FORMA41 - Travaux pratiques de la formation « Génie Civil » : prise en compte des retraits dans l'étude d'une poutre en flexion 3 points

Résumé :

Ce test 3D permet d'illustrer sur un cas simple les questions relatives à la modélisation des retraits dans le béton ; il met en évidence l'effet du séchage et de la température sur la répartition des contraintes.

Il s'agit d'une poutre en béton armée soumise à une flexion 3 points à laquelle on ajoute une sollicitation thermique et de séchage.

L'objectif du test est de montrer les possibilités de modélisation des retraits par chaînage de calculs thermique THER_NON_LINE et mécanique MECA_STATIQUE.

La modélisation A correspond au calcul de la flexion en élasticité. Il sert de comparaison pour les autres modélisations.

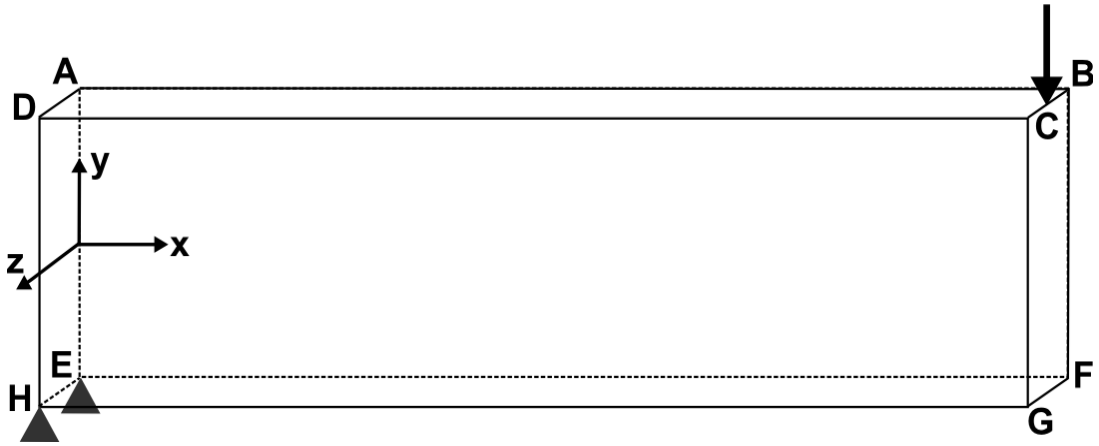
La modélisation B correspond au calcul avec prise en compte du retrait de dessiccation, du retrait endogène et de la dilatation thermique.

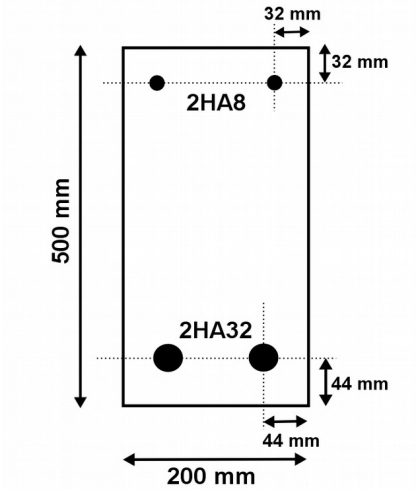
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une poutre armée de $5m$ de long dont on ne modélise qu'un quart grâce aux symétries. Les dimensions sont données en millimètres.





1.2 Condition initiale et chargements thermiques

La température initiale est uniforme à $20\,°C$. Le béton est soumis à la thermo-hydratation.

La température est imposée à $20\,°C$ sur la face $EFGH$ notée HAUT dans le maillage.
La température est constante à $20\,°C$ jusqu'à 10 jours puis varie linéairement de $20\,°\mathrm{C}$ à $40\,°\mathrm{C}$ entre 10 jours et 30 jours puis est constante à $40\,°\mathrm{C}$ sur la face $ABCD$ notée BAS dans le maillage.

1.3 Condition initiale et chargements de séchage

La concentration en eau initiale est uniforme à $120\,l/m^3$.

La concentration en eau est imposée à $50\,l/m^3$ sur la face $EFGH$ notée HAUT.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La concentration en eau est imposée à $70 l/m^3$ sur la face $ABCD$.

1.4 Conditions aux limites et chargements mécaniques

Conditions de symétrie
La plaque est bloquée suivant Ox sur la face $BCGF$ notée SYME_X et suivant Oz sur la face $ABFE$ notée SYME_Z .

Condition limite
La plaque est bloquée suivant Oy sur le côté HE notée APPUI.

Chargement
Elle est soumise à une force $\frac{F}{4}=3840\ N$ suivant Oy répartie sur le côté BC notée FORCE ce qui équivaut à une force totale de $F=15360\ N$ sur la poutre entière. La force est appliquée à l'instant final de chaque calcul (en modélisation A au seul pas de temps effectué et en modélisation B à $t=100\ jours$).

1.5 Propriétés thermiques des matériaux

Les caractéristiques du béton sont :
- Capacité thermique $\rho C_p=2.4e^6 J/m^3/°C$;
- Conductivité $\lambda=1 W/m/°C$;

et les caractéristiques relatives au comportement hydratant suivantes :
- chaleur par degré d'hydratation : $Q_0=1.14\mathrm{e}^8 J/m^3$
- affinité fonction de l'hydratation (évaluation polynomiale de la fonction connue par points) et de la température (nappe):

$$A(\xi,T)=(50.12\xi^6-190.76\xi^5+258.38\xi^4-123.71\xi^3-11.82\xi^2+15.37\xi+2.43)\exp\left(\frac{-QSR_K}{(273.15+T)}\right)$$

- avec constante d'Arrhénius : $QSR_K=4000\ K$.

Remarque : La constante d'Arrhénius est toujours exprimée en degré Kelvin. Les températures sont exprimées en $°C$.

1.6 Propriétés des matériaux du séchage

On utilise la loi de diffusion SECH_GRANGER :

$$D(C,T)=A\cdot\exp(BC)\frac{T}{T_0}\exp\left[-\frac{Q_s}{R}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right]$$

- $A=3.3\mathrm{e}-13\ m^2/s$;
- $B=0.05$;
- $QSR=4000\ K$
- $T_0=293°K=20°C$

1.7 Propriétés mécaniques des matériaux

Le comportement est élastique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les caractéristiques des aciers sont :

- Module d'Young $E_a = 200\,000\,MPa$;
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$;

Les caractéristiques du béton sont :

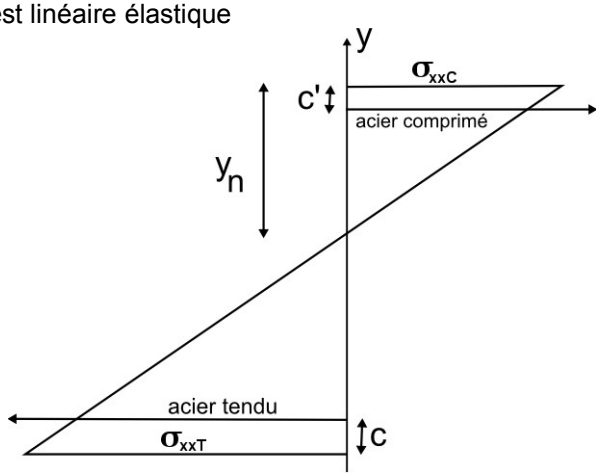
- Module d'Young $E_b = 32\,000\,MPa$ pour la modélisation A. En modélisation B, il varie linéairement en fonction de la température de $E_b = 30\,000\,MPa$ pour $T = 0\,°C$ à $E_b = 40\,000\,MPa$ pour $T = 100\,°C$;
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.2$;
- Dilatation thermique $\alpha = 1.2\text{e-}6$ à la température de référence de $T_{ref} = 20\,°C$
- Coefficient de retrait de dessiccation $K_{des} = 8\text{e-}6$
- Coefficient de retrait endogène $B_{endo} = 9\text{e-}5$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Solution élastique sans retrait

On se place sous les hypothèses suivantes:
- les sections de la poutres restent planes
- il y a adhérence parfaite entre le béton et l'acier
- le comportement est linéaire élastique



On peut donc évaluer la position de l'axe neutre de la poutre y_n en fonction de la position des aciers. Pour cela, il faut résoudre l'équation suivante :

$$y_n\left(2\frac{n}{b}\left(A_s+A_S'\right)+2h\right)-\left(2\frac{n}{b}\left(A_S'c'+A_s\left(h-c\right)\right)+h^2\right)=0 \quad (1)$$

Avec :

A_s et A_s' : surfaces d'aciers respectivement tendus et comprimés dans la section

c' et c' : enrobage de béton respectivement en dessous des aciers tendus et au dessus des aciers comprimés

b et h : respectivement la largeur et la hauteur de la section de la poutre

$n=\frac{E_a}{E_b}$: ratio entre les module d'Young du béton et de l'acier

La contrainte longitudinale de compression σ_{xxC} en fonction du moment fléchissant et de la position de l'axe neutre.

$$\sigma_{xxC}=\frac{Mf}{\left(A_s n\frac{\left(h-c-y_n\right)^2}{y_n}+A_s' n\frac{\left(y_n-c'\right)^2}{y_n}+\frac{by_n^2}{3}+b\frac{\left(h-y_n\right)^3}{y_n}\right)} \quad (2)$$

$$Mf\left(x\right)=\frac{Fx}{2} \quad (3)$$

L'application numérique donne :

$$y_n=0.2674 \quad (4)$$

Et en $x=2.5\,m$ et $y=0,25\,m$, la contrainte de compression maximale vaut:

$$\sigma_{xxC}=-2.05\,MPa \quad (5)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En utilisant la linéarité des contraintes dans la section, la contrainte de traction maximum est

$$\sigma_{xxT} = 1.78\ MPa \tag{6}$$

2.2 Solution avec retraits

On peut facilement évaluer les déformations dues au retrait de dessiccation et à la dilatation thermique là où on connaît les valeurs de la concentration en eau et de la température. Pour le retrait endogène, on évalue le degré d'hydratation à partir de l'interpolation utilisée pour la définition des paramètres d'hydratation. On a:

- en G à $t > 30\ j$:

$T = 20\,°C$ donc $\varepsilon_{th} = \alpha(T - T_{ref}) = 0$

$C = 50\ l/m^3$ donc $\varepsilon_{sec} = -K_{des}(C_0 - C) = -5.6\text{e-}4$

$\xi = 0{,}95$ donc $\varepsilon_{endo} = -B_{endo}\,\xi = -8{,}55\text{e-}5$

- en G à $t > 30\ j$:

$T = 40\,°C$ donc $\varepsilon_{th} = \alpha(T - T_{ref}) = 2.4\text{e-}5$

$C = 70\ l/m^3$ donc $\varepsilon_{sec} = -K_{des}(C_0 - C) = -4\text{e-}4$

$\xi = 0{,}95$ donc $\varepsilon_{endo} = -B_{endo}\,\xi = -8{,}55\text{e-}5$

Les contraintes en G ne sont pas calculées analytiquement mais résultent d'un calcul sur un maillage très fin (32000 `HEXA20` et 155369 nœuds).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

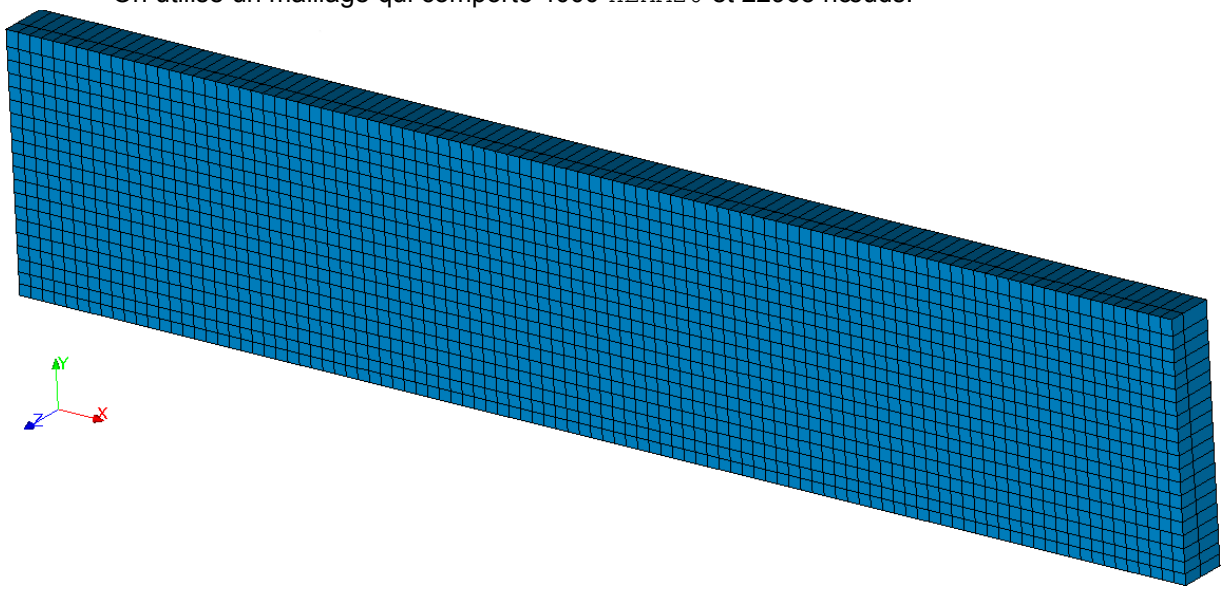
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Calcul élastique sur un modèle volumique (3D). Le chargement est défini dans le § 1.4.

3.2 Caractéristiques du maillage

On utilise un maillage qui comporte 4000 HEXA20 et 22965 nœuds.



3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la contrainte longitudinale :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU – $SIXX$ en G	ANALYTIQUE	$1.78\,MPa$	2,00%
SIGM_NOEU – $SIXX$ en G	NON_REGRESSION	$1.75388\,MPa$	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On fait trois calculs successifs :
- Calcul thermique tel que décrit en 1.2 en modélisation 3D_DIAG;
- Calcul de séchage tel que décrit en 1.3 sur le même modèle;
- Calcul élastique tel qu'en modélisation A.

4.2 Caractéristiques du maillage

On utilise le même maillage que la modélisation A qui comporte 4000 HEXA20 et 22965 nœuds pour le calcul élastique. Pour les calculs thermiques et de séchage, on utilise ce même maillage mais linéaire. Les aciers ne sont pas pris en compte pour les calculs thermique et de séchage.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur des déformations de retraits de dessiccation et de dilatation :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
EPVC_ELNO – EPTHER_L en C	ANALYTIQUE	2.4e-5	1%
EPVC_ELNO – EPTHER_L en C	NON_REGRESSION	2.4e-5	0.1%
EPVC_ELNO – EPSECH en C	ANALYTIQUE	-4e-4	1%
EPVC_ELNO – EPSECH en C	NON_REGRESSION	-4.e-4	0.1%
EPVC_ELNO – EPSECH en G	ANALYTIQUE	-5.6e-4	1%
EPVC_ELNO – EPSECH en G	NON_REGRESSION	-5.6e-4	0.1%
EPVC_ELNO – EPHYDR en C	ANALYTIQUE	-8.55e-5	4%
EPVC_ELNO – EPHYDR en C	NON_REGRESSION	-8.2825e-5	0.1%
EPVC_ELNO – EPHYDR en G	ANALYTIQUE	-8.55 e- 5	4%
EPVC_ELNO – EPHYDR en G	NON_REGRESSION	-8.2825e-5	0.1%

On teste la valeur de la contrainte :

Composante	Type de référence	Valeur	Tolérance
SIGM_NOEU – $SIXX$ en G	AUTRE_ASTER	1.7447e8	1%
SIGM_NOEU – $SIXX$ en G	NON_REGRESSION	1.727481e8	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Mise en œuvre du TP

5.1 Objectifs du TP

Il s'agit de mener à bien un calcul chaînant thermo-hydratation, séchage et mécanique.
Ce TP permet de :

- mettre en œuvre un calcul thermique et de séchage dans Code_Aster : gestion du chargement, des matériaux, du comportement et des paramètres de THER_NON_LINE ;
- comprendre et mettre en œuvre la notion de variable de commande ;
- définir des paramètres d'une loi de comportement qui dépendent de variables de commandes ;

5.2 Géométrie et maillage

La géométrie et le maillage (quadratique) sont fournis. Il suffit d'importer le fichier med qui peut être récupéré dans les sources de salome_meca (répertoire *XXX/salome_meca/VYYY/tools/Code_aster_stable_ZZZZ/share/aster/tests*) et qui s'intitule forma41a.20 ou forma41.mmed selon la version.

5.3 Première étape : calcul élastique

Le calcul élastique correspond à la modélisation A. On propose de partir directement de ce fichier.

Démarrer dans AsterStudy en important le cas test forma41a. Selon la version de code_aster utilisée : - soit l''étude est décomposée en 2 étapes : la première définit le maillage, le modèle, les matériaux ; la deuxième définit les chargements mécaniques, lance le calcul mécanique et propose quelques post-traitements - soit l'étude est d'un seul bloc et il est conseillé de la découper en 2 étapes, selon la même répartition (Operations/Insert a Stage Above puis en copiant-collant les différentes commandesd'un Stage à l'autre).
Définissez les fichiers de sortie puis lancer le calcul. Ouvrir le fichier résultat dans Paravis et observer l'état de contrainte de la poutre.

5.4 Deuxième étape : ajout du calcul de thermo-hydratation et prise en compte du retrait d'hydratation

L'objectif est ici de réaliser en amont du calcul mécanique le calcul de thermo-hydratation puis de prendre en compte la dilatation thermique et le retrait endogène dans le calcul mécanique.
On rappelle que l'idée est de faire le calcul thermique avec un maillage linéaire et le calcul mécanique avec le maillage quadratique, ce qui implique une étape de projection.

1 e étape : réalisation du calcul de thermo-hydratation (Stage 1)

Créer un nouveau maillage linéaire à partir du maillage quadratique initial avec CREA_MAILLAGE . (Remarque : le maillage linéaire peut aussi être, ou avoir été obtenu, dans Mesh)
Créer un modèle THERMIQUE utilisant la modélisation 3D_DIAG. *Remarque : le calcul thermique ne sera fait que sur le béton (les aciers ne sont pas pris en compte).*
Définir les paramètres thermiques dans DEFI_MATERIAU (*l'utilisateur peut indifféremment*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

compléter un concept existant ou en créer un nouveau). Pour la loi THER_NL qui permet de simuler la thermo-hydratation, il faut définir : - la conductivité, et la chaleur d'hydratation du béton - les fonctions affinités et enthalpies à l'aide de la commance CALC_FONC_INTERP . A ffecter le matériau aux mailles de béton sur le maillage linéaire ou le modèle thermique .
Définir le chargement thermique sur les faces concernées dans AFFE_CHAR_CINE_F avec THER_IMPO.
Définir une liste d'instants de 0 à 100 jours qui passe par 10 jours et 30 jours (attention liste définie en secondes, utiliser une discrétisation suffisamment fine notamment dans les 10 premiers jours où la température varie rapidement). Définir une liste d'archivage peut également être utile pour ne pas stocker tous les pas de temps pour le calcul mécanique.
Utiliser THER_NON_LINE pour résoudre le problème de thermique en utilisant la relation THER_HYDR
Calculer le champ d'hydratation au nœud avec CALC_CHAMP.

2e étape : mise à jour du calcul mécanique (Stage 2)

Créer une fonction de la température définissant le module d'Young.
Modifier les paramètres mécaniques dans DEFI_MATERIAU avec ELAS_FO. Ajouter le coefficient de dilatation et de retrait endogène.
Utiliser PROJ_CHAM pour projeter les résultats de thermique du maillage linéaire vers le maillage quadratique.
Ajouter dans AFFE_MATERIAU les variables de commande température et hydratation associées au résultat . Ne pas oublier de spécifier les valeurs de références.
Définissez une liste d'instants pertinente et la fonction de chargement pour la commande MECA_STATIQUE déjà présente. Supprimer le chargement de flexion et arrêter le calcul un pas avant la fin.
Ajouter une commande MECA_STATIQUE avec le chargement de flexion qui calcule le dernier instant.
Ajouter dans CALC_CHAM le calcul de l'option EPVC_ELNO qui calcule les déformations dues aux retraits.
Lancer le calcul et visualiser les résultats. Ne pas hésiter à faire varier la discrétisation temporelle pour vérifier la pertinence de la solution.

5.5 Troisième étape : ajout du calcul de séchage et prise en compte des retraits

1 e étape : ajout du calcul de séchage (Stage 1 & nouveau Stage2)

Dans le Stage 1, ajouter les paramètres de séchage dans DEFI_MATERIAU lié à la loi SECH_GRANGER.
Insérer un Nouveau Stage après le calcul de thermo-hydratation. Définir le chargement de séchage sur les faces concernées dans AFFE_CHAR_THER_F avec TEMP_IMPO.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Utiliser THER_NON_LINE pour résoudre le problème de séchage (COMPORTEMENT='SECH_GRANGER'). Ne pas oublier d'indiquer le résultat de thermique précédent dans EVOL_THER_SECH.

2e étape : mise à jour du calcul mécanique (Stage 1 &3)

Ajouter le retrait de dessication dans DEFI_MATERIAU/ELAS_FO.
Utiliser PROJ_CHAM pour projeter le résultat de séchage.
Ajouter dans AFFE_MATERIAU la variables de commande séchage associées au résultat précédent projeté. Ne pas oublier de spécifier la valeurs de référence.
Ajuster si besoin la liste d'instants pour la commande MECA_STATIQUE déjà présente.
Lancer le calcul et visualiser les résultats. Ne pas hésiter à faire varier la discrétisation temporelle pour vérifier la pertinence de la solution.

5.6 Analyse des résultats

On pourra utiliser le module VISU ou PARAVIS de Salomé pour visualiser les champs de déplacements, de contraintes et de déformation.
On pourra par exemple visualiser les contraintes le long du segment BF et observer les contraintes de traction élevées en peau dues au retrait de dessiccation, vérifier les déformations liées aux différentes variables de commande.

Le résultat final correspond à la modélisation B du test FORMA41.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Ce test permet de montrer comment mener un calcul chaîné de thermique, séchage et mécanique sur du béton armé. On observe entre autre l'augmentation des contraintes en peau à cause du retrait de dessiccation.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)