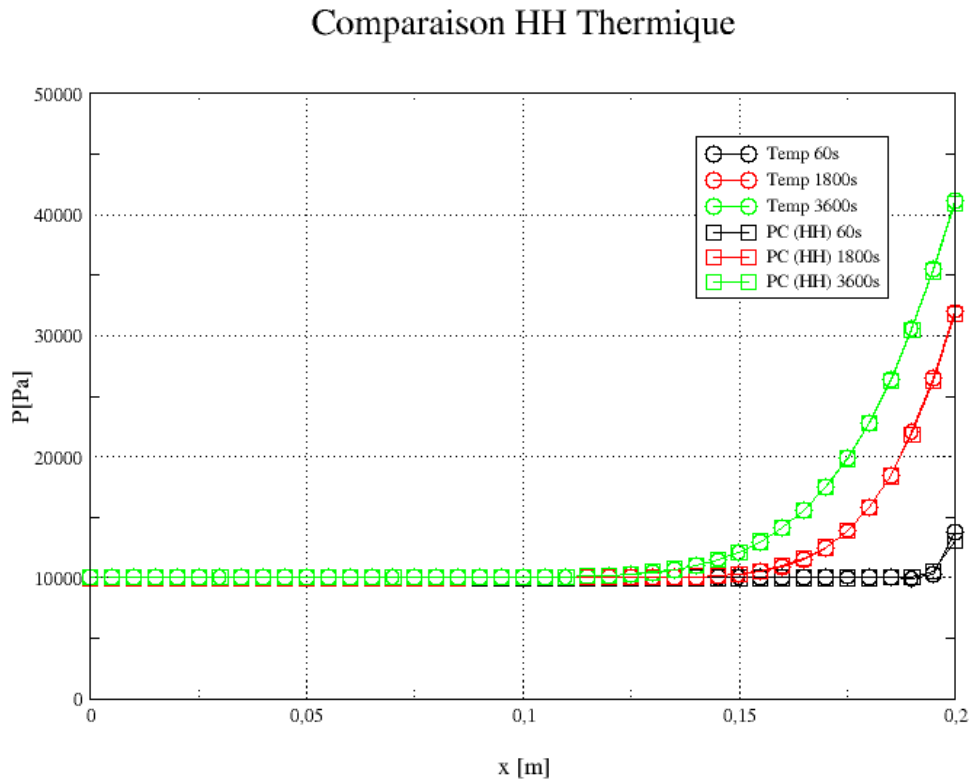


Figure 5 .2.a : Comparaison THM /thermique en 3D avec un terme d'échange hydrique

On effectue des tests sur trois valeurs :

Points (x, y)	**Temps (s)**	PRE1
$(0{,}2\,;0)$	60 s	13744
	1800 s	31758
	3600 s	41105

Pour des raisons de gain de temps les modélisations autres que 3D_**THH2MS** ne seront testées que pour 60 s.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Il s'agit du même calcul que précédemment mais avec une modélisation D_PLAN . Le maillage est composé de 50 éléments **QUAD8** et 102 éléments **SEG3** .

4.2 Valeurs testées et résultats

On présente des profils de pression capillaire et de température pour trois instants et on vérifie bien que les résultats sont identiques.

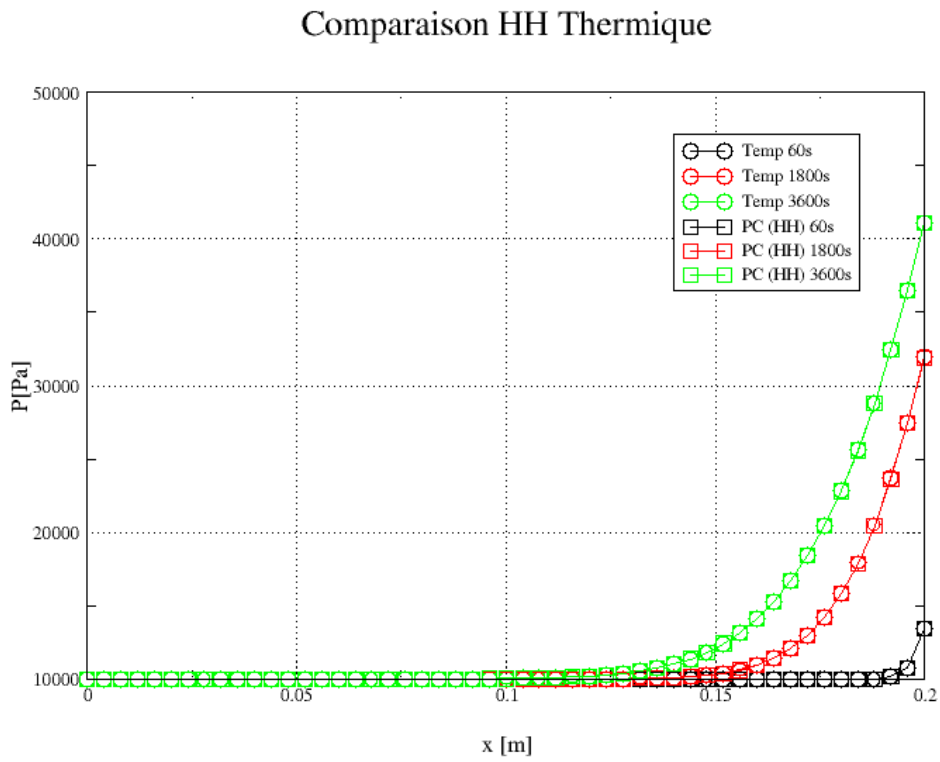


Figure 4 .2.a : Comparaison THM /thermique en déformations planes avec un terme d'échange hydrique

Les résultats en ***HH2*** ont pour référence les résultats du calcul thermique. On vérifie les valeurs du bord droit du barreau sur lequel la condition d'échange est appliquée.

On effectue des tests sur trois valeurs :

Points (x, y)	Temps (s)	PRE1
$(0{,}2\ ;0)$	60 s	13455
	1800 s	31919
	3600 s	41087

Pour des raisons de gain de temps les modélisations autres que **D_PLAN_THH2MS** ne seront testées que pour 60 s.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation C

Il s'agit du même calcul que précédemment mais avec une modélisation axisymétrique.

5.2 Valeurs testées et résultats

On présente des profils de pression capillaire et de température pour 3 instants et on vérifie bien que les résultats sont identiques.

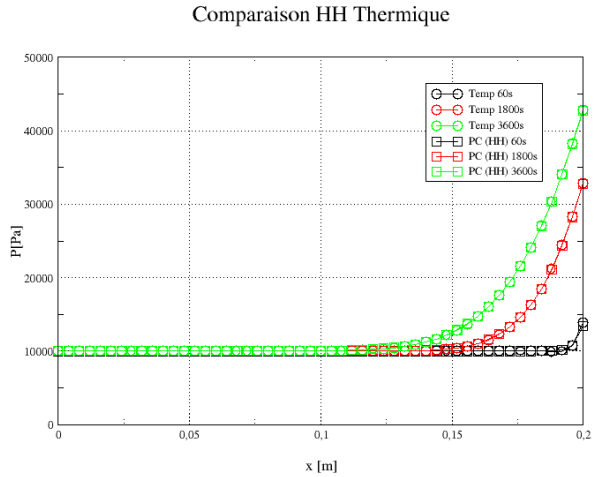


Figure 3.2.a : Comparaison THM /thermique en axis-symétrie avec un terme d'échange hydrique

Les résultats en `*HH2*` ont pour référence les résultats du calcul thermique. On vérifie les valeurs du bord droit du barreau sur lequel la condition d'échange est appliquée.

On effectue des tests sur trois valeurs :

Points (x, y)	Temps (s)	PRE1
$(0{,}2\,;0)$	60 s	13888
	1800 s	32831
	3600 s	42829

Pour des raisons de gain de temps les modélisations autres que **AXIS_THH2MS** ne seront testées que pour $60\,s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Les solutions issues des modélisations **AXIS_*HH2***, **D_PLAN_*HH2*** et **3D_*HH2*** sont semblables aux solutions de référence issues des modélisations **AXIS**, **PLAN_DIAG**, et **3D**, respectivement. Le terme d'échange en hydraulique est donc correctement représenté.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)