HSNV103 - Thermo-plasticité et métallurgie en déformations planes

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un parallépipède rectangle en déformations planes soumis à des évolutions thermique $T(t)$ et métallurgique $Z(t)$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments bidimensionnels en déformations planes et la relation de comportement est la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope linéaire (pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation).

La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

Pour la modélisation A (sans plasticité de transformation), la solution de référence est obtenue par la résolution analytique du problème. Pour la modélisation B (avec plasticité de transformation), la solution de référence est obtenue par la résolution numérique du problème en utilisant des éléments axisymétriques pour lesquels on impose la condition de déformations planes.

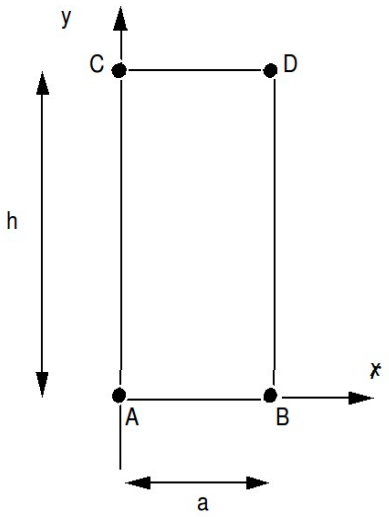
Les résultats fournis par *Code_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à 0,5 %.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Largeur : $a=0.05\,m$
Hauteur : $h=0.2\,m$



1.2 Propriétés des matériaux

La convention suivante est adoptée afin de distinguer les paramètres de la phase chaude (austénitique) des paramètres des phases froides (ferrito-perlitique, bainitique et martensitique) :

$*^{aust}$ = caractéristiques relatives à la phase austénitique
$*^{fbm}$ = caractéristiques relatives aux phases ferrito-perlitique, bainitique et martensitique

Paramètres métallurgiques :
TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm}=\begin{cases}0. & si\ \ t\leq\tau_1 \qquad \tau_1=60\,s\\ \dfrac{t-\tau_1}{\tau_2-\tau_1} & si\ \ \tau_1\leq t<\tau_2 \quad \tau_2=112\,s\\ 1. & si\ \ t\geq\tau_2\end{cases}$$

Paramètres thermiques :
Capacité calorifique : $\rho C_p=2.10^6\,J.m^{-3}.°C^{-1}$
Conductivité : $\lambda=9999.9\,W.m^{-1}.°C^{-1}$

Paramètres thermo-mécaniques :
- Paramètres thermo-élastiques :

Module d'Young $E=200000\,10^6\,Pa$
Coefficient de Poisson $\nu=0.3$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Coefficients de dilatation thermique

$$\alpha_{fbm}=15.10^{-6}\circ C^{-1}$$

$$\alpha_{aust}=23.510^{-6}\circ C^{-1}$$

Température de définition du coefficient de dilatation : $T_{ref}=900\circ C$

État de déformation thermique de référence : $\Delta\varepsilon_{fy}^{T_{ref}}=2.5210^{-3}$

Limite d'élasticité :

$\sigma_y^{fbm}=\sigma_0^{fbm}+s^{fbm}\left(T-T^0\right)$ avec $\sigma_0^{fbm}=530.10^6\,Pa$ et $s^{fbm}=0.510^6\,Pa.\circ C^{-1}$

$\sigma_y^{aust}=\sigma_0^{aust}+s^{aust}\left(T-T^0\right)$ avec $\sigma_0^{aust}=400.10^6\,Pa$ et $s^{aust}=0.510^6\,Pa.\circ C^{-1}$

- Paramètres thermo-plastiques (loi avec écrouissage linéaire)

  Modules tangents : E_T^{fbm} et E_T^{aust} sont choisis tel que :

  $H^{fbm}=H_0^{fbm}+\lambda^{fbm}\left(T-T^0\right)$ avec $H_0^{fbm}=-50.10^6\,Pa$ et $\lambda^{fbm}=-5.10^6\,Pa.\circ C^{-1}$

  $H^{aust}=H_0^{aust}+\lambda^{aust}\left(T-T^0\right)$ avec $H_0^{aust}=1250.10^6\,Pa$ et $\lambda^{aust}=-5.10^6\,Pa.\circ C^{-1}$

  On rappelle que $H=\dfrac{EE_T}{E-E_T}$

- Paramètres pour la plasticité de transformation :

  Rappel :

  > Dans le cas d'une évolution métallurgique de type bainitique, le modèle de la plasticité de transformation est le suivant :
  >
  > $$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pt}=\frac{3}{2}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}\,k^{fbm}F'\left(Z_{fbm}\right)\dot{Z}_{fbm}$$

  Paramètres du modèle : $k^{fbm}=1.10^{-10}Pa^{-1}$ et $F'\left(Z_{fbm}\right)=2\left(1-Z_{fbm}\right)$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_Y=0$ sur le côté AB ; $u_X=0$ en A.
- $T=T^0+\mu t$, $\mu=-5\circ C.s^{-1}$ sur toute la structure.

Notations : $T\left(\tau_1\right)=T_1$

$T\left(\tau_2\right)=T_2$

- Le chargement sur la structure est dû aux phénomènes de dilatation thermique et métallurgique contraints dans la direction z par la condition de déformations planes.

1.4 Conditions initiales

$T^0=900\circ C=T^{ref}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence (pour la modélisation A)

2.1 Forme du champ solution

Le champ de contrainte solution $\boldsymbol{\sigma}(t)$ est de la forme :

$$\boldsymbol{\sigma}(t)=\sigma_o(t)\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

On en déduit la forme suivante du tenseur des déformations élastiques :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e(t)=\frac{\sigma_o(t)}{E}\begin{pmatrix}-\nu&0&0\\0&-\nu&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

De plus, étant donné que $\boldsymbol{\sigma}(t)$ garde une direction constante, on a :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p(t)=\varepsilon_o^p(t)\begin{pmatrix}\frac{-1}{2}&0&0\\0&\frac{-1}{2}&0\\0&0&1\end{pmatrix}\quad ;\quad \boldsymbol{\varepsilon}^{pt}(t)=\varepsilon_o^{pt}(t)\begin{pmatrix}\frac{-1}{2}&0&0\\0&\frac{-1}{2}&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ et $\boldsymbol{\varepsilon}^{pt}$ sont respectivement le tenseur des déformations plastiques et le tenseur des déformations dues à la plasticité de transformation métallurgique.

2.2 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution thermo-élastique pour $t<t_1$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^e(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{aust}(T-T^0)\\ \sigma_{zz}(t)=-E\,\varepsilon_{zz}^{th}(t)\end{cases}$$

La limite élastique est atteinte pour $t=t_1$ tel que :

$$\sigma_{zz}(t_1)=-E\,\varepsilon_{zz}^{th}(t_1)=\sigma_y^{aust}(t_1)\quad\Leftrightarrow\quad T(t_1)-T^0=\frac{-\sigma_0^{aust}}{E\,\alpha_{aust}+s^{aust}}\simeq -76.92\,°C$$

$$\Rightarrow\quad t_1=\frac{T(t_1)-T^0}{\mu}\simeq 15.38\,s$$

Avant transformation, solution thermo-élasto-plastique, $t_1\leq t\leq\tau_1$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{aust}(T-T^{0})\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{-\sigma_{y}^{aust}(T)-E\,\alpha_{aust}(T-T^{0})}{E+H^{aust}(T)}\\ \sigma_{zz}(t)=-E(\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t))\end{cases}$$

Pendant la transformation, solution thermo-élasto-plastique avec changement de phase, $\tau_1 \leq t < t_2$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=Z_{aust}\alpha_{aust}(T-T^{0})+Z_{fbm}\left(\alpha_{fbm}(T-T^{0})+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\right)\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{-\sigma_{y}^{moy}(T)-E\,\varepsilon_{zz}^{th}(t)}{E+H^{moy}(T)}\\ \sigma_{zz}(t)=-E(\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t))\end{cases}$$

avec $\sigma_{y}^{moy}=Z_{aust}\sigma_{y}^{aust}+Z_{fbm}\sigma_{y}^{fbm}$ et $H^{moy}=Z_{aust}H^{aust}+Z_{fbm}H^{fbm}$

On a une solution thermo-élasto-plastique tant qu'on reste en charge, c'est-à-dire tant que $\dot{\varepsilon}^{th}<0$:

$$\dot{\varepsilon}^{th}<0 \quad \Leftrightarrow \quad T=\frac{(\alpha_{fbm}-\alpha_{aust})T^{0}-\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}+\alpha_{fbm}T_{1}-\alpha_{aust}T_{2}}{2(\alpha_{fbm}-\alpha_{aust})}>538.82\,°C$$
$$\Leftrightarrow \quad t<t_2=72.23\,s$$

Pour $t \geq t_2$, la solution est thermo-élastique.

Pendant la transformation, solution thermo-élastique avec changement de phase, $t_2 \leq t < \tau_2$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t_2)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=Z_{aust}\alpha_{aust}(T-T^{0})+Z_{fbm}\left(\alpha_{fbm}(T-T^{0})+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\right)\\ \sigma_{zz}(t)=-E(\varepsilon_{zz}^{p}(t_2)+\varepsilon_{zz}^{th}(t))\end{cases}$$

Après la transformation, solution thermo-élastique pour $\tau_2 < t < t_3$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t_2)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{fbm}(T-T^{0})+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\\ \sigma_{zz}(t)=-E(\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t_2))\end{cases}$$

La limite élastique est atteinte pour $t=t_3$ tel que :

$$\sigma_{zz}(t_3)=-E(\varepsilon_{zz}^{th}(t_3)+\varepsilon_{zz}^{p}(t_2))=H^{fbm}\varepsilon_{zz}^{p}(t_2)+\sigma_{y}^{fbm}(t_3)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\Leftrightarrow \quad T(t_3)-T^0=-\frac{E(\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}+\varepsilon_{zz}^{p}(t_2))+H_0^{fbm}\varepsilon_{zz}^{p}(t_2)+\sigma_0^{fbm}}{E\alpha_{fbm}+s^{fbm}+\lambda^{fbm}\varepsilon_{zz}^{p}(t_2)}=-634{,}68\,°C$$

$$\Leftrightarrow \quad t_3=\frac{T(t_3)-T^0}{\mu}=126.94\,s$$

Après la transformation, solution thermo-élasto-plastique pour $t\geq t_3$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)=0\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{fbm}(T-T^0)+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{-\sigma_y^{fbm}(T)-E(\alpha_{fbm}(T-T^0)+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}})}{E+H^{fbm}(T)}\\ \sigma_{zz}(t)=-E(\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t))\end{cases}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Résultats de référence

À $t=16\,s$:	χ	p	ε_{xx}	σ_{zz}	ε_{xx}^{th}	ε_{xx}^{meca}	ε_{xx}^{plas}
À $t=60\,s$:	χ	p	ε_{xx}	σ_{zz}	ε_{xx}^{th}	ε_{xx}^{meca}	ε_{xx}^{plas}
À $t=72\,s$:	χ	p					
À $t=112\,s$:	χ	p		σ_{zz}	ε_{xx}^{th}	ε_{xx}^{meca}	ε_{xx}^{plas}
À $t=176\,s$:	χ		ε_{xx}	σ_{zz}			

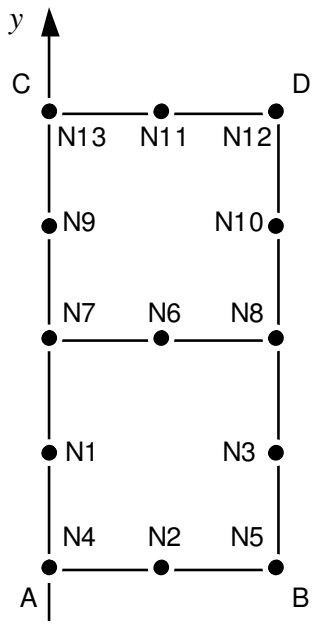
2.4 Bibliographie

1) DONORE A.M. - WAECKEL F. - Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$A=N4$, $B=N5$, $C=N13$, $D=N12$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 13.

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME_ORDRE= 176	176,0
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=176	2

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{xx} $t=16\,s$	-2.4599 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=16\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ $t=16\,s$	360.13 10^{6}	ANALYTIQUE	0.1 %
p $t=16\,s$	7.9345 10^{-5}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx}^{th} $t=16\,s$	-1.88 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx}^{meca} $t=16\,s$	-5.799 10^{-4}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx}^{plas} $t=16\,s$	3.9672 10^{-5}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx} $t=60\,s$	-1.0309 10^{-2}	ANALYTIQUE	0.1 %
p $t=60\,s$	5.7213 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
σ $t=60\,s$	265.73 10^{6}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx}^{th} $t=60\,s$	-7.05 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx}^{meca} $t=60\,s$	-3.259 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx}^{plas} $t=60\,s$	2.86065 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
p $t=72\,s$	5.8420 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.5 %
χ $t=112\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ $t=112\,s$	12.82 10^{6}	ANALYTIQUE	0.5 %
p $t=112\,s$	5.8421 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.5 %
ε_{xx}^{th} $t=112\,s$	-5.88 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{xx}^{meca} $t=112\,s$	-2.90182 10^{-3}	ANALYTIQUE	1.0 %
ε_{xx}^{plas} $t=112\,s$	-2.92105 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.5 %
ε_{xx} $t=176\,s$	–1.5886 10^{-2}	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=176\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ $t=176\,s$	133.55 10^{6}	ANALYTIQUE	0.1 %

4.2 Remarques

Dans cette modélisation :

$$\varepsilon_{zz}^{pt}(T,Z)=0$$

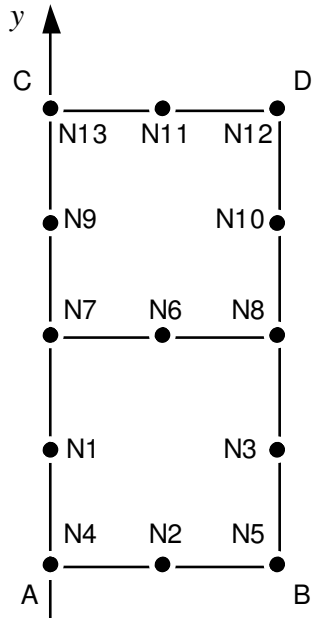
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'erreur sur la déformation plastique cumulée à 72 secondes provient en fait de l'erreur commise sur la description numérique de la transformation métallurgique qui est, à cet instant, d'environ 0,5%.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation



$A=N4$, $B=N5$, $C=N13$, $D=N12$.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 13.

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{yy} $t=60\,s$	–1.0309 10^{-2}	AUTRE_ASTER	0.02 %
σ_{zz} $t=60\,s$	265.73 10^{6}	AUTRE_ASTER	0.002 %
p $t=60\,s$	5.7213 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.1 %
ε_{yy}^{th} $t=60\,s$	-7.05 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.1 %
ε_{yy}^{meca} $t=60\,s$	-3.2593 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %
ε_{yy}^{plas} $t=60\,s$	-2.8607 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %
ε_{yy} $t=89\,s$	–1.0325 10^{-2}	AUTRE_ASTER	0.02 %
p $t=89\,s$	5.7213 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.001 %
σ_{zz} $t=89\,s$	–13.545 10^{6}	AUTRE_ASTER	0.04 %
ε_{yy}^{th} $t=89\,s$	-6.8751 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.1 %
ε_{yy}^{meca} $t=89\,s$	-3.4511 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %
ε_{yy}^{plas} $t=89\,s$	-3.4714 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %
ε_{yy} $t=112\,s$	–8.9197 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.02 %
σ_{zz} $t=112\,s$	101.39 10^{6}	AUTRE_ASTER	0.05 %
p $t=112\,s$	5.7213 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.001 %
ε_{yy}^{th} $t=112\,s$	-5.8800 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.1 %
ε_{yy}^{meca} $t=112\,s$	-3.0413 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %
ε_{yy}^{plas} $t=112\,s$	-3.1934 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %
ε_{yy} $t=176\,s$	–1.5884 10^{-2}	AUTRE_ASTER	0.04 %
p $t=176\,s$	9.3610 10^{-2}	AUTRE_ASTER	0.001 %
σ_{zz} $t=176\,s$	130.72 10^{6}	AUTRE_ASTER	0.001 %
ε_{yy}^{th} $t=176\,s$	-1.068 10^{-2}	AUTRE_ASTER	0.1 %
ε_{yy}^{meca} $t=176\,s$	-5.2093 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %
ε_{yy}^{plas} $t=176\,s$	-5.0132 10^{-3}	AUTRE_ASTER	0.002 %

6.2 Remarques

Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pt}(Z,T)\neq 0 \text{ lorsque } \dot{Z}\neq 0$$

La solution de référence est obtenue par la résolution numérique du problème avec des éléments axisymétriques pour lesquels on impose la condition de déformations planes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.5%.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)