SSNV509 – Chaînette en contact frottant avec X-FEM quadratiques

Résumé :

Ce test a pour but de valider la prise en compte du contact sur les lèvres d'une fissure courbe, en se limitant au cas où la fissure traverse complètement la structure (interface). On se place dans le cadre de la méthode continue adaptée à la méthode X-FEM avec résolution par Lagrangien augmenté. Ce test met en jeu un bloc parallélépipédique en compression. L'interface est représentée par une *level set* circulaire coupant des éléments avec des angles variables. Il fait intervenir les éléments X-FEM P2 en déplacement et P1 en pression qui disposent de degrés de liberté de déplacement en chaque nœud et de degrés de liberté de contact-frottement sur les nœuds sommets.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence en 2D

1.1 Géométrie

La structure est une plaque carrée saine de côté $L=10\text{m}$.

L'interface est représentée par une level set circulaire introduite dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08] donnée dans sa forme analytique : $(x-5)^2+(y-11,77)^2=64,27$. Elle a été choisie de manière a traverser complètement la structure mais ne s'identifie pas à une inclusion [V6.04.507].

La position des points de référence est :

	x	y
A	0	5,5
B	5	3,75
C	10	5,5

1.2 Propriétés de matériaux

Coefficient de Poisson : 0
Module d'Young : $1.10^6 N/m^2$
Coefficient de Coulomb : 2.0

1.3 Conditions aux limites et chargements

La face inférieure est bloquée par un encastrement et un déplacement $u_y=-1.10^{-6}m$ est imposé sur la face supérieure.

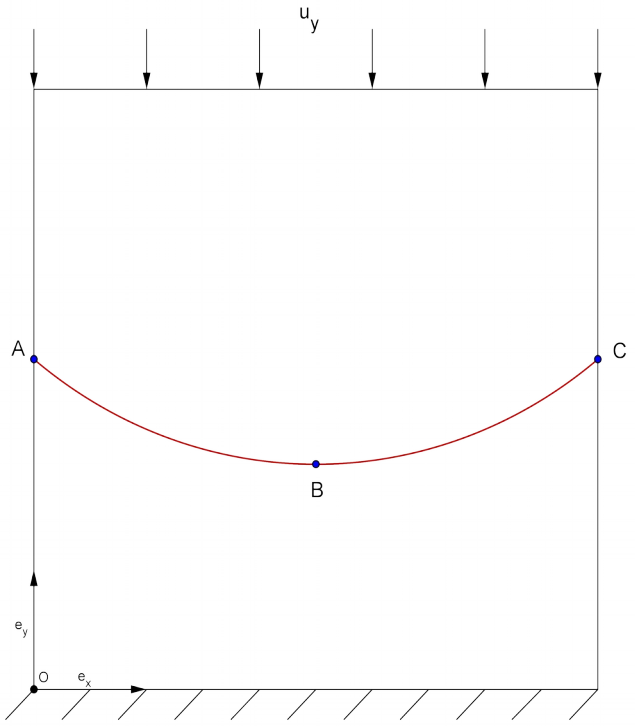


Figure 1.3-a: Géométrie de la structure et positionnement de l'interface et chargements

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La normale à l'interface est notée n et le vecteur tangent est noté τ :

$$n=\begin{pmatrix}\cos\theta\\ \sin\theta\end{pmatrix},\qquad \tau=\begin{pmatrix}-\sin\theta\\ \cos\theta\end{pmatrix} \qquad \text{éq 2.1-1}$$

$$\text{avec } \theta=\arctan\frac{y-11,77}{x-5} \qquad \text{éq 2.1-2}$$

Dans cette modélisation, on considère l'hypothèse de contraintes planes (bien qu'ici, le coefficient de Poisson étant nul, il n'y a pas de différences entre contraintes et déformations planes).

La méthode du Lagrangien augmenté est utilisée pour le traitement du contact/frottement.

L'interface présente une pente qui varie d'un bout à l'autre de la plaque. Or aux endroits où l'inclinaison est la plus forte, près des bords latéraux, il risque d'y avoir glissement. Pour éviter cela, on augmente l'adhérence via le coefficient de frottement de Coulomb : on prend $\mu=2$.

La valeur de la pression de contact sur l'interface est fonction de la normale n :

$$\lambda=\boldsymbol{n}.\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n}=n_y\sigma_{yy}n_y \qquad \text{éq .2.1-3}$$

- où n_y est la composante suivant y de $\boldsymbol{n}$
- où σ_{yy} est la contrainte suivant y dans le plan de normale $\boldsymbol{e_y}$ dans la structure sans interface : $\sigma_{yy}=E\frac{u_y}{L_y}$

Le semi-multiplicateur de frottement Λ est défini par :

$$\boldsymbol{r}_\tau=\lambda\mu\Lambda \qquad \text{éq 2.1.1-4}$$

Avec la densité d'effort tangentiel s'écrivant comme suit :

$$\boldsymbol{r}_\tau=(\boldsymbol{\tau}.\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n})\boldsymbol{\tau} \qquad \text{éq 2.1-5}$$

D'où :

$$\Lambda=\left(\frac{1}{\mu}\frac{\boldsymbol{\tau}.\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n}.\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{n}}\right)\boldsymbol{\tau}=\left(\frac{1}{\mu}\frac{\tau_y}{n_y}\right)\boldsymbol{\tau} \qquad \text{éq 2.1-6}$$

Avec les valeurs numériques précédemment introduites :

$$\lambda(x,y)=\frac{-1}{10}\sin^2(\arctan\frac{11,77-y}{5-x})\,Pa \qquad \text{éq 2.1-7}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\Lambda(x,y)=\boldsymbol{\Lambda}.\boldsymbol{\tau}=\frac{x-5}{2(y-11,77)}$$ **éq 2.1-8**

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Minimum de la pression de contact LAGS_C sur l'interface (aux points A et C) : -0,1
Maximum de la pression de contact LAGS_C sur l'interface (au point B) : -0,06110

Minimum de la densité d'effort tangentiel LAGS_F1 sur l'interface (au point A) : 0,39894
Maximum de la densité d'effort tangentiel LAGS_F1 sur l'interface (au point B) : 0

2.3 Incertitudes de la solution

Aucune (solution analytique).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : C_PLAN. Elle sert à valider le mot clé 'VERSION3' utilisé pour ALGO_LAGR dans DEFI_CONTACT. La structure est un carré sain, dans lequel une interface en forme d'arc de cercle est introduite.

Le contact/frottement est traité avec des éléments X-FEM quadratiques $P2$ (déplacement) et $P1$ (pression), c'est-à-dire portant les degrés de liberté de déplacement sur tous les nœuds et les Lagrange de contact/frottement sur les nœuds sommets.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4961
Nombre de mailles et types : 1600 QUAD8 pour la plaque et 160 SEG3 pour les bords.

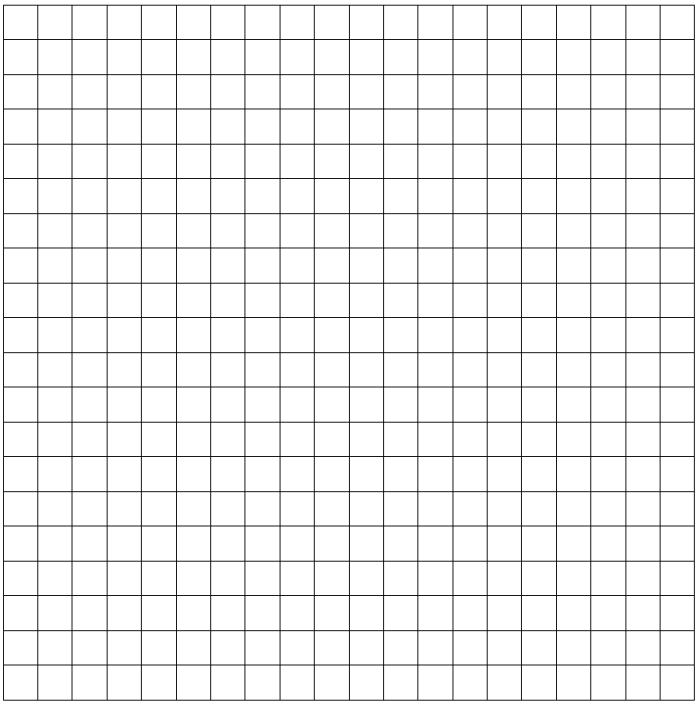


Figure 3.2-a: Maillage 2D quadrangle

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs n'apparaissent qu'aux nœuds de l'interface issus du nouveau maillage.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Précision
LAGS_C aux points A et C (MIN)	'ANALYTIQUE'	-0,1	0,1 %
LAGS_C au point B (MAX)	'ANALYTIQUE'	-0,06110	0,1 %
LAGS_F1 au point B (MIN)	'ANALYTIQUE'	0	0,1 %
LAGS_F1 au point A (MAX)	'ANALYTIQUE'	0,39894	0,5 %

3.4 Commentaires

Ce test valide :
- le calcul de la matrice de rigidité (le bon décalage lors du remplissage de la matrice car les nœuds ne portent pas le même nombre de degrés de liberté),
- le calcul des matrices de contact (intégration sur un SE3 aux points de Gauss),
- le sous découpage (configurations en interface courbe et éléments à bords droits),
- le post- traitement X-FEM des éléments P2P1 ,
- l'algorithme version 3 des relations d'égalité sur les arêtes coupées pour les éléments quadratiques en petits glissements, afin de satisfaire la LBB.

Le solveur MUMPS détecte une singularité dans la matrice. Ce problème s'est déjà posé sur de nombreux autres cas tests X-FEM en contact. Le réajustement de la level set normale permet d'améliorer le conditionnement de la matrice mais au détriment d'une trop grande erreur de discrétisation de la level set. On garde donc l'option de désactivation de la détection de singularité du solveur avant de proposer une solution plus satisfaisante.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : C_PLAN. Elle sert à valider le mot clé 'VERSION3' utilisé pour ALGO_LAGR dans DEFI_CONTACT. La structure est un carré sain, dans lequel une interface en forme d'arc de cercle est introduite.

Le contact/frottement est traité avec des éléments X-FEM quadratiques $P2$ (déplacement) et $P1$ (pression), c'est-à-dire portant les degrés de liberté de déplacement sur tous les nœuds et les Lagrange de contact/frottement sur les nœuds sommets.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6561
Nombre de mailles et types : 3200 TRIA6 pour la plaque et 160 SEG3 pour les bords.

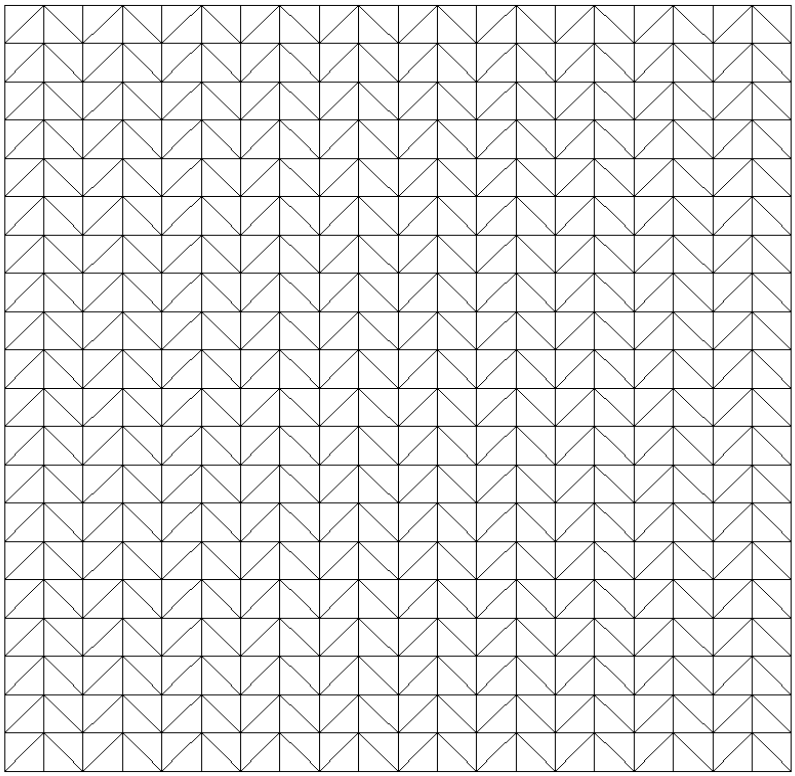


Figure 4.2-a: Maillage 2D triangle

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs n'apparaissent qu'aux nœuds de l'interface issus du nouveau maillage.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Précision
LAGS_C aux points A et C (MIN)	'ANALYTIQUE'	-0,1	0,1 %
LAGS_C au point B (MAX)	'ANALYTIQUE'	-0,06110	0,1 %
LAGS_F1 au point B (MIN)	'ANALYTIQUE'	0	0,1 %
LAGS_F1 au point A (MAX)	'ANALYTIQUE'	0,39894	0,5 %

4.4 Commentaires

Ce test valide :

- le calcul de la matrice de rigidité (le bon décalage lors du remplissage de la matrice car les nœuds ne portent pas le même nombre de degrés de liberté),
- le calcul des matrices de contact (intégration sur un SE3 aux points de Gauss),
- le sous découpage (configurations en interface courbe et éléments à bords droits),
- le post- traitement X-FEM des éléments P2P1 ,
- le raffinement du maillage, permet d'obtenir des résultats plus précis (par rapport à la modélisation A),
- l'algorithme version 3 des relations d'égalité sur les arêtes coupées, pour les éléments quadratiques en petits glissements, afin de satisfaire la LBB.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèses des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints.

- Il s'agissait de montrer la faisabilité de la prise en compte du contact frottant sur les lèvres de la chaînette avec la méthode continue adaptée au cadre X-FEM. Seul le cas d'une interface traversant complètement la structure a été envisagé (interface).
- La méthode est validée en 2D P2 (déplacement) P1 (pression) sur un maillage quadrangle et triangle.
- La méthode est validée avec la méthode du Lagrangien augmenté pour le traitement du contact/frottement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)