SSND105 - Loi de comportement visco-élasto-plastique avec effet de mémoire

Résumé :

Le problème est quasi-statique non-linéaire en mécanique des structures. Les lois testées, VMIS_CIN2_MEMO et VISC_CIN2_MEMO, sont des lois avec écrouissage cinématique non-linéaire, écrouissage isotrope, et mémoire de l'écrouissage maximum. On analyse la réponse en un point matériel, avec un pré-écrouissage, puis un chargement cyclique.

La modélisation A permet de valider l'effet de mémoire avec VMIS_CIN2_MEMO dans un cas où l'écrouissage est purement isotrope, pour une traction simple. La solution de référence pour cette modélisation est analytique.

La modélisation B compare les résultats obtenus avec effet de mémoire, et sans effet de mémoire entre les lois VISC_CIN2_MEMO et VISCOCHAB, pour un chargement cyclique avec pré-écrouissage.

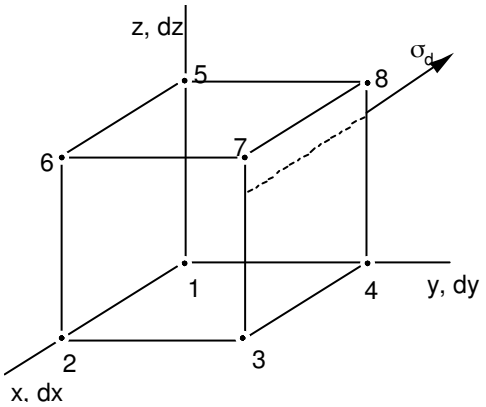
La modélisation C est similaire à la modélisation B, et permet de valider les deux modèles en axisymétrique.

La modélisation D est similaire à la modélisation C, et permet de vérifier que les modèles pouvant prendre en compte l'effet de non proportionnalité donnent dans ce cas des résultats identiques aux modèles précédents.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Face YZ : (1, 4, 5, 8)
Face XZ : (1, 2, 5, 6)
Face 1YZ : (2, 3, 6, 7)
Face 1XZ : (4, 3, 8, 7)

σ_d : pression

1.2 Propriétés des matériaux

Élasticité isotrope $E=145\,000\,MPa$ $\nu=0.3$

Élasto-plasticité avec effet de mémoire (modélisation A) : modèle VISC_CIN2_MEMO

Écrouissage isotrope

R_0	$35\,MPa$	B	12

Mémoire

MU	19	Q_0	140MPa
ETA	0.5	Q_M	460MPa

Écrouissage cinématique (modélisation A)

C1	0	G1_0	0
C2	0	G2_0	0

Viscoplasticité avec effet de mémoire (modélisations B et C) : modèle VISC_CIN2_MEMO
Paramètres identiques aux valeurs précédentes, sauf :

LEMAITRE

UN_SUR_K	$1/70(MPa\,S^{1/N})^{-1}$ =0.0142857	N	24

Écrouissage cinématique (modélisation B)

C1	1950 MPa	G1_0	50
C2	65000 MPa	G2_0	1300

Viscoplasticité modèle VISCOCHAB (modélisations B et C)

k	$35\,MPa$	B	12	ETA	0.5	C2	$65000\,MPa$
A_K	0	M_R	1	C1	$1950\,MPa$	M_2	1
A_R	1	G_R	0	M_1	1	D2	1
K_0	$70\,MPa\,S^{1/N}$	MU	19	D1	1	G_X2	0
N	24	Q_M	460	G_X1	0	G2_0	$1300\,MPa$
ALP	0 MPa	Q_0	40 MPa	G1_0	$50\,MPa$	A_I	1
		QR_0	200 MPa				

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

$N6 \quad dy=dz=0$
$N2 \quad dy=0$
$FACE1YZ \quad dx=0$

Traction (modélisation A) : $FACEYZ \quad Fx=-0.25\times coef \qquad Coef=120$ pour $t=8\text{s}$.

Pré-écrouissage(modélisation B) $FACEYZ \quad Sxx=250\,MPa\times coef2 \qquad Sxx=250\,Mpa\times coef2$

$coef\,2=1$ pour $t=10\text{s}$, puis décharge ($coef2=0$) pour $t=11\text{s}$.

A partir de 11s , 20 cycles en déformation imposée (+/- 0.5%)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On peut calculer la solution analytique correspondant au pré-écrouissage (traction monotone, modélisation A) :

Le système d'équations du problème avec effet de mémoire s'écrit (20 équations) [R5.03.04] :

Élasticité : $\tilde{\sigma}=2\mu(\tilde{\varepsilon}-\varepsilon^{p})$

Critère de plasticité $\left\| \tilde{\sigma} - \frac{2}{3}C_1\alpha_1 - \frac{2}{3}C_2\alpha_2 \right\|_{eq} = R_0 + R(p)$

Écoulement plastique : $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathbf{p}} = \dot{p}\,\mathbf{n}$ avec $\mathbf{n}=\frac{3}{2}\frac{\tilde{\sigma} - \frac{2}{3}C_1\alpha_1 - \frac{2}{3}C_2\alpha_1}{\left\| \tilde{\sigma} - \frac{2}{3}C_1\alpha_1 - \frac{2}{3}C_2\alpha_1 \right\|_{eq}}$

Écrouissage isotrope : $\dot{R}=b(Q-R)\dot{p}$

Mémoire d'écrouissage maximal : $Q=Q_0+(Q_m-Q_0)\left(1-e^{-2\mu q}\right)$

où q est déterminé par :

•un domaine $F\left(\varepsilon^{p},\xi,q\right)=\frac{2}{3}J_2\left(\varepsilon^{p}-\xi\right)-q\le 0$ caractérisant les déformations plastiques maximales, dont q mesure le rayon et ξ le centre

• ξ est calculé suivant une loi de normalité c'est à dire: $\dot{\xi}=\dot{q}\mathbf{n}^{*}$, avec $\mathbf{n}^{*}=\frac{3}{2}\frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}-\xi}{J_2\left(\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}-\xi\right)}$

Sur la surface du domaine d'écrouissage maximal, on a $F=0$. En appliquant la condition $dF=0$, on obtient l'expression en vitesse : $\dot{q}=\eta\left\langle \mathbf{n}:\mathbf{n}^{*}\right\rangle\dot{p}$

Pour un point matériel en charge uni-axiale, les champs (uniformes) ont pour composantes :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\varepsilon^p} = p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, lors de la première charge uni-axiale dans la direction x :

$$\xi^- = 0$$
$$q^- = 0$$
$$\Delta q = \eta \varepsilon_x{}^p$$

Dans ce cas, $q = \frac{1}{2}\Delta\boldsymbol{\varepsilon^p}_{\max}$, implique que $\eta = \frac{1}{2}$. Dans ce cas, $\Delta\boldsymbol{\xi} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\varepsilon^p}\right)$

De plus, dans le cas d'un cycle de traction compression symétrique (en déformation plastique), on obtient, lors de la première décharge symétrique (avec $\eta = \frac{1}{2}$) :

$$\xi^- = \frac{1}{2}\varepsilon^p{}_{\max}$$
$$q^- = \frac{1}{2}\varepsilon^p_{xx\max}$$
$$\Delta q = \eta\left[\frac{2}{3}J_2\left(\varepsilon^p\right) - q^-\right] = \eta\left[\left|\varepsilon^p_{xx\min} - \xi^-\right| - \frac{1}{2}\varepsilon^p_{xx\max}\right] = \frac{1}{2}\left|\varepsilon^p_{xx\min}\right|$$

$$q = q^- + \Delta q = \varepsilon^p_{xx\max} = \frac{1}{2}\Delta\varepsilon^p_{xx}$$
$$\Delta\xi = \frac{(1-\eta)\Delta q\left(\boldsymbol{\varepsilon^p} - \xi^-\right)}{\eta q^- + \Delta q} = -\frac{1}{2}\Delta\varepsilon^p_{xx\max}$$

$\xi = \xi^0 + \Delta\xi = 0$ ce qui correspond bien au résultat attendu (cf. [bib2]) : domaine $F = 0$ centré sur l'origine, et de rayon la demi-amplitude de déformation plastique.

Dans le cas d'une traction croissante, et si l'écrouissage cinématique est négligé, les équations à résoudre deviennent :

$$\sigma \le R_0 + R(p)$$

Il faut donc calculer la fonction $R(p)$, telle que :

$$dR = b(Q - R)dp \qquad \text{avec } Q = Q_0 + (Q_m - Q_0)\left(1 - e^{-2\mu q}\right).$$

De plus, on considère que l'on est en charge, donc $F\left(\varepsilon^p, \xi, q\right) = 0$

$$dq = \eta dp$$

Il faut donc intégrer l'équation différentielle :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$dR = b\left(Q_0 + (Q_m - Q_0)\left(1 - e^{-2\mu q}\right) - R\right)dp$$

ce qui s'intègre de la façon suivante :

$$dR + bR = 0 \Rightarrow R = \lambda e^{-bp}$$

Méthode de variation de la constante : $R = \lambda(p)e^{-bp}$

$$d\lambda e^{-bp} = b\left(Q_m - (Q_m - Q_0)e^{-2\mu\eta p}\right)dp$$
$$d\lambda = bQ_m e^{bp}dp + b(Q_0 - Q_m)e^{(b-2\mu\eta)p}dp$$

en intégrant :

$$\lambda = Q_m e^{bp} + \frac{b(Q_0 - Q_m)}{(b - 2\mu\eta)}e^{(b-2\mu\eta)p} + K$$

d'où

$$R(p) = Q_m + \frac{b(Q_0 - Q_m)}{(b - 2\mu\eta)}e^{-2\mu\eta p} + Ke^{-bp}$$

La constante K est définie par les conditions initiales : pour $p=0$, $R=0$

$$0 = Q_m + \frac{b(Q_0 - Q_m)}{(b - 2\mu\eta)} + K \text{ soit } K = \frac{b(Q_m - Q_0)}{(b - 2\mu\eta)} - Q_m = \frac{-bQ_0 + 2\mu\eta Q_m}{(b - 2\mu\eta)}$$

Finalement :

$$R(p) = Q_m + \frac{b(Q_0 - Q_m)}{(b - 2\mu\eta)}e^{-2\mu\eta p} + \frac{2\mu\eta Q_m - bQ_0}{(b - 2\mu\eta)}e^{-bp}$$

On a donc en charge : $\sigma = R_0 + R(p)$

2.2 Résultats de référence

Modélisation A :

Valeur de $SIXX$ à l'instant final : $\sigma = R_0 + R(p)$

avec $R(p) = Q_m + \frac{b(Q_0 - Q_m)}{(b - 2\mu\eta)}e^{-2\mu\eta p} + \frac{2\mu\eta Q_m - bQ_0}{(b - 2\mu\eta)}e^{-bp}$

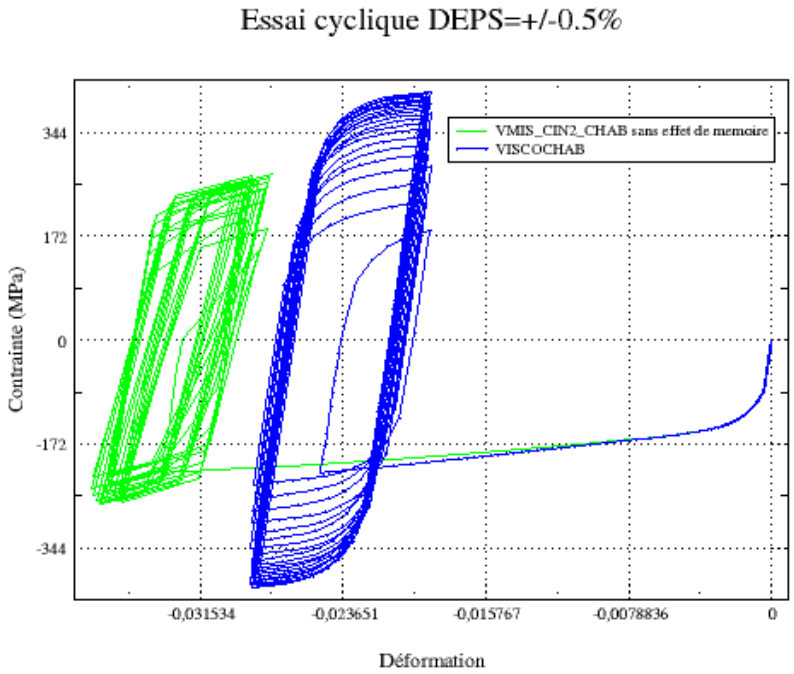
$t = 8\text{s}$, on doit retrouver $SIXX = 120\,Mpa$.

Pour cela on calcul $R(p)$ à partir de la valeur de p à l'instant $t = 8\text{s}$.

Modélisation B :

On comparera les résultats obtenues avec VISC_CIN2_MEMO avec ceux obtenus avec VISCOCHAB, à la fin du pré-écrouissage et au bout de 10 cycles. Les courbes ci-dessous mettent en évidence de l'effet de mémoire (par comparaison avec VISC_CIN2_CHAB qui ne le modélise pas) : après un pré-écrouissage, les cycles à déformation imposée se stabilisent à une amplitude de contraintes supérieure à celle obtenue sans effet de mémoire :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



2.3 Incertitude sur la solution

- Modélisation A : analytique
- Modélisation B : inter-comparaison entre VISCOCHAB et VISC_CIN2_MEMO : précision de l'intégration numérique, estimée à moins de 1% .
- Modélisation C : validation ddes comportements en 2D AXIS ; les résultats doivent être identiques à ceux de la modélisation B.

2.4 Références bibliographiques

[1] R5.03.04 « Comportements élasto-visco-plastiques de J.L.Chaboche ».

[2] J.M.PROIX « Comportement viscoplastique prenant en compte la non proportionnalité du chargement» EDF R&D-CR-AMA12-284, 12/12/12

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D, 1 hexa8. Traction simple.

3.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	tolérance
σ_{xx}	120	0,20%
p	$3.70925\,E-2$	0,10%

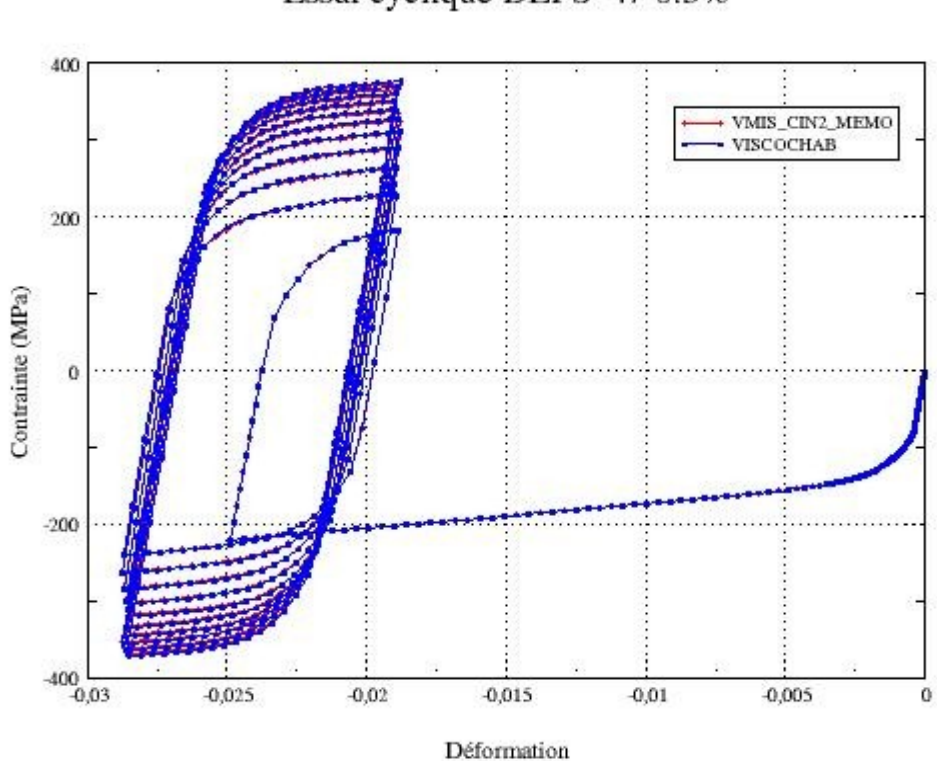
4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Pré-écrouissage en traction puis cycles à déformation imposée, comparaison VISCOCHAB et VISC_CIN2_MEMO. 250 pas de temps pour 10 cycles.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instant	VISCOCHAB	VISC_CIN2_MEMO	% différence
σ_{xx}	10	220	220	0
σ_{xx}	11	0	0	0
σ_{xx}	113.5	3.75459E+02	3.72353E+02	−0.8
ε_{xx}	113.5	−1.87638E−02	−1.87638E−02	0



4.3 Remarques

La différence de 0.8% sur les contraintes à l'instant final s'estompe si on raffine le pas de temps : avec un pas de temps 2 fois plus fin, l'écart devient 0.4% .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Pré-écrouissage en traction puis cycles à déformation imposée, comparaison VISCOCHAB et VISC_CIN2_MEMO. 250 pas de temps pour 10 cycles. Modélisation 2D AXIS.

5.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Instant	VISCOCHAB	VISC_CIN2_MEMO	% différence
σ_{xx}	113.5	3.75459E+02	3.72353E+02	−0.8
ε_{xx}	113.5	−1.87638E−02	−1.87638E−02	

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation C, avec des modèles de type NRAD (non radialité). Les résultats des modèles VISC_MEMO_NRAD et VISC_ CIN2 _NRAD peuvent être comparés à ceux de la modélisation C, puisque l'effet de non radialité doit être inopérant ici. Les tests de VMIS_MEMO_NRAD, VMIS_CIN2_NRAD (sans viscosité) sont de non régression.

6.2 Grandeurs testées et résultats

Comportement VISC_MEMO_NRAD

Identification	Instant	Référence VISC_CIN2_MEMO
σ_{xx}	113.5	369.679
ε_{xx}	113.5	−1.8773E−02

Comportement VISC_CIN2_NRAD

Identification	Instant	Référence VISC_CIN2_CHAB
σ_{xx}	113.5	269.6
σ_{xx}	10	220

Comportement VMIS_MEMO_NRAD

Identification	Instant	Référence
σ_{xx}	113.5	372.2 (non régression)
σ_{xx}	10	220 (analytique)

Comportement VMIS_CIN2_NRAD

Identification	Instant	Référence VISC_CIN2_MEMO
σ_{xx}	113.5	225.254 (non régression)
σ_{xx}	10	220 (analytique)

7 Synthèse des résultats

Les quatre modélisations permettent de valider, sur un point matériel, les comportements de type cinématique non linéaire à effet de mémoire, en plasticité et en viscoplasticité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)