FORMA30 - Cylindre creux thermoélastique

Résumé :

Ce test en $2D$ axisymétrique quasi-statique permet d'illustrer sur un cas simple les questions relatives aux modélisations thermo-élastoplastiques :

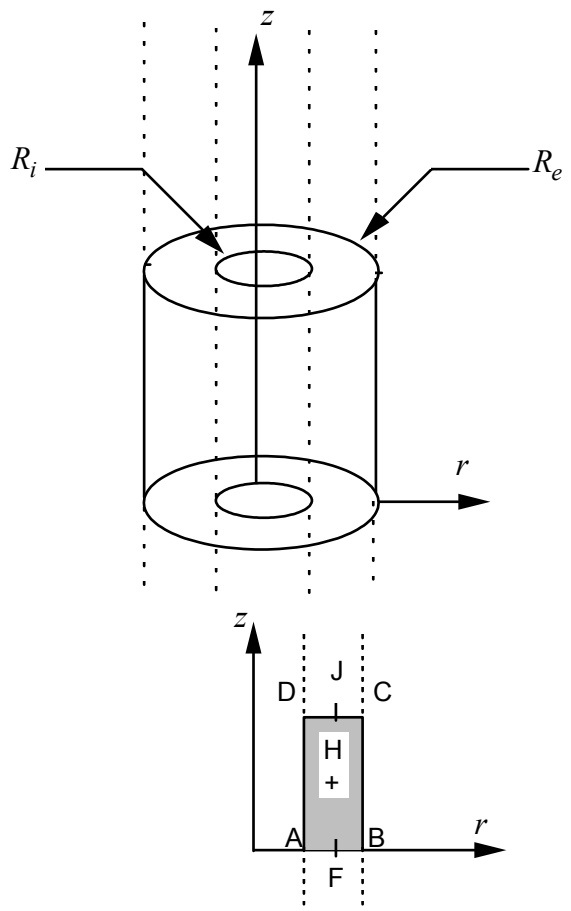
- pour le calcul thermique, il met en évidence les effets de dépassement de maximum, d'instabilité du schéma explicite et montre l'apport de la diagonalisation de la matrice de masse thermique,
- Pour le calcul mécanique, il met en évidence les contraintes dues à l'incompatibilité des déformations thermiques, même si le cylindre est libre, puis les aspects incrémentaux du calcul avec STAT_NON_LINE. On montre aussi l'influence de la température de référence et de la température de définition du coefficient de dilatation thermique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure étudiée est une tranche de cylindre, modélisée en axisymétrique, (cf HPLA100)



Rayon intérieur $R_i = 19.5$ mm
Rayon extérieur $R_e = 20.5$ mm
Point F $R = 20.0$ mm
Epaisseur $h = 1.0$ mm
Hauteur $L = 10.0$ mm

1.2 Propriétés des matériaux

Le matériau est homogène isotrope, thermoélastique linéaire. Les coefficients mécaniques sont
$E = 2.10^5 M/mm^2$; $\nu = 0.3$

Le coefficient de dilatation est fonction de la température :
$\alpha = 10^{-5} \circ C^{-1}$ pour $T = 100 \circ C$, $\alpha = 10^{-4} \circ C^{-1}$ pour $T = 0 \circ C$

La température de référence vaut $0 \circ C$. Les coefficients thermiques valent :
$\lambda = 1 W/mK$, $\rho C_p = 1000 MJ/m^3 K$

1.3 Conditions aux limites et chargements du calcul thermique

Le cylindre est soumis sur son bord interne à un échange avec un fluide qui passe brutalement de $100 \circ C$ à $0 \circ C$:

- flux nul sur les bords AB, BC, CD
- sur le bord AD, condition d'échange convectif, avec :
  $H = 100 W/mm^2/\circ C$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$Text = 100\,°C$ à $t = 0\text{s}$, puis $0\,°C$ à $t = 0.01\text{s}$, et ensuite maintenue constante.

1.4 Conditions aux limites et chargements du calcul mécanique

Conditions de symétrie
Cas non bridé : déplacement nul suivant Oy le long du côté AB .
Cas bridé : déplacement nul suivant Oy le long des côtés AB et CD .
Chargement : dilatation thermique .

2 Solution de référence

2.1 Solution thermo-élastique

La solution de référence est numérique. Elle est obtenue avec *Code_Aster* pour un maillage fin (20 éléments dans l'épaisseur). Le TP est effectué avec un maillage très grossier (3 éléments dans l'épaisseur), il ne faut donc pas s'étonner d'obtenir des résultats assez éloignés de la solution de référence.

En effet, le but du TP est de montrer :

- pour le calcul thermique, les effets de dépassement de maximum, d'instabilité du schéma explicite et l'apport de la diagonalisation de la matrice de masse thermique,
- pour le calcul mécanique, les contraintes dues à l'incompatibilité des déformations thermiques, même si le cylindre est libre, puis les aspects incrémentaux du calcul avec STAT_NON_LINE.

Les valeurs testées sont :

Instant (s)	**Température max ($Tmax$) en $°C$**	**Nombre de nœuds atteints par $Tmax$ et numéros des nœuds**	**Température min ($Tmin$) en $°C$**	**Nombre de nœuds**
0	100	63 nœuds	100	63
0,1	100	1 nœud : $N26$	69,5309	1 nœud : $N62$
4	100	1 nœud : $N1$	8,5 182	1 nœud : $N62$
10	100	1 nœud : $N2$	5,56755	1 nœud : $N62$
100	95,1712	1 nœud : $N3$	1,81091	1 nœud : $N62$

Les valeurs maximum et minimum des contraintes $SIYY$ aux instants $t = 0\text{s}$ et $t = 11\text{s}$

Cas non bridé

Instant (s)	**Contrainte maximale $SIYY$ max**	**Nombre de mailles atteintes par $SIYY$ max et numéro des mailles**	**Contrainte minimale $SIYY$ min**	**Nombre de mailles atteintes par $SIYY$ min et numéro des mailles**
11	364,875	1 maille : $M21$	–320,094	1 maille : $M2$

Cas bridé avec MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE avec $TREF = 0$ (et un état initial $T = 0\,°C$),

Instant (s)	**Contrainte maximale $SIYY$ max**	**Nombre de mailles atteintes par $SIYY$ max et numéro des**	**Contrainte minimale $SIYY$ min**	**Nombre de mailles atteintes par $SIYY$ min et numéro des**

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

		mailles		mailles
0	–200	1 maille : $M40$	–200	1 maille : $M1$
11	–61,5003	1 maille : $M1$	–702,563	1 maille : $M22$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Cas bridé avec MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE avec $TREF=100°C$ (et un état initial $T=100°C$),

Instant (s)	Contrainte maximale $SIYY$ max	Nombre de mailles atteintes par $SIYY$ max et numéro des mailles	Contrainte minimale $SIYY$ min	Nombre de mailles atteintes par $SIYY$ min et numéro des mailles
11	138,5	1 maille : $M21$	–502,563	1 maille : $M2$

2.2 Référence bibliographique

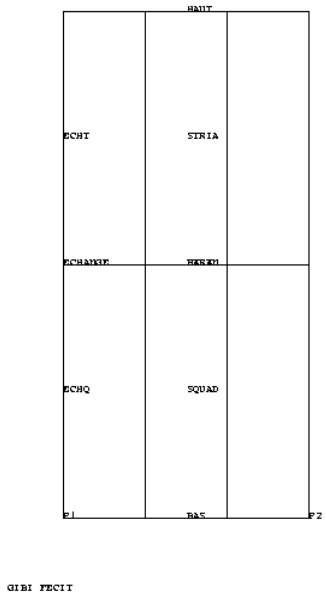
Documentation de validation [V7.01.100].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation A correspond à l'énoncé du TP. Elle ne comporte que le premier calcul thermique (sans diagonalisation de la masse thermique). Le maillage comporte 3 mailles QUAD4 dans l'épaisseur (maillage GIBI).



3.2 Caractéristiques du maillage

6 mailles

Les bords utiles pour les conditions aux limites sont définis par les groupes de mailles :

- $ECHANGE$ (bord gauche)
- $HAUT$ (bord supérieur)
- BAS (bord inférieur)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Température	instant	Identification	Référence	*Aster*	% différence
maximum	4	Temp max	126.314	126.314	0

Remarque :

Cette modélisation ne comporte qu'un test de non régression. Elle est le point de départ du TP, destiné à améliorer la modélisation (cf modélisation B). Sur l'évolution de la température au milieu du cylindre en fonction du temps, et la répartition de température à $t=4\mathrm{s}$ *. On constate (voir courbes rouges, avec marqueur carré sur la figure suivante), que l'on dépasse la température de* $100\,°C$ *, ce qui n'est pas physique. Ceci caractérise un non respect du principe du maximum.*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation correspond au corrigé du TP. Elle met en œuvre tous les calculs proposés, en commentant les résultats obtenus.

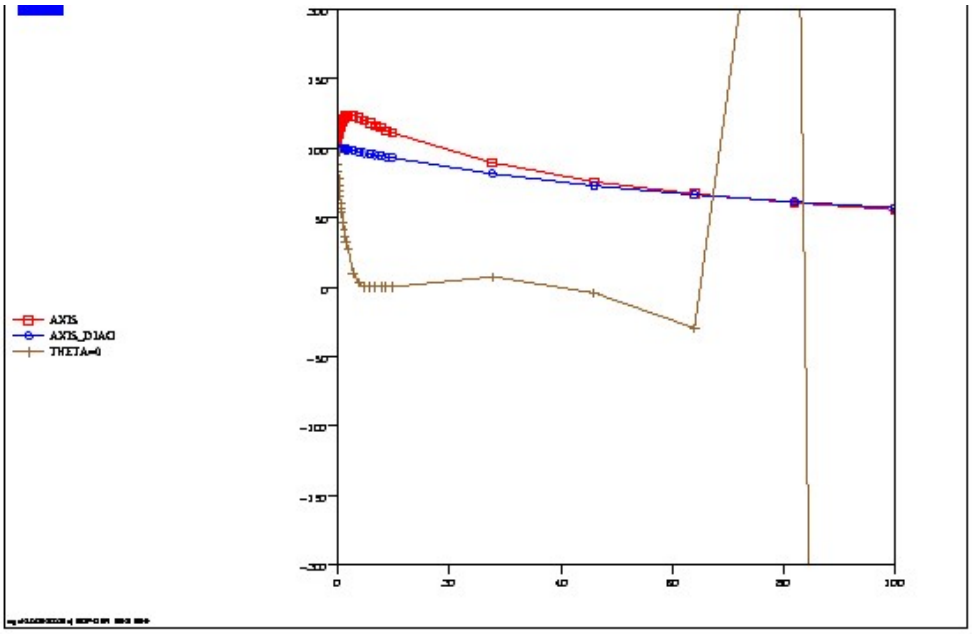


Figure 5.1-a

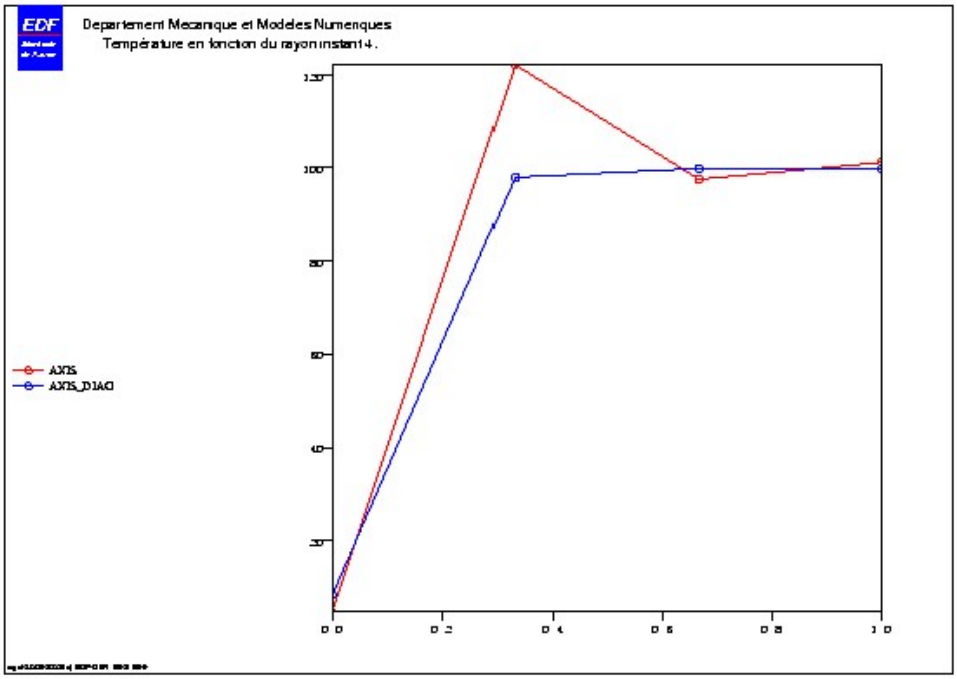


Figure 5.1-b

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.1.1 Calcul thermique

Pour améliorer les résultats de la modélisation A, donc pallier ces dépassements de la température maximum (cf. [R3.06.07]), plusieurs solutions sont possibles :

- on peut augmenter le pas de temps, ce qui n'est pas toujours compatible avec la bonne appréhension de la rapidité du transitoire (comme dans le cas présent),
- ou bien raffiner le maillage, ce qui est une bonne solution, mais coûteuse en temps calcul,
- on peut enfin utiliser la diagonalisation des matrices de masse thermiques, c'est-à-dire ici la modélisation AXIS_DIAG. On obtient alors les courbes marquées de cercles sur les figures [Figure 5.1-a] et [Figure 5.1-b] ci dessus. La température reste toujours inférieure à $100\,°C$. C'est la solution la plus simple.

Si on cherche à utiliser un schéma explicite ($THETA=0$), on voit apparaître une nette instabilité pour de grands pas de temps (courbe avec marqueur croix sur la figure [Figure 5.1-a] ci-dessus).

En conclusion, pour le calcul thermique, il faut utiliser un $THETA$ supérieur ou égal à 0.5, pour avoir un schéma stable quelque soit le pas de temps. De plus il faut utiliser un pas de temps suffisamment petit pour appréhender le transitoire, mais pas trop petit pour éviter les oscillations. Si elles apparaissent, soit il faut raffiner le maillage, soit utiliser la modélisation AXIS_DIAG, (ou PLAN_DIAG, ou 3D_DIAG).

4.1.2 Calcul thermoélastique en dilatation libre

On effectue le calcul avec MECA_STATIQUE, utilisant pour seul chargement la dilatation thermique. Avec les conditions aux limites du cas non bridé : déplacement nul suivant Oy le long du côté AB .

Pour le calcul mécanique, il suffira de calculer aux instants $t=0\mathrm{s}$, et $t=11\mathrm{s}$ par exemple.

Les contraintes à l'instant $t=0\mathrm{s}$ sont nulles, car le champ de température est uniforme ($T=200\,°C$) et reste compatible. Par contre les déformations obtenues ne sont pas nulles puisque la température de référence est égale à $200\,°C$.

A $t=11\mathrm{s}$, ou tout autre instant mécanique positif, on voit apparaître des contraintes dites de compatibilité thermiques. En effet, le champ de température n'est plus uniforme mais varie suivant r . Ceci produit des déformations incompatibles, qui génèrent donc des contraintes, même pour un cylindre non bridé. Cette situation se produit même pour un champ de température linéaire par rapport au rayon. Par contre (cf exposé) un champ de température linéaire par rapport aux coordonnées globales ne produit pas de contrainte pour une structure non bridée.

4.1.3 Calcul thermoélastique avec bridage

Le calcul avec MECA_STATIQUE du cas bridé montre l'apport du bridage sur les contraintes ($SIYY$ en particulier) : à l'instant $t=0\mathrm{s}$, la température de référence étant égale à $0\,°C$, le champ uniforme de température provoque un état de contrainte uniforme $SIYY$ de $200\mathrm{MPa}$, et à $t=11\mathrm{s}$, l'état de contraintes est différent du cas non bridé.

Cette modélisation est correcte, mais se limite aux comportements linéaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.1.4 Calcul thermoplastique avec bridage

On cherche à effectuer le même calcul que précédemment, mais cette fois avec STAT_NON_LINE , avec COMPORTEMENT=_F(RELATION='ELAS') , pour ne pas compliquer le problème (un autre comportement mènerait aux mêmes observations). La liste d'instants fournie à STAT_NON_LINE est : $t=0\text{s}$ et $t=11\text{s}$.

Etant donné que l'on fait un calcul incrémental, l'instant 0 est considéré comme instant initial. Il n'est donc pas calculé, et à l'instant suivant ($t=11\text{s}$), on calcule la solution due à l'accroissement de charge (thermique ici) entre 0s et 11s . On constate alors que la solution obtenue (déplacements, contraintes) est différente du calcul avec MECA_STATIQUE . C'est logique et cohérent avec la définition du calcul incrémental, mais c'est un piège pour l'utilisation. A retenir : implicitement, STAT_NON_LINE en incrémental suppose qu'à l'instant initial, la structure est non contrainte, non déformée. Ceci implique que le champ de température doit être uniforme et égal à la température de référence.

Ce n'est pas le cas ici : à $t=0\text{s}$, $TREF=0\,°C$, et $T=200\,°C$. En ne calculant pas cette dilatation thermique, on suppose ici que à $t=0\text{s}$, il n'y a aucune déformation, et aucune contrainte.

4.1.5 Calcul thermoplastique avec bridage et ajout de conditions initiales

On modifie la liste d'instants : on ajoute un instant préliminaire $t=-1\text{s}$ par exemple. En cet instant, on définit un champ de température uniforme, égal à la température de référence. On utilise à cette fin les commandes CREA_CHAMP , puis CREA_RESU pour enrichir la structure de données résultats thermique avec ce champ uniforme. On effectue ensuite le calcul mécanique, en fournissant la liste d'instants : $t=-1\text{s}$, $t=0\text{s}$, et $t=11\text{s}$
On constate alors que l'instant $t=0\text{s}$ est bien calculé, et que les contraintes sont identiques au cas calculé avec MECA_STATIQUE .

4.2 Caractéristiques du maillage

Même maillage que pour la modélisation A.

4.3 Grandeurs testées et valeurs

Modélisation AXIS_DIAG

Température	instant	Identification	Référence	*Aster*	% différence
maximum	4	Temp max	100	100	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Ce test est relatif à la formation thermoplasticité. Il montre l'utilité du choix de la modélisation DIAG (matrice de masse thermique diagonalisée) pour les calculs thermiques, et illustre en thermomécanique incrémentale (commande STAT_NON_LINE) comment prendre en compte correctement l'état initial.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)