HSNV124 - Elément de volume en traction et température variables

Résumé :

Ce test, proposé par l'IPSI pour la journée Phi2As du 30 Mars 2000 sur les comportements non linéaires permet de valider la bonne prise en compte de la variation des coefficients avec la température pour quatre modèles de comportement (écrouissage isotrope non linéaire, écrouissage cinématique linéaire, et deux types d'écrouissage cinématique non linéaire) en $3D$.

Quatre modélisations permettent de valider chacun de ces comportements.

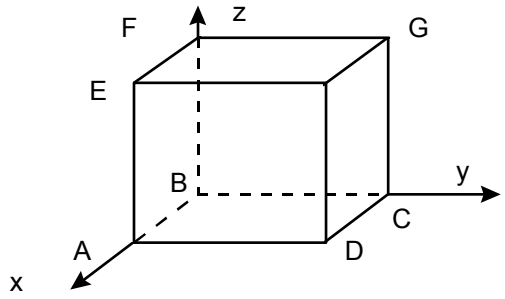
La solution de référence est analytique pour les trois premiers comportements, et les résultats seront comparés à ceux des autres participants à la journée Phi2as pour le quatrième.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Élément de volume matérialisé par un cube de côté unitaire :



1.2 Propriétés des matériaux

$E=2.10^5\,MPa$, $\nu=0.3$, $\alpha=10^{-5}\circ C^{-1}$

Le matériau est élastoplastique avec différents types de comportements :
$C1$: Ecrouissage isotrope : la courbe de traction est de la forme :

$$\sigma(\varepsilon^P,T)=\sigma_y(T)+Q(T)(1-e^{-b(T)\varepsilon^P})$$

$SIGY=200.-1.7.\mathrm{T}$ (en MPa)
$Q(T)=100.+1.7.\mathrm{T}$ (en MPa)
$b(T)=50.+2.\mathrm{T}$

$C2$: Ecrouissage cinématique linéaire :

$$\sigma(\varepsilon^P,T)=\pm\sigma_y(T)+C(T)\varepsilon^P$$

$SIGY=200.-1.7.\mathrm{T}$ (en MPa)
$C(T)=1000+2990.\mathrm{T}$ (en MPa)

$C3$: Ecrouissage cinématique non linéaire (I) :

$$\sigma(\varepsilon^P,\dot{\varepsilon}^P,T)=\pm\sigma_y(T)+Q(T)\alpha$$

$$\dot{\alpha}=\dot{\varepsilon}^P-D(T)\alpha|\dot{\varepsilon}^P|$$

$SIGY=200.-1.7.\mathrm{T}$ (en MPa)
$C(T)=(100+1.7.\mathrm{T})(50+.$ (en MPa)
$D(T)=50$

$C4$: Ecrouissage cinématique non linéaire (II) :

$$\sigma(\varepsilon^P,\dot{\varepsilon}^P,T)=\pm\sigma_y(T)+Q(T)\alpha$$

$$\dot{\alpha}=\dot{\varepsilon}^P-D(T)\alpha|\dot{\varepsilon}^P|$$

mêmes caractéristiques que pour le comportement $C3$, sauf $D(T)=50+2\mathrm{T}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Tels que l'état de contraintes et de déformation soient uniformes dans l'élément de volume :
Point B bloqué en x, y et z. Point A bloqué en z, $DY=0$ sur la face $ABFE$
Force répartie sur la face $CDHG$: Fy
Température uniforme $T(t)$ sur le cube. La température de référence vaut $0°C$.
Fy et T varient en fonction du temps de la façon suivante :

instant t	0	1	2
$Fy(t)$	0	$210\,MPa$	$210\,MPa$
$T(t)$	0	0	$100°C$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence [bib1]

2.1.1 Ecrouissage isotrope : analytique

$t=1\text{s}$ ($T=0°C$) : $\varepsilon^P=\frac{1}{b}\ln\left(\frac{Q+\sigma_y-\sigma}{Q}\right)$ avec $\sigma=210MPa=cste$ soit $\varepsilon^P=0.21072\%$

Chauffage : Déformation plastique maximum à $t=1.45222\text{s}$ ($T=45.222°C$) :

$$\varepsilon^P=\frac{1}{b(T)}\ln\left(\frac{Q(T)+\sigma_y(T)-\sigma}{Q(T)}\right) \text{ soit } \varepsilon^P=0.48108\%$$

Ensuite : la déformation plastique n'évolue plus.

2.1.2 Ecrouissage cinématique linéaire : analytique

$t=1\text{s}$ ($T=0°C$) : $\varepsilon^P=1\%$

Chauffage : Déformation plastique constante jusqu'à $t=356/316=1.12658\text{s}$ ($T=12.658°C$) :

Ensuite, la déformation plastique diminue pour atteindre à $t=2\text{s}$: $\varepsilon^P=0.08\%$

2.1.3 Ecrouissage cinématique non linéaire I : analytique

$t=1\text{s}$ ($T=0°C$) : $\varepsilon^P=\frac{1}{D}\ln\left(\frac{A+\sigma_y-\sigma}{A}\right)$ avec $A=\frac{C}{D}=100$ soit $\varepsilon^P=0.21072\%$

Chauffage : Déformation plastique maximum à $t=1.26011\text{s}$ ($T=26.011°C$) :

$$\varepsilon^P=\frac{1}{D}\ln\left(\frac{A(T)+\sigma_y(T)-\sigma}{A(T)}\right) \text{ soit } \varepsilon^P=0.40729\%=\varepsilon_0^p$$

La déformation plastique n'évolue plus jusqu'à $t_1=1.98332\text{s}$ ($T_1=98.332°C$) où on rencontre l'autre extrémité du domaine d'élasticité.

Ensuite : la déformation plastique diminue pour atteindre à $t=2\text{s}$:

$\varepsilon^P=\varepsilon_0^p+\frac{1}{D}\ln\left(\frac{A(T)+\sigma_y(T)-\sigma}{X_0(T_1)+A(T)}\right)$ avec $X_0(T_1)=A(T_1)\left(1-e^{-D\varepsilon_0^p}\right)$ soit $\varepsilon^P=0.4037229\%$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.1.4 Ecrouissage cinématique non linéaire II

Comparaison à la solution de référence proposée à la journée $\Phi^2 AS$. (résultat numérique obtenu avec 10 pas de temps), et comparaison aux résultats obtenus avec *Code_Aster* avec une discrétisation en temps très fine

Déformation plastique YY	Calcul fin Aster : 100 pas jusqu'à 1.26s, 100 pas entre 1.98 et 2s	Référence $\Phi^2 AS$: Résultat pour 10 pas
$t=1\text{s}$	2.1072 10^{-03}	2.1072 10^{-03}
$1.26\text{s}<t<1.98\text{s}$	4.18947 10^{-03}	4.38 10^{-03}
$t=2\text{s}$	4.12131 10^{-03}	4.32 10^{-03}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Précision sur les résultats de référence

On a une solution analytique pour les trois premiers comportements, l'incertitude est donc nulle. Elle est estimée à 4% pour le quatrième (écart entre le résultat pour 10 pas et celui pour 200 pas, la solution dépendant fortement de la discrétisation temporelle).

2.3 Références bibliographique

1) IPSI : journée d'étude Phi2AS du 30 mars 2000 sur les comportements non linéaires des matériaux.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement CI : écrouissage isotrope, en $3D$ .Il est modélisé de deux façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS_ISOT_TRAC, avec des courbes de traction données tous les $10°C$, et interpolées pour chaque température, ce qui peut être imprécis,
- soit à l'aide du comportement VMIS_CIN1_CHAB, en annulant l'écrouissage cinématique non linéaire, et en gardant uniquement l'écrouissage isotrope qui s'exprime justement sous la forme :

$$\sigma(\varepsilon^P, T) = \sigma_y(T) + Q(T)\left(1 - e^{-b(T)\varepsilon^P}\right)$$

Il suffit de prendre alors :
$$R_0 = SIGY = 200. - 1.7.T$$
$$R_I = SIGY + Q(T) = 200. - 1.7.T + 100. + 1.7.T = 300$$
$$C_I = G_0 = 0$$

1 pas de temps entre $t = 0s$ et $t = 1s$ et 20 pas de temps entre $t = 1s$ et $t = 2s$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement VMIS_ISOT_TRAC :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
$t = 1.$	$EPYY$	2.1072 10^{-03}	2.1096 10^{-03}	0.1
$t1 = 1.45$	$EPYY$	4.8108 10^{-03}	4.8135E-03	0.056
2	$EPYY$	4.8108 10^{-03}	4.8135E-03	0.056

Comportement VMIS_CIN1_CHAB :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% Différence
$t1 = 1.$	$EPYY$	2.1072 10^{-03}	2.1096 10^{-03}	0.1
$t1 = 1.45$	$EPYY$	4.8108 10^{-03}	4.81079 10^{-03}	0.0001
2	$EPYY$	4.8108 10^{-03}	4.81079 10^{-03}	0.0001

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement $C2$: écrouissage cinématique linéaire, en $3\mathrm{D}$. Il est modélisé de trois façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS_CINE_LINE, en prenant :
  $\mathrm{D_SIGM_EPSI}=E.C(T)/(E+C(T))$ avec $C(T)=(1000+2990.\mathrm{T})$
- soit à l'aide du comportement VMIS_ECMI_LINE, en prenant :
  $\mathrm{D_SIGM_EPSI}=E.C(T)/(E+C(T))$ et la constante de Prager $PRAG=2/3\,C(T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS_CIN1_CHAB, en gardant uniquement l'écrouissage cinématique linéaire : Il suffit de prendre alors : $R_0=R_I=SIGY$, $b=0$, $C_I=C(T)$, $G_0=0$

Discrétisation temporelle :1 pas de temps entre $t=0\mathrm{s}$ et $t=1\mathrm{s}$ et 20 pas de temps entre $t=1\mathrm{s}$ et $t=2\mathrm{s}$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement VMIS_CINE_LINE :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
$t1=1.1$	$EPYY$	0.01	0.01	0.
2	$EPYY$	8.E–4	8.E–4	0

Comportement VMIS_ECMI_LINE :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
$t1=1.1$	$EPYY$	0.01	0.01	0.
2	$EPYY$	8.E–4	8.E–4	0

Comportement VMIS_CIN1_CHAB :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
$t1=1.1$	$EPYY$	0.01	0.01	0.
2	$EPYY$	8.E–4	8.E–4	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement $C3$: écrouissage cinématique non linéaire (I) en $3\mathrm{D}$. Il est modélisé de deux façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS_CIN1_CHAB. Il suffit de prendre alors :
  $R_0=R_I=SIGY$, $b=0$, $C_I=C(T)=(100+1.7.\mathrm{T})(50+2.\mathrm{T})$, $G_0=50$
- soit à l'aide du comportement VMIS_CIN2_CHAB, en choisissant les paramètres de telle façon que les deux variables cinématiques soient identiques : Il suffit de prendre alors :
  $R_0=R_I=SIGY$, $b=0$, $C1_I=C2_I=C(T)/2$, $G1_0=G2_0=50$

Discrétisation temporelle : 20 pas de temps entre $t=0\mathrm{s}$ et $t=1\mathrm{s}$ et 60 pas de temps entre $t=1\mathrm{s}$ et $t=2\mathrm{s}$.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement VMIS_CIN1_CHAB :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
1	$EPYY$	2.1072 10^{-03}	2.113 10^{-03}	0.27
1.26	$EPYY$	4.0729 10^{-03}	4.0875 10^{-03}	0.36
1.98	$EPYY$	4.0729 10^{-03}	4.0875 10^{-03}	0.36
2	$EPYY$	4.0372 10^{-03}	3.978 10^{-03}	1.46

Comportement VMIS_CIN2_CHAB :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
1	$EPYY$	2.1072 10^{-03}	2.113 10^{-03}	0.27
1.26	$EPYY$	4.0729 10^{-03}	4.0875 10^{-03}	0.36
1.98	$EPYY$	4.0729 10^{-03}	4.0875 10^{-03}	0.36
2	$EPYY$	4.0372 10^{-03}	3.978 10^{-03}	1.46

5.4 Remarque

L'écart avec la solution de référence vient de la discrétisation temporelle. En raffinant davantage, la solution se rapproche de la solution analytique. On a choisi un compromis entre une discrétisation temporelle raisonnable en temps calcul et néanmoins assez précise.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement $C4$: écrouissage cinématique non linéaire (II) en $3\mathrm{D}$. Il est modélisé de deux façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS_CIN1_CHAB. Il suffit de prendre alors :
  $R_0=R_I=SIGY$, $b=0$, $C_I=C(T)=(100+1.7.\mathrm{T})(50+2.\mathrm{T})$, $G_0=D(T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS_CIN2_CHAB, en choisissant les paramètres de telle façon que les deux variables cinématiques soient identiques : Il suffit de prendre alors :
  $R_0=R_I=SIGY$, $b=0$, $C1_I=C2_I=C(T)/2$, $G1_0=G2_0=D(T)$

Discrétisation temporelle : 40 pas de temps entre $t=0\mathrm{s}$ et $t=1\mathrm{s}$ et 30 pas de temps entre $t=1\mathrm{s}$ et $t=2\mathrm{s}$.

6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

6.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement VMIS_CIN1_CHAB :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
1	$EPYY$	2.1072 10^{-03}	2.11 10^{-03}	0.14
1.26	$EPYY$	4.18947 10^{-03}	4.231 10^{-03}	0.99
1.98	$EPYY$	4.18947 10^{-03}	4.231 10^{-03}	0.99
2	$EPYY$	4.12131 10^{-03}	4.163 10^{-03}	1.00

Comportement VMIS_CIN2_CHAB :

Instant(s)	Déformation plastique selon Y	Référence	*Aster*	% différence
1	$EPYY$	2.1072 10^{-03}	2.11 10^{-03}	0.14
1.26	$EPYY$	4.18947 10^{-03}	4.231 10^{-03}	0.99
1.98	$EPYY$	4.18947 10^{-03}	4.231 10^{-03}	0.99
2	$EPYY$	4.12131 10^{-03}	4.163 10^{-03}	1.00

6.4 Remarque

L'écart avec la solution de référence (obtenue pour une discrétisation temporelle très fine) vient de la discrétisation temporelle. On a choisi ici un compromis entre une discrétisation temporelle raisonnable en temps calcul et néanmoins assez précise.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Ce test permet de mettre en évidence les effets de variation des coefficients des comportements élastoplastiques avec la température.

Les résultats sont identiques à la solution analytique pour l'écrouissage cinématique linéaire (où la solution ne dépend pas de la discrétisation temporelle). Pour les autres comportements, la précision est moins bonne (écart inférieur à 1.5%) car la solution dépend fortement de la discrétisation temporelle choisie.

Ce test permet donc de valider l'intégration des comportements VMIS_ISOT_TRAC, VMIS_CINE_LINE, VMIS_ECMI_LINE, VMIS_CIN1_CHAB, et VMIS_CIN2_CHAB par rapport à la variation des coefficients avec la température.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)