HSNV101 - Thermo-plasticité et métallurgie découplées en traction simple

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un barreau cylindrique soumis à des évolutions thermiques $T(t)$ et métallurgiques $Z(t)$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments axisymétriques et la relation de comportement est la plasticité de Von Mises avec écrouissage isotrope linéaire (pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation).

La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

Les transformations métallurgiques ont lieu à $\dot{\varepsilon}^p=0$ (c'est en ce sens que le test **découple** la plasticité de transformation de la plasticité classique).

Les résultats fournis par *Code_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à $2\ \%$.

Les modélisation A, B, D utilisent des maillages composé de deux mailles QUAD8, la modélisation C utilise des mailles TRIA6, et la modélisation E valide la métallurgie sur point matériel.

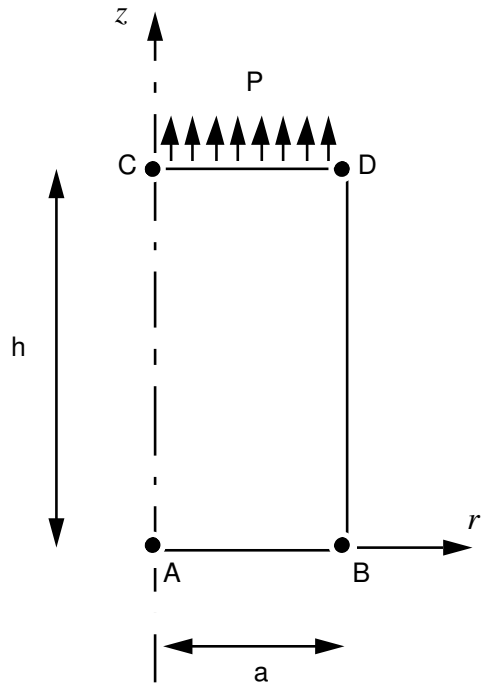
Les modélisations A, C et E utilisent le comportement META_P_IL, la modélisation B valide le comportement META_P_IL_PT, et la modélisation D utilise META_P_CL.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Rayon : a = 0.05 m.
Hauteur : h = 0.2 m.



1.2 Propriétés des matériaux

La convention suivante est adoptée afin de distinguer les paramètres de la phase chaude (austénitique) des paramètres des phases froides (ferrito-perlitique, bainitique et martensitique) :

$*^{aust}$ = caractéristiques relatives à la phase austénitique
$*^{fbm}$ = caractéristiques relatives aux phases ferrito-perlitique, bainitique et martensitique

Paramètres métallurgiques :
TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm}=\begin{cases}0. & si\ \ t\leq\tau_1 \qquad \tau_1=60\,s\\ \dfrac{t-\tau_1}{\tau_2-\tau_1} & si\ \ \tau_1\leq t<\tau_2 \quad \tau_2=112\,s\\ 1. & si\ \ t\geq\tau_2\end{cases}$$

Paramètres thermiques :
Capacité calorifique : $\rho C_p=2.10^6\,J.m^{-3}.°C^{-1}$
Conductivité : $\lambda=9999.9\,W.m^{-1}.°C^{-1}$

Paramètres thermo-mécaniques :
- Paramètres thermo-élastiques :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Module d'Young $E=200000\,10^6\,Pa$
Coefficient de Poisson $\nu=0.3$
Coefficients de dilatation thermique

$$\alpha_{fbm}=15.10^{-6}\circ C^{-1}$$

$$\alpha_{aust}=23.5\,10^{-6}\circ C^{-1}$$

Température de définition du coefficient de dilatation : $T_{ref}=900\,°C$
État de déformation thermique de référence : $\Delta\varepsilon_{f\,\nu}^{T_{ref}}=2.52\,10^{-3}$
Limite d'élasticité :

$\sigma_y^{fbm}=\sigma_0^{fbm}+s^{fbm}\left(T-T^0\right)$ avec $\sigma_0^{fbm}=400.10^6\,Pa$ et $s^{fbm}=0.5\,10^6\,Pa.\circ C^{-1}$
$\sigma_y^{aust}=\sigma_0^{aust}+s^{aust}\left(T-T^0\right)$ avec $\sigma_0^{aust}=530.10^6\,Pa$ et $s^{aust}=0.5\,10^6\,Pa.\circ C^{-1}$

- Paramètres thermo-plastiques (loi avec écrouissage linéaire)

Modules tangents : E_T^{fbm} et E_T^{aust} sont choisis tel que :
$H^{fbm}=H_0^{fbm}+\lambda^{fbm}\left(T-T^0\right)$ avec $H_0^{fbm}=-50.10^6\,Pa$ et $\lambda^{fbm}=-5.10^6\,Pa.\circ C^{-1}$
$H^{aust}=H_0^{aust}+\lambda^{aust}\left(T-T^0\right)$ avec $H_0^{aust}=1250.10^6\,Pa$ et $\lambda^{aust}=-5.10^6\,Pa.\circ C^{-1}$
On rappelle que $H=\dfrac{EE_T}{E-E_T}$

- Paramètres pour la plasticité de transformation :

Rappel :

> Dans le cas d'une évolution métallurgique de type bainitique, le modèle de la plasticité de transformation est le suivant :
>
> $$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pt}=\frac{3}{2}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}\,k^{fbm}F'\left(Z_{fbm}\right)\dot{Z}_{fbm}$$

Paramètres du modèle : $k^{fbm}=1.10^{-10}\,Pa^{-1}$ et $F'\left(Z_{fbm}\right)=2\left(1-Z_{fbm}\right)$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_Z=0$ sur le côté AB (condition de symétrie).
- traction imposée sur le côté CD

$$p(t)=\begin{cases}p_0 t & si\ \ t<\tau_1\\ p_0\tau_1 & si\ \ t\geq\tau_1\end{cases}$$

avec $p_0=6.10^6\,Pa$ et $\tau_1=60\text{s}$

- température imposée sur toute la structure :
  $T(t)=T^0+\mu t$
  avec $\mu=-5\,°C.s^{-1}$

1.4 Conditions initiales

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$T^o = 900^\circ \mathrm{C} = T^{ref}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution thermo-élastique pour $t<\tau_1^{'}$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)\\ \sigma_{zz}(t)=p_0 t\\ \varepsilon_{zz}^{e}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)}{E}\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{aust}(T-T^0)\end{cases}$$

La limite élastique est atteinte pour :

$$\tau_1^{'}=\frac{\sigma_0^{aust}}{p_0-s^{aust}\mu}=47.06\,s$$

Avant transformation, solution thermo-élasto-plastique, $\tau_1^{'}\le t\le\tau_1$, $\tau_1=60\ s$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)\\ \sigma_{zz}(t)=p_0 t\\ \varepsilon_{zz}^{e}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)}{E}\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{aust}(T-T^0)\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)-(\sigma_0^{aust}+s^{aust}\mu t)}{H_0^{aust}+\lambda^{aust}\mu t}\end{cases}$$

Pendant la transformation, solution thermo-élasto-métallurgique, $\tau_1<t<\tau_2$, $\tau_2=112\ s$.

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(\tau_1)+\varepsilon_{zz}^{pt}(t)\\ \sigma_{zz}(t)=p_0\tau_1\\ \varepsilon_{zz}^{e}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)}{E}\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=Z_{aust}\alpha_{aust}(T-T^0)+Z_{fbm}\left(\alpha_{fbm}(T-T^0)+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\right)\\ \varepsilon_{zz}^{pt}(t)=k^{fbm}F(Z_{fbm})p_0\tau_1\end{cases}$$

avec $F(Z_{fbm})=Z_{fbm}(1-Z_{fbm})$

Après la transformation, solution thermo-élasto-plastique, $\tau_2<t<\tau_3$, $\tau_3=176\ s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\begin{cases}\varepsilon_{zz}(t)=\varepsilon_{zz}^{e}(t)+\varepsilon_{zz}^{th}(t)+\varepsilon_{zz}^{p}(t)+\varepsilon_{zz}^{pt}(\tau_2)\\ \sigma_{zz}(t)=p_0\tau_1\\ \varepsilon_{zz}^{e}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)}{E}\\ \varepsilon_{zz}^{th}(t)=\alpha_{fbm}(T-T^0)+\Delta\varepsilon_{f\gamma}^{T_{ref}}\\ \varepsilon_{zz}^{p}(t)=\dfrac{\sigma_{zz}(t)-(\sigma_0^{fbm}+s^{fbm}\mu t)}{H_0^{fbm}+\lambda^{fbm}\mu t}\end{cases}$$

2.2 Résultats de référence

ε_{zz}^{p} , χ , σ_{zz} et ε_{zz} pour $t=47,48,64$ et 114 secondes.

ε_{zz}^{p} pour $t=60$ et 176 secondes.

ε_{zz}^{th}, ε_{zz}^{meca} et ε_{zz}^{plas} **dans le cas des modélisations B et D**, pour $t=47,48,64$ et 114 secondes.

avec :

ε^{meca} : déformations mécaniques

ε^{plas} : déformations plastiques (incluant la plasticité de transformation)

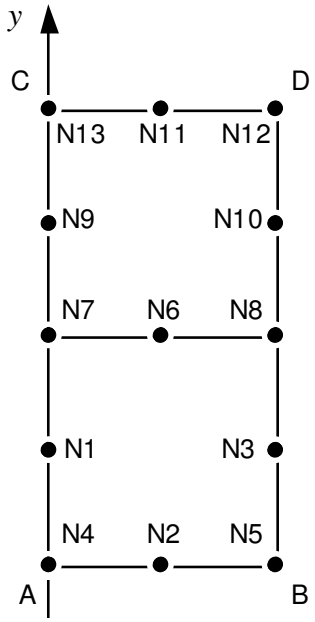
2.3 Références bibliographiques

1) DONORE A.M. - WAECKEL F. : Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$A=N4$, $B=N5$, $C=N13$, $D=N12$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME_ORDRE= 7 0	176
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=70	5

Identification		Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^{p}	$t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
χ	$t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz}	$t=47\,s$	282. 10^{6}	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}	$t=47\,s$	–4.1125 10^{-3}	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}^{p}	$t=48\,s$	3.2653 10^{-3}	ANALYTIQUE	0,15 %
χ	$t=48\,s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz}	$t=48\,s$	288. 10^{6}	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}	$t=48\,s$	–9.3469 10^{-4}	ANALYTIQUE	0,007 %
ε_{zz}^{p}	$t=60\,s$	0.04	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}^{p}	$t=64\,s$	0.040	ANALYTIQUE	0,022 %
χ	$t=64\,s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz}	$t=64\,s$	360. 10^{6}	ANALYTIQUE	0,01 %
ε_{zz}	$t=64\,s$	3.4683 10^{-2}	ANALYTIQUE	0,025 %
ε_{zz}^{p}	$t=114\,s$	0.04107	ANALYTIQUE	0,01 %
χ	$t=114\,s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz}	$t=114\,s$	360. 10^{6}	ANALYTIQUE	0,020 %
ε_{zz}	$t=114\,s$	0.03684	ANALYTIQUE	0,026 %
ε_{zz}^{p}	$t=176\,s$	0.06206	ANALYTIQUE	0,20%

3.4 Remarques

Dans cette modélisation : $\varepsilon_{zz}^{pt}=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage et les données sont identiques à la modélisation A ; la seule différence vient du comportement META_P_IL_PT (prise en compte de la plasticité de transformation)

4.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^{p} $t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=47\,s$	282. 10^{6}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=47\,s$	-4.1125 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=47\,s$	-0.0055225	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=47\,s$	0.00141	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=48\,s$	3.2653 10^{-3}	ANALYTIQUE	1.1 %
χ $t=48\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=48\,s$	288. 10^{6}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=48\,s$	-9.3469 10^{-4}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th} $t=48\,s$	-0.00564	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=48\,s$	0.004705	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=48\,s$	0.0032653	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=60\,s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=64\,s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=64\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=64\,s$	360. 10^{6}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=64\,s$	4.00085 10^{-2}	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{th} $t=64\,s$	-0.007117	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca} $t=64\,s$	0.047125	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas} $t=64\,s$	0.04533	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p} $t=114\,s$	0.041071	ANALYTIQUE	0.1 %
χ $t=114\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz} $t=114\,s$	360. 10^{6}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz} $t=114\,s$	0.072841	ANALYTIQUE	2.0 %
ε_{zz}^{th} $t=114\,s$	-0.00603	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca} $t=114\,s$	0.07887	ANALYTIQUE	2.0 %
ε_{zz}^{plas} $t=114\,s$	0.07707	ANALYTIQUE	2.0 %
ε_{zz}^{p} $t=176\,s$	0.062069	ANALYTIQUE	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3 Remarques

Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pt}(T,Z)\neq 0 \text{ lorsque } \dot{Z}\neq 0$$

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Identique à la modélisation A, seul le maillage est différent (mailles triangulaires).

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 4 mailles TRIA6

5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME_ORDRE= 7 0	176
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=70	5

Identification		Référence	Test	Tolérance
ε^{p}_{zz}	$t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
χ	$t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz}	$t=47\,s$	282. 10^{6}	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}	$t=47\,s$	–4.1125 10^{-3}	ANALYTIQUE	0,1 %
ε^{p}_{zz}	$t=48\,s$	3.2653 10^{-3}	ANALYTIQUE	0,15 %
χ	$t=48\,s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz}	$t=48\,s$	288. 10^{6}	ANALYTIQUE	0,1 %
ε_{zz}	$t=48\,s$	–9.3469 10^{-4}	ANALYTIQUE	0,007 %
ε^{p}_{zz}	$t=60\,s$	0.04	ANALYTIQUE	0,1 %
ε^{p}_{zz}	$t=64\,s$	0.040	ANALYTIQUE	0,022 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

χ	$t=64\,s$	0	ANALYTIQUE	1,0E-12 (absolu)
σ_{zz}	$t=64\,s$	360. 10^6	ANALYTIQUE	0,01 %
ε_{zz}	$t=64\,s$	3.4683 10^{-2}	ANALYTIQUE	0,025 %
ε_{zz}^{p}	$t=114\,s$	0.04107	ANALYTIQUE	0,01 %
χ	$t=114\,s$	1	ANALYTIQUE	0,1 %
σ_{zz}	$t=114\,s$	360. 10^6	ANALYTIQUE	0,020 %
ε_{zz}	$t=114\,s$	0.03684	ANALYTIQUE	0,026 %
ε_{zz}^{p}	$t=176\,s$	0.06206	ANALYTIQUE	0,20%

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage identique à celui de la modélisation A.
Ecrouissage cinématique linéaire : META_P_CL

6.2 Grandeurs testées et résultats

Identification		Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^{p}	$t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
χ	$t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz}	$t=47\,s$	282. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t=47\,s$	-4.1125 10^{-3}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t=47\,s$	-0.0055225	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca}	$t=47\,s$	0.00141	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t=47\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p}	$t=48\,s$	3.2653 10^{-3}	ANALYTIQUE	1.1 %
χ	$t=48\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz}	$t=48\,s$	288. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t=48\,s$	-9.3469 10^{-4}	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t=48\,s$	-0.00564	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca}	$t=48\,s$	0.004705	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t=48\,s$	0.0032653	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p}	$t=60\,s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p}	$t=64\,s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
χ	$t=64\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz}	$t=64\,s$	360. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t=64\,s$	3.466810^{-2}	ANALYTIQUE	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

ε_{zz}^{th}	$t=64\,s$	-0.007117	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca}	$t=64\,s$	0.04180	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t=64\,s$	0.04	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p}	$t=114\,s$	0.04107	ANALYTIQUE	0.1 %
χ	$t=114\,s$	1	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz}	$t=114\,s$	360. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t=114\,s$	0.036841	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t=114\,s$	-0.00603	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca}	$t=114\,s$	0.0428701	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t=114\,s$	0.04107	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p}	$t=176\,s$	0.06206	ANALYTIQUE	0.20%
ε_{zz}^{p}	$t=206\,s$	0.062069	ANALYTIQUE	0.1 %
σ_{zz}	$t=206\,s$	180. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t=206\,s$	0.052288	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t=206\,s$	-0.01068	ANALYTIQUE	0.2 %
ε_{zz}^{meca}	$t=206\,s$	0.062968	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t=206\,s$	0.062069	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{p}	$t=251\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 %(absolu)
σ_{zz}	$t=251\,s$	-90. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t=251\,s$	-0.01113	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t=251\,s$	-0.01068	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca}	$t=251\,s$	-0.00045	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t=251\,s$	0	ANALYTIQUE	0.1 % (absolu)
ε_{zz}^{p}	$t=296\,s$	-0.062069	ANALYTIQUE	0.1 %(absolu)
σ_{zz}	$t=296\,s$	-360. 10^6	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}	$t=296\,s$	-0.07455	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{th}	$t=296\,s$	-0.01068	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{meca}	$t=296\,s$	-0.063869	ANALYTIQUE	0.1 %
ε_{zz}^{plas}	$t=296\,s$	-0.062069	ANALYTIQUE	0.1 % (absolu)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Point matériel (utilisation de SIMU_POINT_MAT)

7.2 Grandeurs testées et résultats

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste les paramètres de la structure de données résultats (mêmes valeurs de référence que la modélisation A)

Identification		Référence	Tolérance
ε_{zz}^{p}	$t=114\,s$	0.04107	0,0001 %
ε_{zz}	$t=114\,s$	0.03684	0,0001 %
ε_{zz}^{p}	$t=176\,s$	0.06206	0,0001 %

8 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.025% sauf pour la déformation à l'instant $114\,s$ où l'erreur atteint 2% pour la modélisation B.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)