SSNV264 – Viscoplasticité à écrouissage isotrope non linéaire VISC_ISOT_NL sous chargement triaxial et cisaillement

Résumé :

Ce test a pour but de valider l'algorithme d'intégration de la loi de comportement VISC_ISOT_NL. Le problème étudié correspond à un cylindre creux soumis à un état de contrainte triaxial + cisaillement dont les composantes sont constantes (en espace) dans le repère cylindrique. Il s'agit de la version viscoplastique du test décrit en [V6.04.263] qui se limitait à de la plasticité indépendante de la vitesse de chargement.

Le problème est mis en œuvre :

- en AXIS_SI dans la modélisation A
- en AXIS_GRAD_VARI dans la modélisation B
- en 3D dans la modélisation C
- en 3D_GRAD_VARI dans la modélisation D

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une section de cylindre dans le cas des modélisations à symétrie axiale ou d'un quart de cylindre (symétries) dans le cas des modélisations 3D. Le cylindre a pour hauteur $H=15$ mm, pour rayon intérieur $R_i=50\,\mathrm{mm}$ et pour rayon extérieur $R_e=100\,\mathrm{mm}$.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau obéit à la loi de comportement visco plastique à écrouissage isotrope V ISC _ISOT_NL avec comme caractéristiques :

$E=195\,000\,\mathrm{MPa}$	Module d'Young
$\nu=0.3$	Coefficient de Poisson
$R_0=490\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme constant)
$R_H=3\,000\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme linéaire)
$R_1=60\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme exponentiel 1)
$\gamma_1=8\,500$	Écrouissage (terme exponentiel 1)
$R_2=250\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme exponentiel 2)
$\gamma_2=10$	Écrouissage (terme exponentiel 2)
$R_K=50\,\mathrm{MPa}$	Écrouissage (terme en puissance)
$p_0=10^{-3}$	Écrouissage (terme en puissance)
$\gamma_m=0.15$	Écrouissage (terme en puissance)
$K=150.0\ \mathrm{MPa}$	Loi de Norton
$n=14$	Loi de Norton

1.3 Conditions aux limites et chargements

Il s'agit d'un chargement en forces imposées. Elles sont exercées aux bords et dans le volume selon les formules de la solution analytique, en espace et en temps. Ce chargement est complété par une condition aux limites minimale pour bloquer le déplacement de corps rigide vertical (on bloque en vertical un point de la circonférence à lintersection de la face inférieure et de la paroi intérieure), ainsi que les conditions de symétrie dans les modélisations 3D.

1.4 Conditions initiales

Solution élastique du problème à forces initiales imposées, telle que décrite dans la solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On s'appuie sur la méthodologie déjà décrite dans le fascicule [V6.04.263] dans laquelle on impose un état de contrainte à symétrie axiale et dont les composantes $\sigma_{rr}=\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} et σ_{rz} ne dépendent pas de la position (r,z) . Les équations d'équilibre dans le volume sont vérifiées en imposant des forces volumiques dans le cylindre et des forces surfaciques sur les bords du cylindre :

- dans le volume : $\boldsymbol{f}=-\sigma_{rz}/r\,\boldsymbol{e_z}$
- bord supérieur $z=H$: $\boldsymbol{T}=\sigma_{zz}\boldsymbol{e_z}+\sigma_{rz}\boldsymbol{e_r}$
- bord i nférieur $z=0$: $\boldsymbol{T}=-\sigma_{zz}\boldsymbol{e_z}-\sigma_{rz}\boldsymbol{e_r}$
- p aroi intérieure $r=R_i$: $\boldsymbol{T}=-\sigma_{rr}\boldsymbol{e_r}-\sigma_{rz}\boldsymbol{e_z}$
- p aroi extérieure $r=R_e$: $\boldsymbol{T}=\sigma_{rr}\boldsymbol{e_r}+\sigma_{rz}\boldsymbol{e_z}$

L es composantes du champ de déformation dans le repère cylindrique sont également constantes (en espace) et se limitent à $\varepsilon_{rr}=\varepsilon_{\theta\theta}$, ε_{zz} et ε_{rz} . Ce champ de déformation est géométriquement compatible avec le champ de déplacement (à symétrie axiale) suivant :

$$u_r=\varepsilon_{rr}r \quad ; \quad u_z=\varepsilon_{zz}z+2\,\varepsilon_{rz}(r-R_i)$$

où on a fixé la constante d'intégration de sorte que $u_z(R_i,0)=0$, condition aux limites qui bloque le mouvement de corps rigide.

L e trajet du transitoire dans l'espace des contraintes est radial monotone :

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},t)=q(t)\boldsymbol{\Sigma^0}(\boldsymbol{x})$$

$$\Sigma^0_{rr}=\Sigma^0_{\theta\theta}=\frac{1}{6} \quad ; \quad \Sigma^0_{zz}=\frac{2}{3} \quad ; \quad \Sigma^0_{rz}=\frac{1}{2}$$

E t dans ce cas, $\sigma_{eq}=q$. L'équation d'évolution de la déformation plastique s'intègre aisément puisque la direction est fixe, en notant κ la variable d'écrouissage :

$$\boldsymbol{\varepsilon^p}=\frac{3}{2}\kappa\, dev(\boldsymbol{\Sigma^0})$$

Enfin, la déformation élastique se déduit directement de la contrainte et permet de remonter à la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon^e}+\boldsymbol{\varepsilon^p}$ et aux déplacements :

$$\boldsymbol{\varepsilon^e}=q\left[\frac{1-\nu}{E}\boldsymbol{\Sigma^0}-\frac{\nu}{E}tr\,\boldsymbol{\Sigma^0}\,\boldsymbol{Id}\right]$$

Il reste donc à déterminer l'évolution de κ en fonction du niveau de chargement $q(t)$. On note $R(\kappa)$ la fonction d'écrouissage :

$$R(\kappa)=R_0+R_H\,\kappa+R_1(1-e^{-\gamma_1\kappa})+R_2(1-e^{-\gamma_2\kappa})+R_K(\kappa+p_0)^{\gamma_M}$$

La loi de Norton fournit l'expression suivante qui lie le chargement à la variable d'écrouissage :

$$\dot{\kappa}=\left(\frac{\langle q-R(\kappa)\rangle}{K}\right)^n$$

Plutôt que de résoudre explicitement cette équation différentielle, on peut commencer par l'inverser :

$$q=R(\kappa)+V(\dot{\kappa}) \quad ; \quad V(\dot{\kappa})=K\dot{\kappa}^{\frac{1}{n}}$$

En choisissant une évolution $\kappa(t)=\dot{\epsilon}_0 t$ linéaire en temps, on en déduit le chargement à appliquer par la relation précédente. En pratique, on considère un transitoire d'une durée de 1 s, avec $\dot{\epsilon}_0=0.05\,s^{-1}$.

Il reste à considérer l'état initial en $t=0$. La variable d'écrouissage est nulle ainsi que la déformation plastique, compte tenu des relations précédentes. En revanche, l'effort appliqué n'est pas nul puisque que $q(0)=V(\dot{\epsilon}_0)=q_0$. L'état mécanique initial est donc caractérisé par une déformation non nulle, solution du problème **élastique** sous chargement q_0.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans le cas d'une formulation à gradient de plasticité, les résultats restent inchangés. En effet, la variable d'écrouissage κ est homogène, si bien que son gradient est nul : les effets non locaux n'apparaissent pas dans ce problème (aux erreurs de discrétisation spatiale près).

2.2 Résultats de référence

On s'assurera qu'en ciblant une déformation plastique cumulée de 5 % atteinte en une seconde à taux constant, le modèle retrouve bien les niveaux de contraintes (σ_{rr}), de déplacements et de déformations plastiques (ε^{p}_{rz}) attendus.

2.3 Incertitudes sur la solution

Néant.

2.4 Références bibliographiques

Néant

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

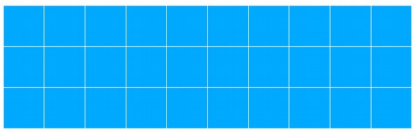
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation AXIS_SI.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est structuré et comprend 30 mailles quadrangulaires quadratiques (QUAD8).



3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

On teste la contrainte, la déformation plastique et le déplacement à l'issue de la phase de chargement au point $r=R_{ext}$, $z=H$.

Identification	Référence	Type	Tolérance
SIXX	158.578 MPa	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DX	- 1.29 1 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DY	4. 484 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
V6 (EPSPXY)	3.75×10^{-2}	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation AXIS_GRAD_VARI.

4.2 Caractéristiques du maillage

Identiques à la modélisation A.

4.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

Identiques à la modélisation A.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

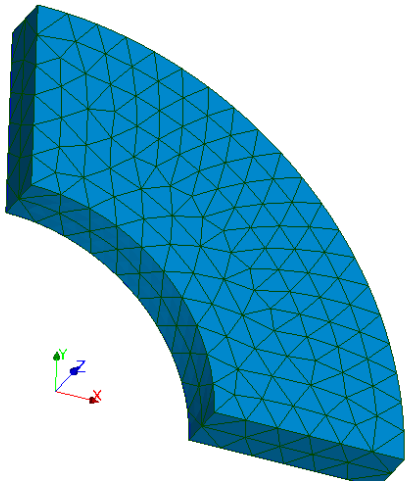
5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation 3D_SI.

5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est non structuré et comprend 1 550 tétraèdres quadratiques (TETRA10) .



5.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation C

On teste la contrainte, la déformation plastique et le déplacement à l'issue de la phase de chargement au point $r=R_{ext}$, $z=H$ (sur la face avant, de sorte que $\boldsymbol{e}_r=\boldsymbol{e}_x$ et $\boldsymbol{e}_\theta=\boldsymbol{e}_y$).

Identification	Référence	Type	Tolérance
SIXX	158.578 MPa	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DX	- 1.29 1 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
DZ	4.484 mm	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}
V7 (EPSPXZ)	3.75×10^{-2}	ANALYTIQUE	RELATIF 10^{-3}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation 3D_GRAD_VARI.

6.2 Caractéristiques du maillage

Identiques à la modélisation C.

6.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation D

Identiques à la modélisation C.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

On note un très bon accord entre la modélisation et la solution de référence, y compris en 3D où le maillage reste relativement grossier.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)