HSNA102 - Validation des lois de séchage sur une éprouvette cylindrique en béton

Résumé :

Ce cas test est destiné à valider le calcul du séchage du béton, développé dans l'opérateur de thermique non linéaire du *Code_Aster*. On teste ici les différentes lois de diffusion disponibles dans *Code_Aster*, à savoir SECH_GRANGER, SECH_MENSI, SECH_BAZANT et SECH_NAPPE. L'éventuelle dépendance à la température des modèles n'est cependant pas testée.

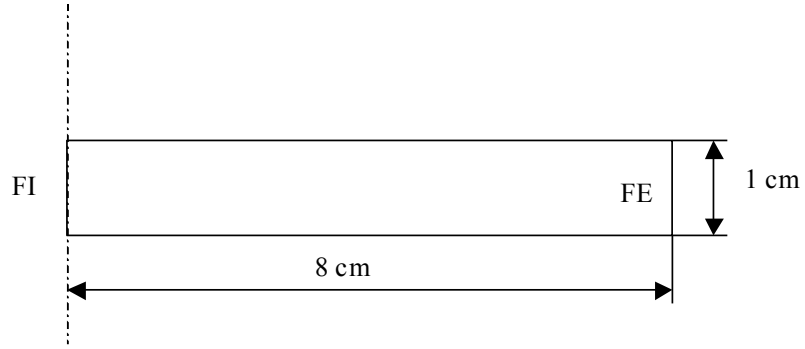
Il s'agit d'un cas test axisymétrique où la concentration en eau est appliquée directement sur la paroi extérieure. Les résultats sont comparés avec une résolution numérique des équations à l'aide de Scilab.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On modélise une tranche d'éprouvette cylindrique de diamètre $160\,mm$.



1.2 Propriétés de matériaux

Chaque modélisation permet de valider un coefficient de diffusion D, à savoir :

- modélisation A : loi de Mensi $D(C) = A\exp(BC)$
- modélisation B : loi de Granger $D(C,T) = A\exp(BC)\frac{T}{T_0}\exp\left(-\frac{Q_s}{R}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right)$
- modélisation C : définition de D sous forme de nappe
- modélisation D : loi de Bazant $D(h) = D_1\left(\alpha + \frac{1-\alpha}{1+\left(\frac{1-h(C)}{1-0.75}\right)^n}\right)$

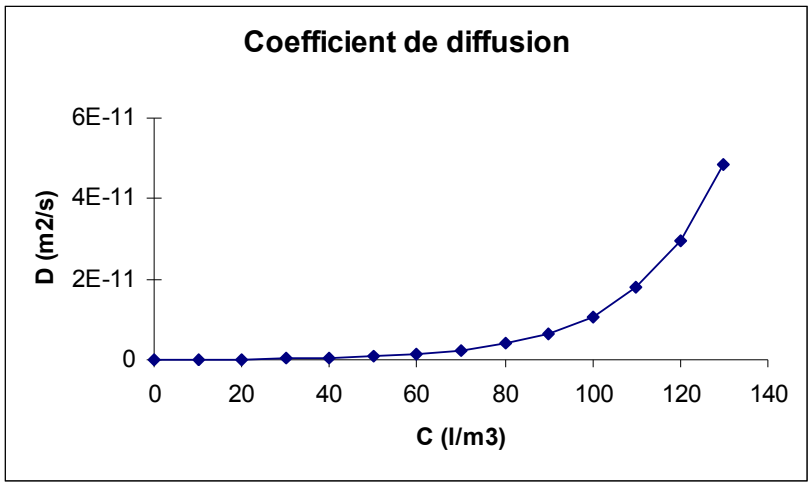
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les coefficients utilisés sont ceux préconisés par Granger dans sa thèse [bib1] :

SECH_MENSI :
$A = 0.74\,10^{-13}\,m^2/s$
$B = 0.05$

SECH_GRANGER
$A = 0.74\,10^{-13}\,m^2/s$
$B = 0.05$
$T_0 = 293\,°K$
$Q_s/R = 4700\,K^{-1}$

SECH_NAPPE On rentre sous forme de nappe la loi de Mensi



SECH_BAZANT
$D1 = 3.0\,10^{-10}\,m^2/s$
$\alpha = 0.04$
$n = 6$
$h = 1 - 0.5\left[\frac{C - C_0}{C_0 - C_{eq}}\right]^2$ avec $C_0 = 128.8\,l/m^3$ et $C_{eq} = 58.8\,l/m^3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le calcul de séchage est effectué sur une durée de 5 ans

- la température reste uniforme et vaut $20\,°C$
- on applique sur FE : $C_{eq} = 58.8\,l/m^3$

1.4 Conditions initiales

Les conditions initiales sont constituées par la température initiale, que l'on prend à $20\,°C$, et la concentration en eau initiale, qui vaut $C_0 = 128.8\,l/m^3$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Les 2 solutions de référence sont obtenues par résolution de l'équation de séchage par différences finies à l'aide de Scilab. Le fichier de commande est donné en annexe pour pouvoir éventuellement tester de nouveaux modèles.
La discrétisation spatiale est la même que pour Aster à savoir des mailles de $1\,mm$. La discrétisation temporelle est de 3600 secondes pour l'équation de Mensi, et 60 secondes pour l'équation de Bazant.

2.2 Résultats de référence

On s'intéresse à la concentration en eau dans l'éprouvette après 1h, 3j, 28j, 1.25 an, 3 ans et 5 ans. L'évolution des profils obtenus avec Scilab pour la loi de Mensi et la loi de Bazant est visible sur les [Figure 2.2-a] et [Figure 2.2-b].

Remarque :

La comparaison entre les solutions Scilab et Aster est visible en [§Annexe 2] : on montre les concentrations obtenues dans l'éprouvette après 1 heure et après 5 ans. On vérifie ainsi la bonne corrélation exceptée pour la solution obtenue avec Aster pour la loi de Mensi au bout d'une heure où on observe une oscillation qui fait beaucoup penser à une violation du principe du maximum observé en thermique (cf. [bib2]). Il serait donc intéressant de pouvoir utiliser les éléments lumpés lorsqu'on résout l'équation du séchage même si le phénomène est accentué ici du fait des conditions aux limites, puisqu'on impose directement la concentration en eau au lieu d'imposer un flux [bib3].

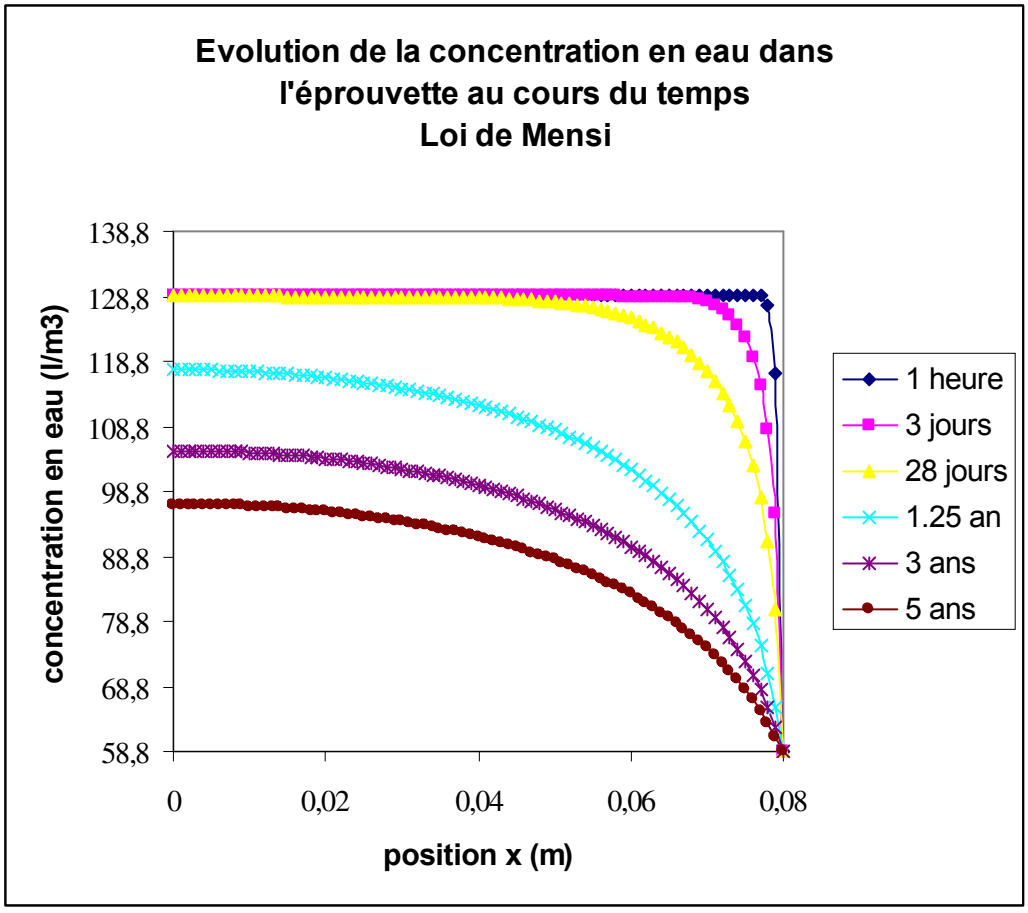


Figure 2.2-a : Solution Scilab - loi de Mensi

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

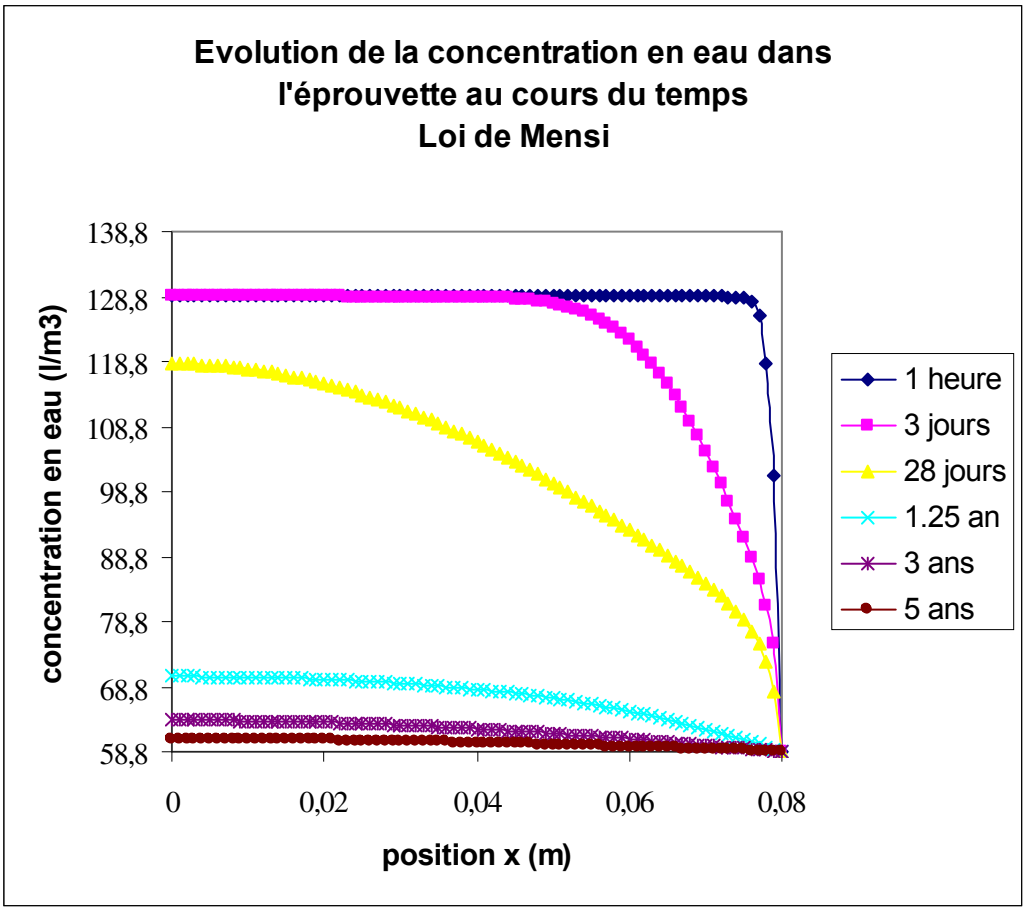


Figure 2.2-a.2-b : Solution Scilab - loi de Bazant

Les TEST_RESU sont réalisés pour les 6 instants caractéristiques aux abscisses $x=0\text{mm}$, $x=40\,mm$ et $x=60\,mm$.

2.3 Références bibliographiques

1) L. GRANGER : "Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires" publié par le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (1996).

2) S. MICHEL-PONNNELLE, A. RAZAKANAIVO : « Projet I7-01-08 : Qualité des Etudes en Mécaniques des Solides – Etape n°4 : étude des éléments finis », Note EDF : HT-64/02/007/A, Juin 2002

3) G. DEBRUYNE, B. CIREE : « Modélisation de la thermo-hydratation, du séchage et du retrait du béton », manuel de Référence *Code_Aster*, [R7.01.12] (2001).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la loi de diffusion de Mensi.

3.2 Caractéristiques du maillage

L'éprouvette est maillée à l'aide de 80 QUAD4 régulièrement répartis. Il n'y a qu'un élément dans la hauteur.

Nombre de nœuds : 162
Nombre de mailles et type : 80 QUAD4

3.3 Caractéristiques de la discrétisation temporelle

Instant Initial (s)	Instant Final (s)	Nombre de pas de temps
0	3600	10
3600	259 200	10
259 200	2 419 200	10
2 419 200	39 420 000	10
39 420 000	94 608 000	10
94 608 000	1 57 680 000	10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.4 Grandeurs testées et résultats

Concentration en eau au point $x=0.0$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$2.21\ 10^{-14}$
après 3 jours	128.80	128.80	$-2.21\ 10^{-14}$
après 28 jours	128.80	128.80	$-3.67\ 10^{-5}$
après 1.25 an	117.49	117.76	0.231
après 3 ans	105.06	105.38	0.307
après 5 ans	96.77	97.09	0.332

Concentration en eau au point $x=0.04$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$1.31\ 10^{-13}$
après 3 jours	128.80	128.80	$-1.77\ 10^{-13}$
après 28 jours	128.61	128.66	0.038
après 1.25 an	117.74	112.35	0.543
après 3 ans	99.43	100.06	0.634
après 5 ans	91.39	91.99	0.661

Concentration en eau au point $x=0.06$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$2.53\ 10^{-11}$
après 3 jours	128.80	128.80	0.002
après 28 jours	124.98	125.67	0.552
après 1.25 an	101.32	102.42	1.089
après 3 ans	89.60	90.64	1.158
après 5 ans	82.33	83.27	1.140

3.5 Commentaires

On vérifie ici que l'erreur commise est faible puisqu'inférieure à 1.5%, ce qui est tout à fait correct étant donné la discrétisation temporelle relativement grossière utilisée, notamment en fin de calcul.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la loi de diffusion de Granger

4.2 Caractéristiques du maillage

L'éprouvette est maillée à l'aide de 80 QUAD4 régulièrement répartis. Il n'y a qu'un élément dans la hauteur.

Nombre de nœuds : 162
Nombre de mailles et type : 80 QUAD4

4.3 Caractéristiques de la discrétisation temporelle

Instant Initial (s)	Instant Final (s)	Nombre de pas de temps
0	3600	10
3600	259 200	10
259 200	2 419 200	10
2 419 200	39 420 000	10
39 420 000	94 608 000	10
94 608 000	1 57 680 000	10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.4 Grandeurs testées et résultats

Concentration en eau au point $x=0.0$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$2.21\ 10^{-14}$
après 3 jours	128.80	128.80	$-2.21\ 10^{-14}$
après 28 jours	128.80	128.80	$-3.67\ 10^{-5}$
après 1.25 an	117.49	117.76	0.231
après 3 ans	105.06	105.38	0.307
après 5 ans	96.77	97.09	0.332

Concentration en eau au point $x=0.04$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$1.31\ 10^{-13}$
après 3 jours	128.80	128.80	$-1.77\ 10^{-13}$
après 28 jours	128.61	128.66	0.038
après 1.25 an	117.74	112.35	0.543
après 3 ans	99.43	100.06	0.634
après 5 ans	91.39	91.99	0.661

Concentration en eau au point $x=0.06$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$2.53\ 10^{-11}$
après 3 jours	128.80	128.80	0.002
après 28 jours	124.98	125.67	0.552
après 1.25 an	101.32	102.42	1.089
après 3 ans	89.60	90.64	1.158
après 5 ans	82.33	83.27	1.140

4.5 Commentaires

On retrouve exactement la même solution que la loi de Mensi.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la loi de diffusion SECH_NAPPE, pour laquelle on rentre simplement la loi de diffusion de Mensi.

5.2 Caractéristiques du maillage

L'éprouvette est maillée à l'aide de 80 QUAD4 régulièrement répartis. Il n'y a qu'un élément dans la hauteur.

Nombre de nœuds : 162
Nombre de mailles et type : 80 QUAD4

5.3 Caractéristiques de la discrétisation temporelle

Instant Initial (s)	Instant Final (s)	Nombre de pas de temps
0	3600	10
3600	259 200	10
259 200	2 419 200	10
2 419 200	39 420 000	10
39 420 000	94 608 000	10
94 608 000	1 57 680 000	10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Résultats de la modélisation C

6.1 Valeurs testées

Concentration en eau au point $x=0.0$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$1.32\ 10^{-13}$
après 3 jours	128.80	128.80	$8.83\ 10^{-14}$
après 28 jours	128.80	128.80	$-4.35\ 10^{-5}$
après 1.25 an	117.49	117.51	0.012
après 3 ans	105.06	105.04	-0.021
après 5 ans	96.77	96.73	-0.037

Concentration en eau au point $x=0.04$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$1.32\ 10^{-13}$
après 3 jours	128.80	128.80	$-4.41\ 10^{-13}$
après 28 jours	128.61	128.65	0.029
après 1.25 an	117.74	112.11	0.328
après 3 ans	99.43	99.74	0.318
après 5 ans	91.39	91.68	0.319

Concentration en eau au point $x=0.06$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$2.45\ 10^{-11}$
après 3 jours	128.80	128.80	0.002
après 28 jours	124.98	125.57	0.471
après 1.25 an	101.32	102.18	0.856
après 3 ans	89.60	90.35	0.843
après 5 ans	82.33	82.99	0.798

6.2 Commentaires

On voit ici que l'erreur est inférieure à 1% .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation D

7.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise la loi de diffusion de Bazant.

7.2 Caractéristiques du maillage

L'éprouvette est maillée à l'aide de 80 QUAD4 régulièrement répartis. Il n'y a qu'un élément dans la hauteur.

Nombre de nœuds : 162
Nombre de mailles et type : 80 QUAD4

7.3 Caractéristiques de la discrétisation temporelle

Instant Initial (s)	Instant Final (s)	Nombre de pas de temps
0	3600	10
3600	259 200	20
259 200	2 419 200	20
2 419 200	39 420 000	20
39 420 000	94 608 000	10
94 608 000	1 57 680 000	10

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Résultats de la modélisation D

8.1 Valeurs testées

Concentration en eau au point $x=0.0$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	0.
après 3 jours	128.80	128.80	$-3.70\ 10^{-7}$
après 28 jours	118.42	118.63	0.175
après 1.25 an	70.36	70.51	2.227
après 3 ans	63.63	63.76	0.210
après 5 ans	60.67	60.73	0.102

Concentration en eau au point $x=0.04$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$-2.21\ 10^{-14}$
après 3 jours	128.66	128.70	0.031
après 28 jours	105.89	106.80	0.853
après 1.25 an	68.25	68.53	0.415
après 3 ans	62.24	62.40	0.259
après 5 ans	60.06	60.13	0.119

Concentration en eau au point $x=0.06$:

Identification	Référence	Aster	% différence
après 1 heure	128.80	128.80	$-1.18\ 10^{-11}$
après 3 jours	120.99	122.47	1.225
après 28 jours	92.11	93.21	1.192
après 1.25 an	65.16	64.80	0.563
après 3 ans	60.62	60.76	0.234
après 5 ans	59.43	59.49	0.097

8.2 Commentaires

On vérifie ici que l'erreur commise est faible puisqu'inférieure à 1.5% .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Synthèse des résultats

Pour l'ensemble des modélisations, on obtient un écart entre la solution SCILAB et la solution *Code_Aster* inférieur à $1.5\ \%$ ce qui permet de valider l'implantation des différentes lois de séchage dans le code. Notons simplement qu'on observe une violation du principe du maximum au début de la simulation avec Aster pour la loi de Mensi. Ceci peut s'expliquer (par analogie avec la thermique) par le « choc hydrique » important dû à la façon d'imposer les conditions aux limites (concentration en eau imposée). Ce problème devrait pouvoir être résolu par l'utilisation des éléments lumpés de la même façon qu'en thermique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Annexe 1 Fichier de commande Scilab

Main.sci :

```
getf('/home/xxxx/librairie.sci') ;
// PARAMETRES DE LA SIMULATION NUMERIQUE
//
// discretisation de la largeur
x0 = 0.08 ;
x = [-0.080:0.001:+0.080] ; [n1 n2] = size(x) ;
// teneur en eau initiale
Cinit = 128.8 ;
Ci = Cinit*ones(1,n2) ;
// conditions aux limites à 50%HR
CL = [58.8 58.8] ;.
Ci(1) = CL(1) ; Ci($) = CL(2) ;
Ci_bazant = Ci ;
// pas de temps
dt = 60 ; // [s]
// coefficients de la loi de Bazant
D1 = 3.0E-10 ; //[m2/s]
a = 0.04 ;
n = 6;
TMAX = 5 ; // années
//_____________________________________________________________________________
//
// SIMULATION NUMERIQUE
//
j = 0 ;
u=file('open','resultat_g','unknown');
for annee = 0:TMAX,
 annee
  for jour = 0:364,
  for heure = 0:23,
   minute = 0 ;
    for minute = 0:59,
                                                        D_bazant                =
diffusion_bazant(D1,a,n,Cinit,58.8,Ci_bazant,293,293*ones(Ci),4700);
    Ci_bazant = linear_drying(D_bazant,Ci_bazant,CL,dt,x,"polar") ;
    if( (annee ==  0 & jour ==   0 & heure == 1 & minute == 0) | ...
        (annee ==  0 & jour ==   3 & heure == 0 & minute == 0) | ...
        (annee ==  0 & jour ==  28 & heure == 0 & minute == 0) | ...
        (annee ==  1 & jour ==  91 & heure == 0 & minute == 0) | ...
        (annee ==  3 & jour ==   0 & heure == 0 & minute == 0) | ...
        (annee ==  5 & jour ==   0 & heure == 0 & minute == 0) ) then,
       annee, jour, heure
       t=81:1:161;
       for tk=t,
         fprintf(u,'%6.3f %6.3f',x(tk),Ci_bazant(tk)) ;
       end,
     end, // if
   end, // for minute
  end, // for heure
 end, // for jour
end, // for annee

file('close',u) ;
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Librairie.sci :

```
_____________________________________________________________________
//
// COEFFICIENT DE DIFFUSION NON LINEAIRE POUR LES SECHAGE DU BETON
// LOI DE MENSI D(C) = a.exp(b.C)
// ACTIVATION THERMIQUE D(C,T) = D(C,T0).(T/T0).exp[-Q/R*(1/T-1/T0)]
//
// a      coefficient de la loi de Mensi
// b      coefficient de la loi de Mensi
// C      vecteur des teneurs en eau [-]
// T0     température de référence [K]
// T      vecteur des températures [K]
// Q_R  Q/R (valant 4700 K)
function D = diffusion_mensi(a,b,C,T0,T,Q_R),
  D = a*ones(C).*exp(b*C) ;
  D = D.*(T./(T0*ones(T))) ;
  D = D.*exp(Q_R*((ones(T)./T0)-(ones(T)./T))) ;
endfunction,
//
// _____________________________________________________________________
//
// COEFFICIENT DE DIFFUSION NON LINEAIRE POUR LES SECHAGE DU BETON
// LOI DE BAZANT
// ACTIVATION THERMIQUE D(C,T) = D(C,T0).(T/T0).exp[-Q/R*(1/T-1/T0)]
//
// D1     coefficient de la loi de Bazant
// a      coefficient de la loi de Bazant(alpha)
// n      coefficient de la loi de Bazant
// C0     teneur en eau à 100%HR
// Cext   teneur en eau du milieu environnant
// C      vecteur des teneurs en eau [-]
// T0     température de référence [K]
// T      vecteur des températures [K]
// Q_R  Q/R (valant 4700 K-1)
function D = diffusion_bazant(D1,a,n,C0,Cext,C,T0,T,Q_R),
  h = ones(C)-0.5*((C-C0*ones(C))/(Cext-C0))**2 ;
  D = (((1-a)*ones(C)./(ones(C)+(4**n)*(ones(C)-h)**n))+a*ones(C))*D1 ;
  D = D.*(T./(T0*ones(T))) ;
  D = D.*exp(Q_R*((ones(T)./T0)-(ones(T)./T))) ;
endfunction,
// _____________________________________________________________________
//
// DIFFUSION
// Résolution par la méthode des différences finies
//
// D      vecteur des coefficients de diffusion
// Ci     vecteur des teneurs en eau à l'instant j [-]
// CL     condition aux limites en xmin et xmax de type Dirichlet (C=C0)
// dt     pas de temps [s]
// x      vecteur des abscisses [m]
// mode_  polaire/cartesien
function Cf = linear_drying(D,Ci,CL,dt,x,mode_),
  [n1,n2] = size(Ci) ;
  dx_ = zeros(1,n2-2)   ; dx_(1:$) = (x(3:$)-x(1:$-2))*0.5 ;
//  Cf_ = (D*dt*(ones(dx_)./(dx_**2)).*(Ci(3:$)-2*Ci(2:$-1)+Ci(1:$-2)))+Ci(2:$-1);
  dx3     = ( (                        ...
               (x(2:$-1)-x(1:$-2)).* ...
               (x(3:$  )-x(1:$-2))   ...
```

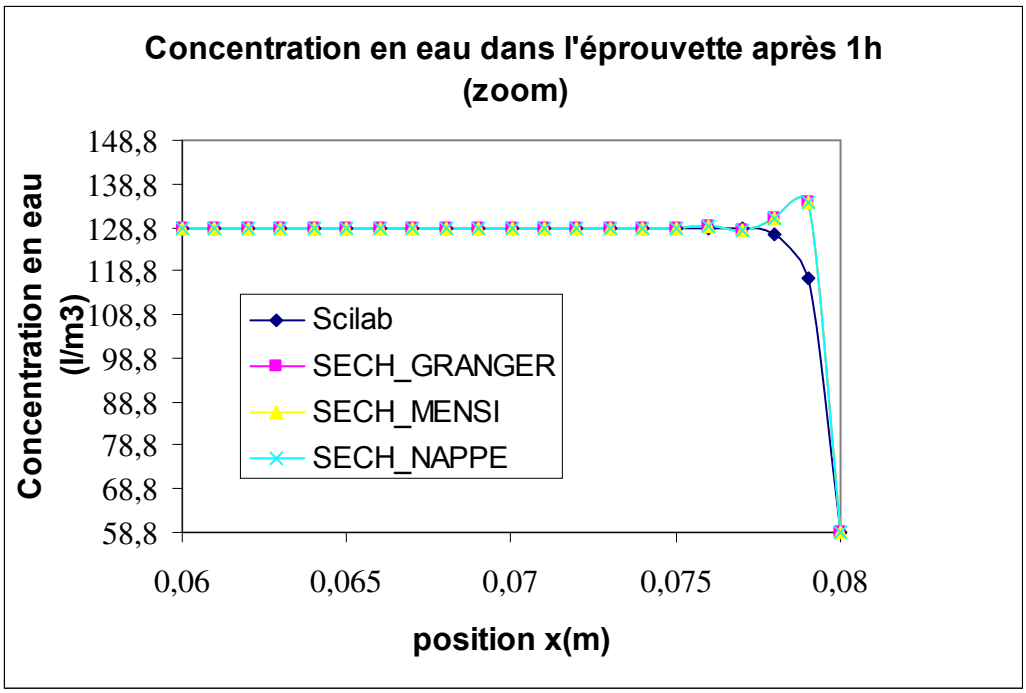

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

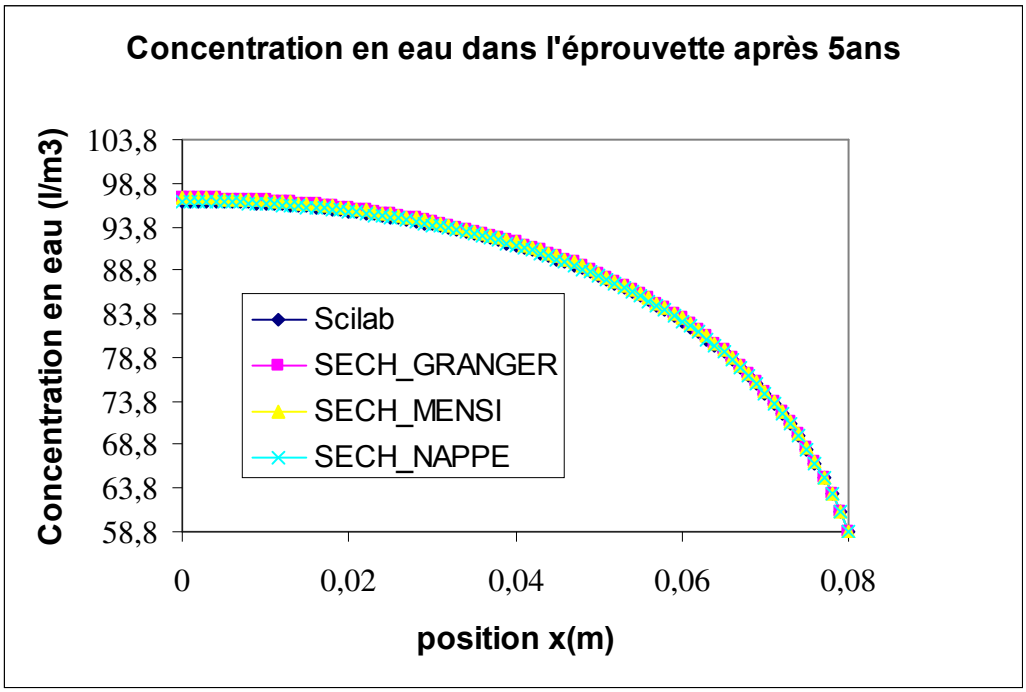
```
              ).*                    ...
               (x(3:$)-x(2:$-1))     ...
            ) ;
  d2C_dx2 = 2*( Ci(3:$  ).*( x(2:$-1)-x(1:$-2) ) ...
                -Ci(2:$-1).*( x(3:$  )-x(1:$-2) ) ...
                +Ci(1:$-2).*( x(3:$  )-x(2:$-1) ) ) ;
  d2C_dx2 = d2C_dx2./dx3 ;
  if (mode_ == "polar") then,
    dC_dx = ( Ci(3:$  ).*( x(2:$-1)-x(1:$-2) )**2 ...
             -Ci(1:$-2).*( x(3:$  )-x(2:$-1) )**2 ) ;
//             -Ci(2:$-1).*((x(2:$-1)-x(1:$-2) )**2 - (x(3:$  )-x(2:$-1))**2 )...
    dD_dx = (  D(3:$  ).*( x(2:$-1)-x(1:$-2) )**2 ...
             - D(1:$-2).*( x(3:$  )-x(2:$-1) )**2 ) ;
//             - D(2:$-1).*((x(2:$-1)-x(1:$-2) )**2 - (x(3:$  )-x(2:$-1))**2 )...
    dC_dx = dC_dx./dx3 ;
    dD_dx = dD_dx./dx3 ;
    i = find(x==0) ; [k1 k2] = size(i) ;
    if(~(k1==0)) then, x(i) = x(i+1)/10, end,
// printf("1er ordre %s ; 2ème ordre %s",string(min(dC_dx)),string(min(d2C_dx2)));
    d2C_dx2 = d2C_dx2 + dC_dx./x(2:$-1) ;
  end,
  Cf_ = Ci(2:$-1)+dt*(D(2:$-1).*d2C_dx2) ;
  if(mode_ == "polar") then,
    Cf_ = Cf_ +dt*(dD_dx.*dC_dx) ;
  end,
  Cf  = zeros(1,n2) ; Cf(2:$-1) = Cf_ ; Cf(1) = CL(1) ; Cf($) = CL(2) ;
endfunction,
//
// _____________________________________________________________________
//
```


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Annexe 2 Comparaison Aster/Scilab

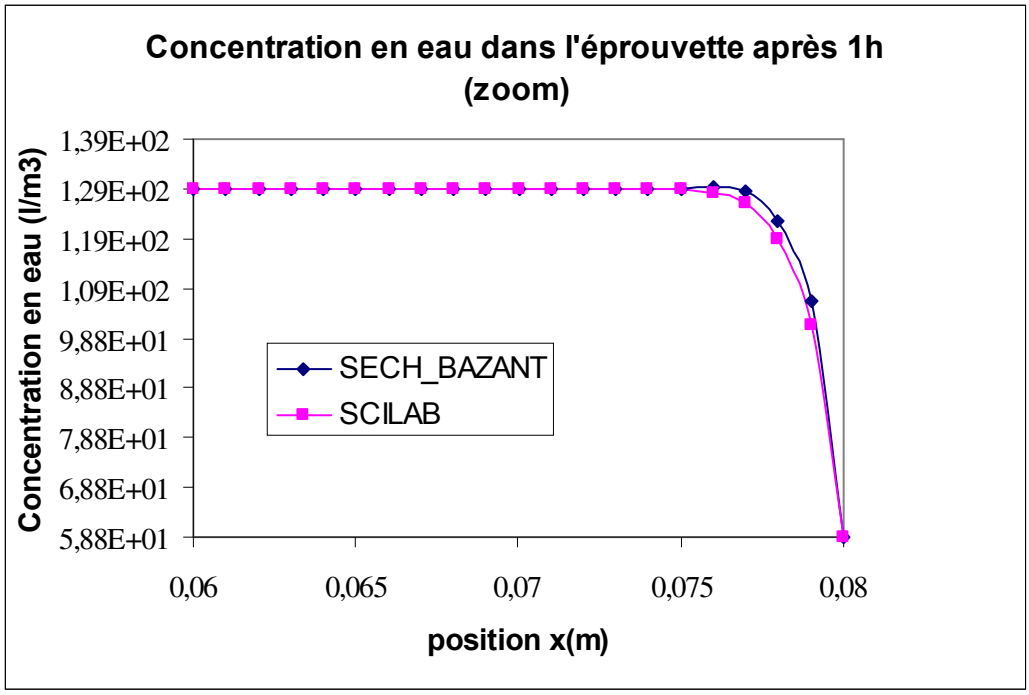
A2.1 SECH_MENSI / SECH_GRANGER / SECH_NAPPE

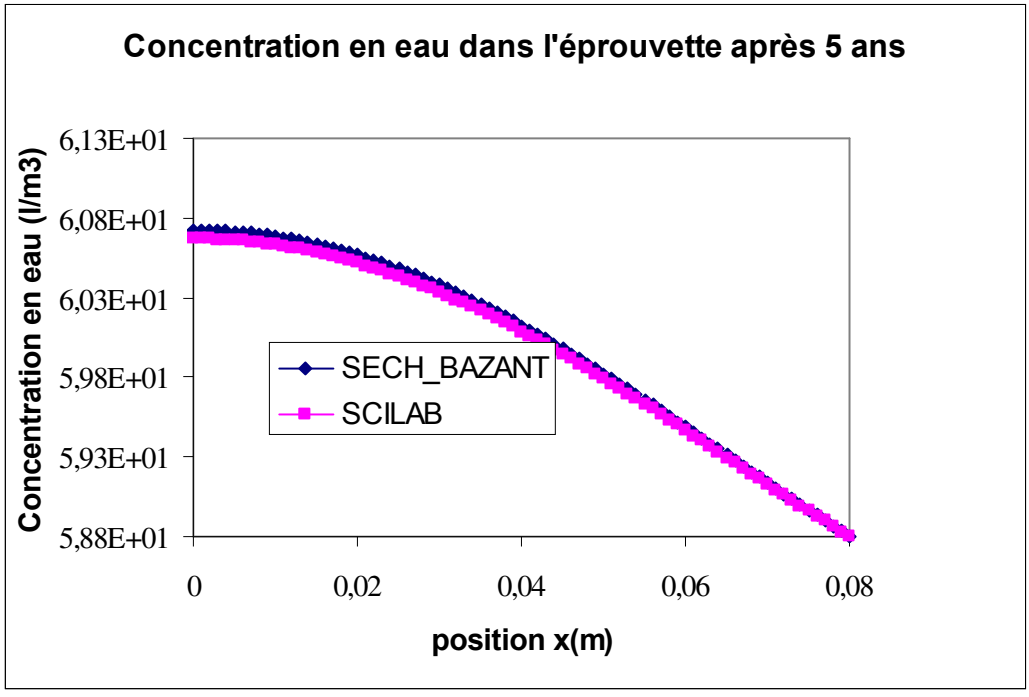




Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

A2.2 SECH_BAZANT





Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)