SSNS100 - Comportement non linéaire d'une nappe d'armatures sous chargement thermique

Résumé :

Une nappe d'armatures non excentrée par rapport au feuillet moyen et encastrée sur ses quatre côtés est soumise à un chargement thermique. Les orientations des armatures sont confondues avec les axes (X, Y) du repère global.

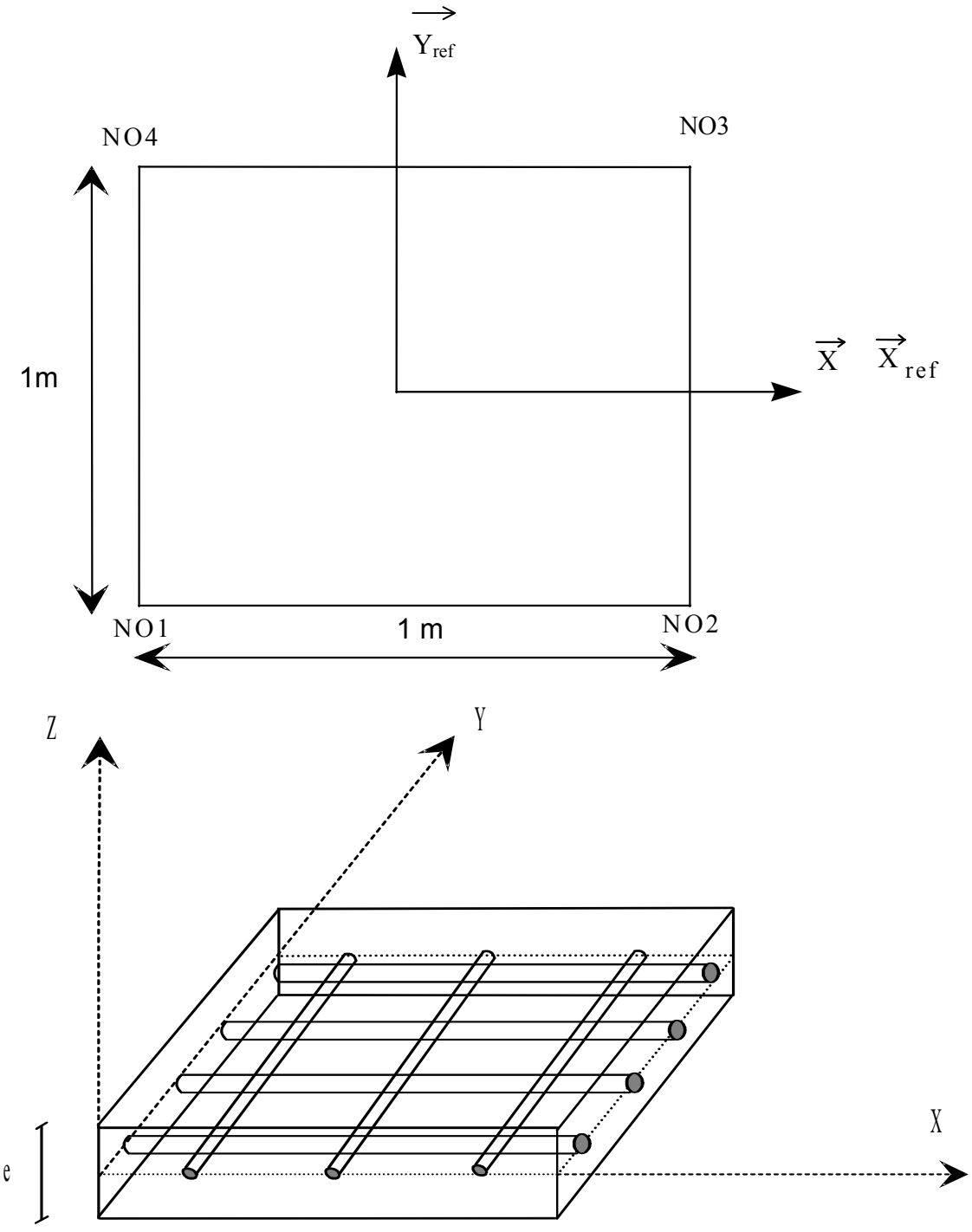
L'intérêt principal de ce test est de valider l'intégration numérique des modèles de comportement élasto-plastique GRILLE_ISOT_LINE, GRILLE_CINE_LINE et GRILLE_PINTO_MEN d'une nappe d'armatures associée à l'élément fini GRILLE_EXCENTRE (plaque avec excentrement par rapport au plan de référence), dans l'algorithme général STAT_NON_LINE.

Afin d'obtenir des solutions de référence, des solutions analytiques ont été établies pour les deux comportements élasto-plastiques à écrouissage isotrope linéaire et cinématique linéaire. Le comportement de Pinto-Menegotto est validé par non régression des résultats numériques obtenus avec *Aster* en version 5-3 (cf. [§1.3.3]).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie de la plaque



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Caractéristiques des modélisations

Ce cas test est composé de 8 modélisations. Le tableau ci-dessous résume leurs caractéristiques :

1) Orientation des armatures : direction longitudinale (L) : OX; direction transversale (T) : OY
2) Excentrement = $0\,m$
3) Section par mètre linéaire = $0{,}01\,m^2/ml$ (même épaisseur dans les directions transversale et longitudinale en cas de présence d'armatures transversales)

Modélisation	Loi de comportement	Présence d'armature transversale	Mode d'application de la température
A	isotrope linéaire	Oui	aux nœuds
B	cinématique linéaire	Oui	aux nœuds
C	Pinto Menegotto	Oui	aux nœuds
D	Pinto Menegotto	Oui	aux éléments
E	Pinto Menegotto	Non	aux éléments
F	isotrope linéaire	Non	aux nœuds
G	cinématique linéaire	Non	aux nœuds
H	Pinto Menegotto	Non	***

*** Pour le cas test H, le chargement en température est remplacé par un chargement mécanique (déplacement imposé aux nœuds).

1.3 Propriétés des matériaux

1.3.1 Propriétés communes à toutes les modélisations

Module d'Young : $E=2.10^{11}\,MPa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0$
Limite d'élasticité : $\sigma_y=2.10^{8}\,MPa$

Coefficient de dilatation thermique : $\alpha=10^{-5}(°C^{-1})$

1.3.2 Comportement plastique isotrope et cinématique

Pour les comportements isotrope (GRILLE_ISOT_LINE) et cinématique (GRILLE_CINE_LINE)
Pente d'écrouissage: $E_T=2.10^{10}\,MPa$

1.3.3 Comportement de Pinto Menegotto

Pour le comportement PINTO MENEGOTTO (GRILLE_PINTO_MEN)

EPSI_ULTM	:	3,0. 10^{-2}
SIGM_ULTM	:	2,58. 10^{8}
EPSP_HARD	:	0,0023
R_PM	:	20,0
EP_SUR_E	:	0,01
A1_PM	:	18,5
A2_PM	:	0,15
ELAN	:	4,9
A6_PM	:	620,0
C_PM	:	0,5
A_PM	:	0,008

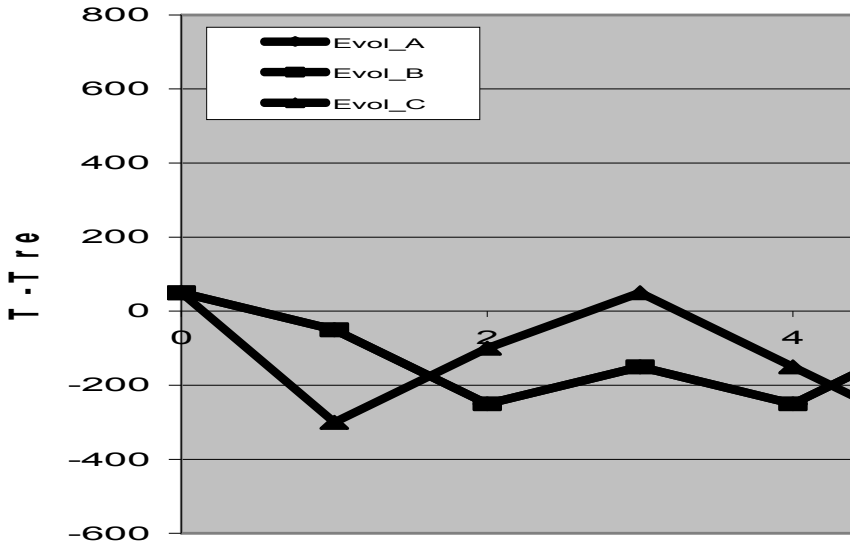
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Conditions aux limites et chargement

La plaque est entièrement encastrée pour les modélisations A à G (thermo-mécanique). Pour la modélisation H (mécanique), on bloque tous les déplacements et toutes les rotations aux nœuds sauf UX pour les nœuds $NO2$ et $NO3$.

Le chargement est d'origine thermique pour les modélisations A à G. L'évolution de la température en fonction du temps est donnée pour chaque modélisation dans le tableau suivant. La température est appliquée aux nœuds ou aux éléments, selon la modélisation.

Instant	Évolution A $T°$	Évolution B $T°$	Évolution C $T°$
0	50	50	50
1	–50	–50	–300
2	–250	–250	–100
3	–150	–150	50
4	–250	–250	–150
5	–50	–50	–350
6	350	350	–200
7	50	150	
8	–450	–450	
9	–110	–250	
10	550	650	
11	50	450	



On a pris pour tous les tests une température de référence de $50°$.

Pour la modélisation H, on applique une force nodale FX aux nœuds $NO2$ et $NO3$ (dirigée suivant le vecteur UX) en pilotant le calcul par le déplacement UX de $NO3$ pour qu'il suive l'évolution suivante :

Instant	0.001	0.0023	0.03	0.2	0.4	6.4	7.92
Ux (m)	0.001	0.0023	0.03	0.0296667	0.02	-0.04	-0.033

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Instant	17	19	20	21	22	25	50
Ux (m)	0.01	0.03	0.0298	0.026	0.022	0.025	0.05

2 Solutions de référence

2.1 Comportement plastique isotrope

La solution de référence se calcule analytiquement.
On note T^+, ε_p^+, p^+, ε^+ la température, la déformation plastique, la déformation plastique cumulée et la déformation totale à l'instant de calcul, et T^- , ε_p^-, p^- les mêmes quantités à l'instant précédent. $T_{réf}$ désigne la température de référence.

La solution se calcule de la façon suivante :

$$\sigma_e = E\left| \varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) - \varepsilon_p^- \right|$$

$$R(p) = \frac{E.E_T}{E - E_T} p + \sigma_y$$

si $|\sigma_e| \le R(p^-)$

$$\varepsilon_p^+ = \varepsilon_p^- ; p^+ = p^- ; \sigma^+ = \sigma_e$$

sinon

si $\sigma_e > R(p^-)$

$$\varepsilon_p^+ = \frac{E - E_T}{E}\left(\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) - \frac{\sigma_y}{E}\right) + \frac{E_T}{E}\left[\varepsilon_p^- - p^-\right]$$
$$p^+ = p^- + \varepsilon_p^+ - \varepsilon_p^-$$
$$\sigma^+ = R(p^+)$$

sinon

$$\varepsilon_p^+ = \frac{E - E_T}{E}\left(\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) + \frac{\sigma_y}{E}\right) + \frac{E_T}{E}\left[\varepsilon_p^- + p^-\right]$$
$$p^+ = p^- - \varepsilon_p^+ + \varepsilon_p^-$$
$$\sigma^+ = - R(p^+)$$

Ce calcul est fait dans chaque direction. Pour le cas traité, $\varepsilon^+ = 0$ à tout instant.
La contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant dans chaque grille de cette direction. Les variables internes (ε_p et p) sont calculées à partir des équations ci-dessus.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Comportement plastique cinématique

La solution de référence se calcule analytiquement.

On note $T^+, \varepsilon_p^+, \varepsilon^+, X^+$ la température, la déformation plastique et la variable d'écrouissage cinématique à l'instant de calcul, et $T^-, \varepsilon_p^- \; X^-$ les mêmes quantités à l'instant précédent.

La solution se calcule de la façon suivante :

$$\sigma_e = E\left| \varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) - \varepsilon_p^- \right|$$

si $\left|\sigma_e - X^-\right| \leq \sigma_y$

$$\varepsilon_p^+ = \varepsilon_p^- \; ; X^+ = X^- \; ; \sigma^+ = \sigma_e$$

sinon

si $\sigma_e - X^- > \sigma_y$

$$\varepsilon_p^+ = \frac{E - E_T}{E}\left(\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) - \frac{\sigma_y}{E}\right)$$

$$X^+ = E_T\left(\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) - \frac{\sigma_y}{E}\right)$$

$$\sigma^+ = E_T\left[\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right)\right] + \frac{E - E_T}{E}\sigma_y$$

sinon

$$\varepsilon_p^+ = \frac{E - E_T}{E}\left(\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) + \frac{\sigma_y}{E}\right)$$

$$X^+ = E_T\left(\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right) + \frac{\sigma_y}{E}\right)$$

$$\sigma^+ = E_T\left[\varepsilon^+ - \alpha\left(T^+ - T_{ref}\right)\right] - \frac{E - E_T}{E}\sigma_y$$

Ce calcul est fait dans chaque direction. Pour le cas traité, $\varepsilon^+ = 0$ à tout instant.

La contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant dans chaque grille de cette direction.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.3 Comportement Pinto Ménégotto

La solution de référence est celle obtenue par un calcul *Aster* avec le même maillage sur lequel on applique des cycles de charge/décharge, en déplacement imposé, permettant de recréer les déformations issues des calculs thermo-mécaniques présentés ci-après. Le test correspondant n'est donc qu'un test de non régression, en comparant les contraintes obtenues par ces deux types de modélisation : d'une part mécanique, et d'autre part thermo-mécanique.

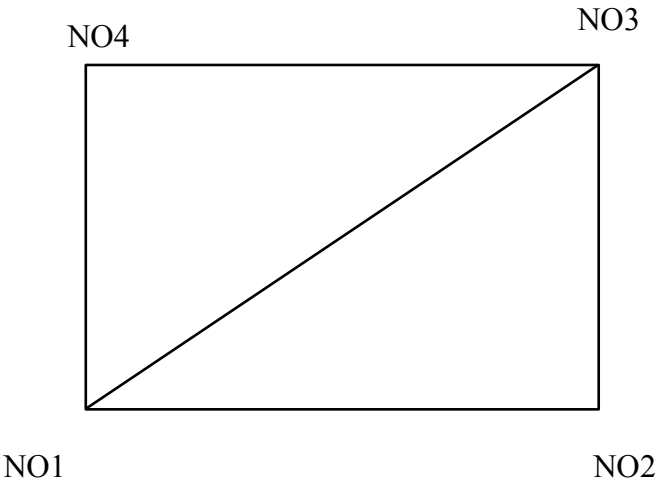
La contrainte mémorisée dans *Aster* est la contrainte réelle existant dans chaque grille de cette direction.

3 Modélisation A

L'éprouvette est maillée avec deux éléments TRIA3 à trois nœuds pour toutes les modélisations.

- 2 éléments grilles pour modéliser les fibres dans la direction OX
- 2 éléments grilles pour modéliser les fibres dans la direction OY

Les nœuds des éléments sont communs pour chacune des nappes d'armature.



3.1 Résultats modélisation A (écrouissage isotrope linéaire)

3.1.1 Chargement thermique pour la modélisation A

Température de référence : 50
Histoire du chargement : $Evolution_A$ (cf. [§1.4])
Les températures sont rentrées comme un champ aux nœuds.

3.1.2 Résultats

On relève des valeurs de $SIXX$ au nœud $NO1$ (dans la direction des armatures longitudinales) et $SIXX$ au nœud $NO1$ (dans la direction des armatures transversales) et celles du Maximum et minimum des variables internes $V1$ et $V3$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

	$SIXX$ dans les mailles modélisant les fibres orientées suivant OX			$SIXX$ dans les mailles modélisant les fibres orientées suivant OY		
Instant	Référence	*Code_Aster*	Ecart	Référence	*Code_Aster*	Ecart
1	2,0000E+08	2,0000E+08	0	2,0000E+08	2,0000E+08	0
2	2,4000E+08	2,4000E+08	0	2,4000E+08	2,4000E+08	0
3	4,0000E+07	4,0000E+07	0	4,0000E+07	4,0000E+07	0
4	2,4000E+08	2,4000E+08	0	2,4000E+08	2,4000E+08	0
5	–1,6000E+08	–1,6000E+08	0	–1,6000E+08	–1,6000E+08	0
6	–3,1200E+08	–3,1200E+08	0	–3,1200E+08	–3,1200E+08	0
7	2,8800E+08	2,8800E+08	0	2,8800E+08	2,8800E+08	0
8	4,0960E+08	4,0960E+08	0	4,0960E+08	4,0960E+08	0
9	–2,7040E+08	–2,7040E+08	0	–2,7040E+08	–2,7040E+08	0
10	–5,2768E+08	–5,2768E+08	0	–5,2768E+08	–5,2768E+08	0
11	4,7232E+08	4,7232E+08	0	4,7232E+08	4,7232E+08	0

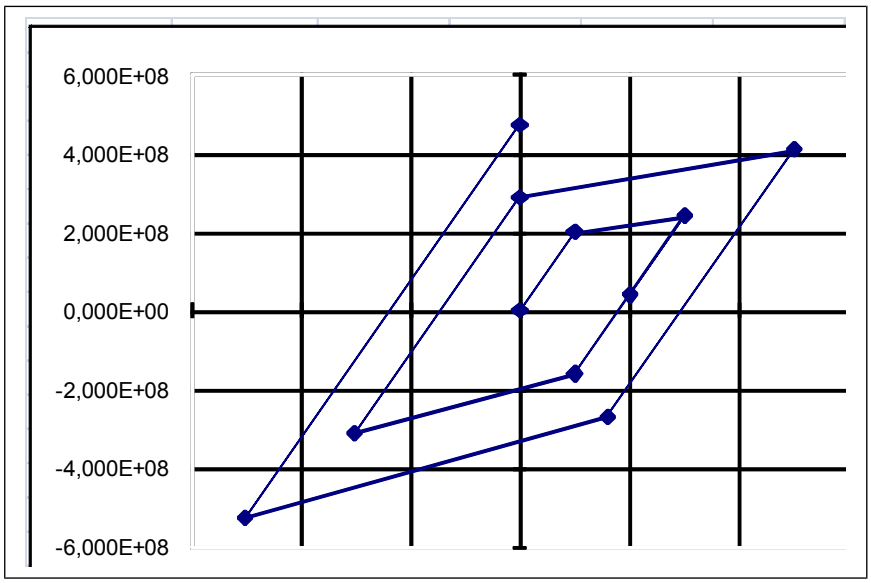
Instant	Variables internes	Minimum		Maximum	
		Code_Aster	Référence	*Code_Aster*	Référence
1	V1	0	0	0	0
	V3	0	0	0	0
2	V1	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
	V3	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
3	V1	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
	V3	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
4	V1	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
	V3	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
5	V1	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
	V3	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03	1.8E-03
6	V1	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03
	V3	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03
7	V1	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03
	V3	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03	5.04E-03
8	V1	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03
	V3	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03
9	V1	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03
	V3	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03	9.432E-03
10	V1	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02
	V3	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02
11	V1	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02
	V3	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02	1.47456E-02

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref}, Y_{ref}) *faisant un angle de* $0°$ *par rapport à* (X, Y).

Le cas test étudié correspond au schéma suivant dans un plan contrainte déformation :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

Cas avec écrouissage cinématique linéaire.

4.1 Chargement thermique pour la modélisation B

Température de référence : 50°C
Histoire du chargement : $Evolution_B$ (cf. [§1.4)
Les températures sont rentrées comme un champ aux nœuds.

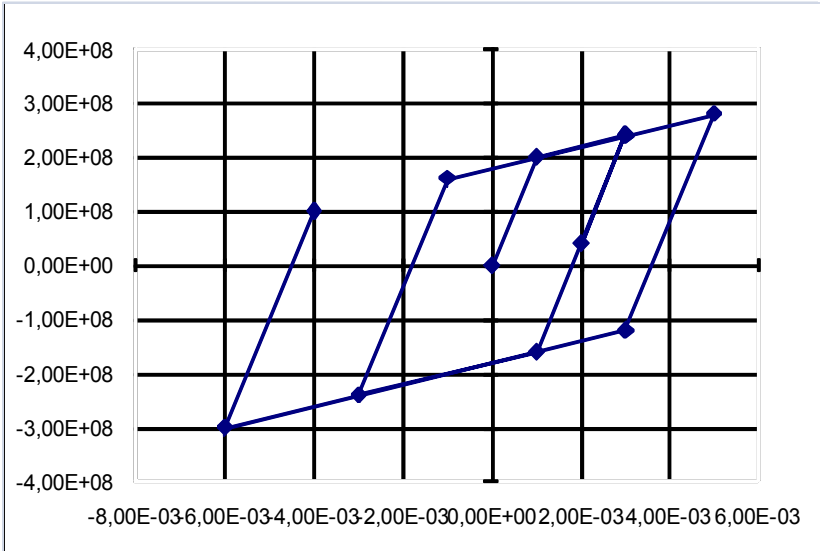
4.2 Résultats

On relève les valeurs de $SIXX$ au nœud $NO1$ (direction des armatures longitudinales) et $SIXX$ au nœud $NO1$ (direction des armatures transversales)

	$SIXX$ dans les mailles modélisant les fibres orientées suivant OX			$SIXX$ dans les mailles modélisant les fibres orientées suivant OY		
Instant	Référence	*Code_Aster*	Ecart	Référence	*Code_Aster*	Ecart
1	2,00E+08	2,00E+08	0	2,00E+08	2,00E+08	0
2	2,40E+08	2,40E+08	0	2,40E+08	2,40E+08	0
3	4,00E+07	4,00E+07	0	4,00E+07	4,00E+07	0
4	2,40E+08	2,40E+08	0	2,40E+08	2,40E+08	0
5	–1,60E+08	–1,60E+08	0	–1,60E+08	–1,60E+08	0
6	–2,40E+08	–2,40E+08	0	–2,40E+08	–2,40E+08	0
7	1,60E+08	1,60E+08	0	1,60E+08	1,60E+08	0
8	2,80E+08	2,80E+08	0	2,80E+08	2,80E+08	0
9	–1,20E+08	–1,20E+08	0	–1,20E+08	–1,20E+08	0
10	–3,00E+08	–3,00E+08	0	–3,00E+08	–3,00E+08	0
11	1,00E+08	1,00E+08	0	1,00E+08	1,00E+08	0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref}, Y_{ref}) faisant un angle de $0°$ par rapport à (X, Y).
Le cas test étudié correspond au schéma suivant dans un plan contrainte déformation :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

Cas modèle de Pinto-Menegotto.

5.1 Chargement thermique pour la modélisation C

Température de référence : 50°C
Histoire du chargement : $Evolution_C$ (cf. [§1.4])
Les températures sont rentrées comme un champ aux nœuds.

5.2 Résultats

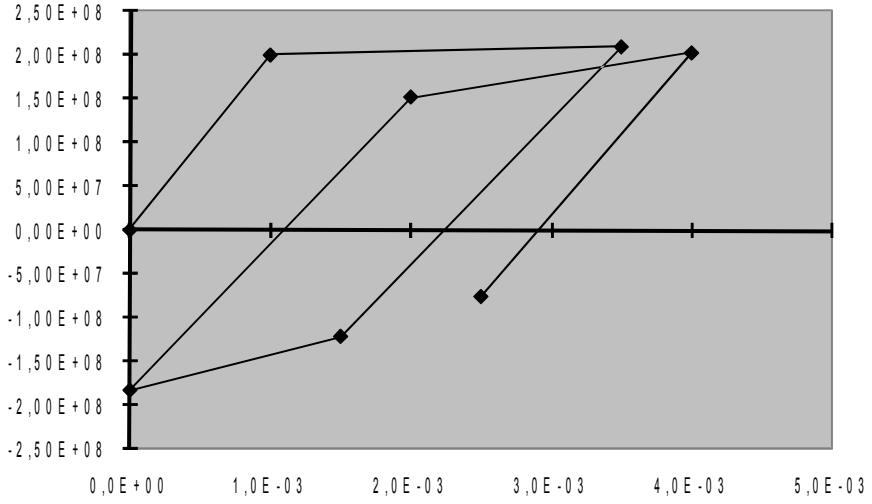
On relève les valeurs de $SIXX$ au nœud $NO1$ (direction des armatures longitudinales) et $SIXX$ au nœud $NO1$ (direction des armatures transversales)

	$SIXX$ dans les mailles modélisant les fibres orientées suivant OX			$SIXX$ dans les mailles modélisant les fibres orientées suivant OY		
Instant	Référence	*Code_Aster*	Ecart	Référence	*Code_Aster*	Ecart
1	2.09416E+08	2.09416E+08	0	2.09416E+08	2.09416E+08	0
2	–1.21555E+08	–1.21555E+08	0	–1.21555E+08	–1.21555E+08	0
3	–1.82862E+08	–1.82862E+08	0	–1.82862E+08	–1.82862E+08	0
4	1.52164E+08	1.52164E+08	0	1.52164E+08	1.52164E+08	0
5	2.02506E+08	2.02506E+08	0	2.02506E+08	2.02506E+08	0
6	–7.59307E+07	–7.59307E+07	0	–7.59307E+07	–7.59307E+07	0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref}, Y_{ref}) faisant un angle de $0°$ par rapport à (X, Y).

Le cas test étudié correspond au schéma suivant dans un plan contrainte déformation :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

La modélisation D est la même que la modélisation C, à la différence que les températures sont définies par une carte.

Les résultats sont identiques.

7 Modélisation E

La modélisation E se rapproche de la modélisation D, à la différence qu'il n'y pas d'armature transversale.

7.1 Résultats

On relève les valeurs de $SIXX$ au nœud $NO1$ (pas de test sur $SIYY$ en l'absence d'armatures transversales car les contraintes sont uniquement calculées dans la direction principale des armatures)

$SIXX$

Instant	Référence	*Code_Aster*	Ecart
1	2.09416E+08	2.09416E+08	0
2	–1.21555E+08	–1.21555E+08	0
3	–1.82862E+08	–1.82862E+08	0
4	1.52164E+08	1.52164E+08	0
5	2.02506E+08	2.02506E+08	0
6	–7.59307E+07	–7.59307E+07	0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref}, Y_{ref}) faisant un angle de $0°$ par rapport à (X, Y).

8 Modélisation F

La modélisation F se rapproche de la modélisation A, à la différence qu'il n'y pas d'armature transversale.

8.1 Résultats

On relève les valeurs de $SIXX$ au nœud $NO1$ (pas de test sur $SIYY$ en l'absence d'armatures transversales)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$SIXX$

Instant	Référence	*Code_Aster*	Ecart
1	2.00000E+08	2.00000E+08	0
2	2.40000E+08	2.40000E+08	0
3	4.00000E+07	4.00000E+07	0
4	2.40000E+08	2.40000E+08	0
5	–1.60000E+08	–1.60000E+08	0
6	–3.12000E+08	–3.12000E+08	0
7	2.88000E+08	2.88000E+08	0
8	4.09600E+08	4.09600E+08	0
9	–2.70400E+08	–2.70400E+08	0
10	–5.27680E+08	–5.27680E+08	0
11	4.72320E+08	4.72320E+08	0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref}, Y_{ref}) *faisant un angle de* $0°$ *par rapport à* (X, Y).

9 Modélisation G

La modélisation G se rapproche de la modélisation B, à la différence qu'il n'y pas d'armature transversale.

9.1 Résultats

On relève les valeurs de $SIXX$ au nœud $NO1$ (pas de test sur $SIYY$ en l'absence d'armatures transversales)

$SIXX$

Instant	Référence	*Code_Aster*	Ecart
1	2,00E+08	2,00E+08	0
2	2,40E+08	2,40E+08	0
3	4,00E+07	4,00E+07	0
4	2,40E+08	2,40E+08	0
5	–1,60E+08	–1,60E+08	0
6	–2,40E+08	–2,40E+08	0
7	1,60E+08	1,60E+08	0
8	2,80E+08	2,80E+08	0
9	–1,20E+08	–1,20E+08	0
10	–3,00E+08	–3,00E+08	0
11	1,00E+08	1,00E+08	0

Remarques :

Les résultats présentés sont donnés dans le repère de référence (X_{ref}, Y_{ef}) *faisant un angle de* $0°$ *par rapport à* (X, Y).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation H

La modélisation H est purement mécanique (application d'une force nodale sur $NO2$ et $NO3$). Il s'agit ici d'un cas test de non régression.

10.1 Résultats

On relève les valeurs de : $SIXX$ au nœud $NO2$
- - EXX au nœud $NO2$

	$SIXX$			EXX		
Instant	Référence	*Code_Aster*	Écart	Référence	*Code_Aster*	Ecart
0.001	2E+08	2E+08	0	1E-03	1E-03	0
0.0023	2E+08	2E+08	0	2.3E-03	2.3E-03	0
0.03	2.58E+08	2.58E+08	0	3E-02	3E-02	0
0.2	1.93156E+08	1.93156E+08	0	2.96667E-02	2.96667E-02	0
0.4	-1.43311E+08	-1.43311E+08	0	2E-02	2E-02	0
6.4	-2.77424E+08	-2.77424E+08	0	-4E-02	-4E-02	0
7.92	1.01029E+08	1.01029E+08	0	-3.3E-02	-3.3E-02	0
17	2.1647E+08	2.1647E+08	0	1E-02	1E-02	0
19	2.571E+08	2.571E+08	0	3E-02	3E-02	0
20	2.17745E+08	2.17745E+08	0	2.98E-02	2.98E-02	0
21	-8.0318E+07	-8.0318E+07	0	2.6E-02	2.6E-02	0
22	-1.28487E+08	-1.28487E+08	0	2.2E-02	2.2E-02	0
25	2.04332E+08	2.04332E+08	0	2.5E-02	2.5E-02	0
50	2.97691E+08	2.97691E+08	0	5E-02	5E-02	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Synthèse des résultats

Pour les comportements élasto-plastiques avec écrouissage linéaire, la solution analytique est parfaitement retrouvée.

Le comportement de Pinto-Menegotto est validé par non régression.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)