SSNV246 - Application d'une pression répartie sur les lèvres d'une interface XFEM courbe traversant une colonne

Résumé :

Il s'agit d'un test de validation des facettes de contact issues des sous éléments d'intégration XFEM.

Les facettes de contact utilisées par défaut ne sont pas issues des sous éléments d'intégration et ne donnent pas la possibilité d'avoir des facettes de contact quadratiques en 3D. On peut activer la récupération des facettes de contact issues des sous éléments d'intégration dans l'opérateur MODI_MODELE_XFEM avec le mot-clef DECOUPE_FACETTE='SOUS_ELEMENTS'. On dispose alors de facettes linéaires et quadratiques en 2D comme en 3D qui présentent l'avantage d'être conformes aux sous éléments d'intégration puisqu'elles sont choisies parmi les côtés des sous éléments d'intégration en 2D et les faces des sous éléments d'intégration en 3D. Ce mode de récupération présente également l'avantage suivant : les coordonnées des nœuds de ces facettes ne sont pas recalculées comme c'est le cas par défaut, car ces nœuds sont récupérés lors du découpage qui est effectué dans TOPOSE.

Dans le présent test, on s'assure du bon fonctionnement de la récupération de ces facettes lorsqu'une pression mécanique est appliquée sur les lèvres de l'interface. Les résultats obtenus sont comparés à une solution analytique. La géométrie est bidimensionnelle, un exemple d'utilisation des facettes de contact issues des sous éléments d'intégration pour une géométrie 3D est présenté dans le cas test ssnv247 [v6.04.247]. On choisit volontairement une iso-zéro « lsn » courbe représentant l'interface pour apprécier le gain de performance apporté par la « facétisation » quadratique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

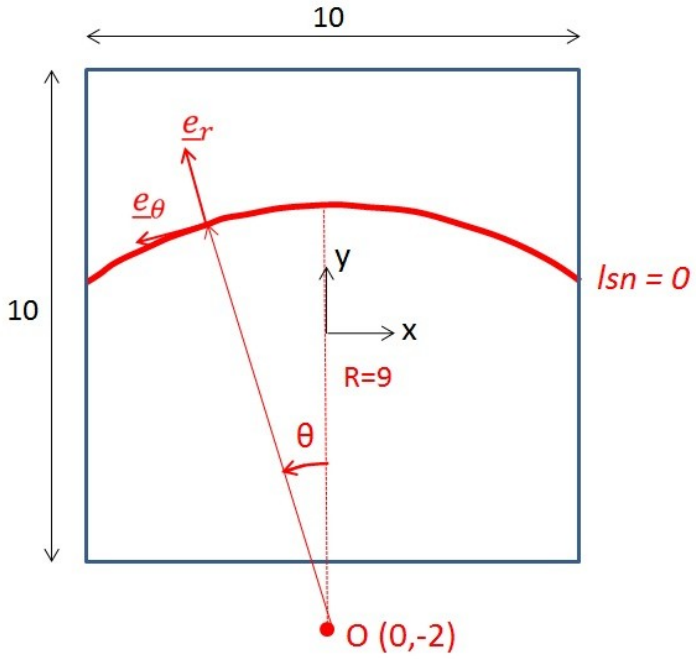
1 Problème de référence

1.1 Géométrie du problème

Il s'agit d'un carré de côté $L=10\,m$. Ce barreau présente une discontinuité de type interface (interface non maillée qui est introduite dans le modèle par l'intermédiaire des level-sets grâce à l'opérateur DEFI_FISS_XFEM). Le carré est ainsi entièrement traversé par la discontinuité (au niveau de l'approximation du champ de déplacements, on ne prend en compte que l'enrichissement Heaviside). La discontinuité est circulaire de centre $O(0,-2)$ et de rayon $R=9\,m$.

On représente sur la Figure 1.1-a la géométrie du problème.

Figure 1.1-a: Géométrie du problème 2D



1.2 Propriétés matériaux

Les paramètres donnés dans le Tableau 1.2-1 , correspondent aux paramètres utilisés pour les 4 modélisations. Le comportement est élastique ('ELAS').

Paramètres élastiques	Module de Young $E(en\,MPa)$	5800
	Coefficient de Poisson ν	0
	Coefficient de dilatation thermique $\alpha(en\,K^{-1})$	0

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Tableau 1.2-1 : Propriétés du matériau

1.3 Conditions aux limites et chargement

On applique les conditions de Dirichlet suivantes :

- sur le côté inférieur du carré, les déplacements sont bloqués dans toutes les directions ($u_x=0$ et $u_y=0$),
- sur le côté supérieur du carré, les déplacements suivant x sont bloqués $u_x=0$ et on impose un écrasement du carré suivant y , $u_y=u_{y,\,impo}=-1.E^{-6}$.

On applique dans la fissure « la pression et le cisaillement de contact ». C'est à dire qu'on applique les efforts qu'il y aurait au niveau de la fissure si le carré n'était pas fissuré où s'il y avait un contact adhérent parfait. Les conditions de Neuman sont ainsi les suivantes:

- sur chacune des lèvres de l'interface on impose une pression répartie $p(\theta)=\sigma_{yy}*cos^2(\theta)$ par l'intermédiaire de AFFE_CHAR_MECA et du mot-clef FISSURE de PRES_REP .
- sur chacune des lèvres de l'interface on impose un cisaillement réparti $t(\theta)=-\sigma_{yy}*\cos(\theta)\sin(\theta)$ par l'intermédiaire de AFFE_CHAR_MECA et du mot-clef FISSURE de CISA_2D .

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Il s'agit d'une solution analytique. Compte tenu des conditions aux limites, les déplacements peuvent être obtenus à partir de la résolution analytique de l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

Le Coefficient de Poisson ν étant nul, le problème est unidimensionnel suivant y . Le tenseur des contraintes est uniforme dans tout le domaine : $\boldsymbol{\sigma}=E\,\boldsymbol{\epsilon}=E*\epsilon_{yy}\boldsymbol{e_y}\otimes\boldsymbol{e_y}$.

Or $\mathbf{Div}(\boldsymbol{\sigma})=\mathbf{0}$ donc $\frac{\partial\epsilon_{yy}}{\partial y}=0$. D'après les conditions aux limites appliquées $\epsilon_{yy}=\frac{u_{y,\,impo}}{L}$

Finalement, $\boldsymbol{\sigma}=E*\frac{u_{y,\,impo}}{L}\boldsymbol{e_y}\otimes\boldsymbol{e_y}=\sigma_{yy}\boldsymbol{e_y}\otimes\boldsymbol{e_y}$.

Au niveau de la fissure, $e_r=-\sin(\theta)\boldsymbol{e_x}+\cos(\theta)\boldsymbol{e_y}$ et $e_\theta=-\cos(\theta)\boldsymbol{e_x}-\sin(\theta)\boldsymbol{e_y}$.

Au niveau d'un point de la fissure de coordonnées (R,θ) , s'il n'y avait pas de fissure, on aurait :

$$\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{e_r}=(\boldsymbol{e_r}.\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{e_r})\boldsymbol{e_r}+(\boldsymbol{e_r}.\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{e_\theta})\boldsymbol{e_\theta}=\sigma_{yy}*[(\boldsymbol{e_y}.\boldsymbol{e_r})^2\boldsymbol{e_r}+(\boldsymbol{e_y}.\boldsymbol{e_r})x(\boldsymbol{e_y}.\boldsymbol{e_\theta})\boldsymbol{e_\theta}]$$

$$\boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{e_r}=\sigma_{yy}*(cos^2(\theta)\boldsymbol{e_r}-\sin(\theta)\cos(\theta)\boldsymbol{e_\theta})$$

Finalement la solution du problème est :

$$\boldsymbol{\sigma}=\sigma_{yy}\boldsymbol{e_y}\otimes\boldsymbol{e_y}$$

$$\boldsymbol{u}(x,y)=\frac{u_{y,\,impo}}{L}*(\frac{L}{2}+y)$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la valeur des contraintes SIGMAXX et SIGMAYY sur l'ensemble de la colonne.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeur de référence
SIGMAXX(MPa)	'ANALYTIQUE'	0,0
SIGMAYY(MPa)	'ANALYTIQUE'	-5800.0

2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune, la solution est analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation D_PLAN utilisant des éléments HM-XFEM linéaires.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le carré sur lequel on effectue la modélisation est divisé en 16 QUAD4. L'interface est non maillée et coupe le carré horizontalement. Le maillage est représenté Figure 3.2-a.

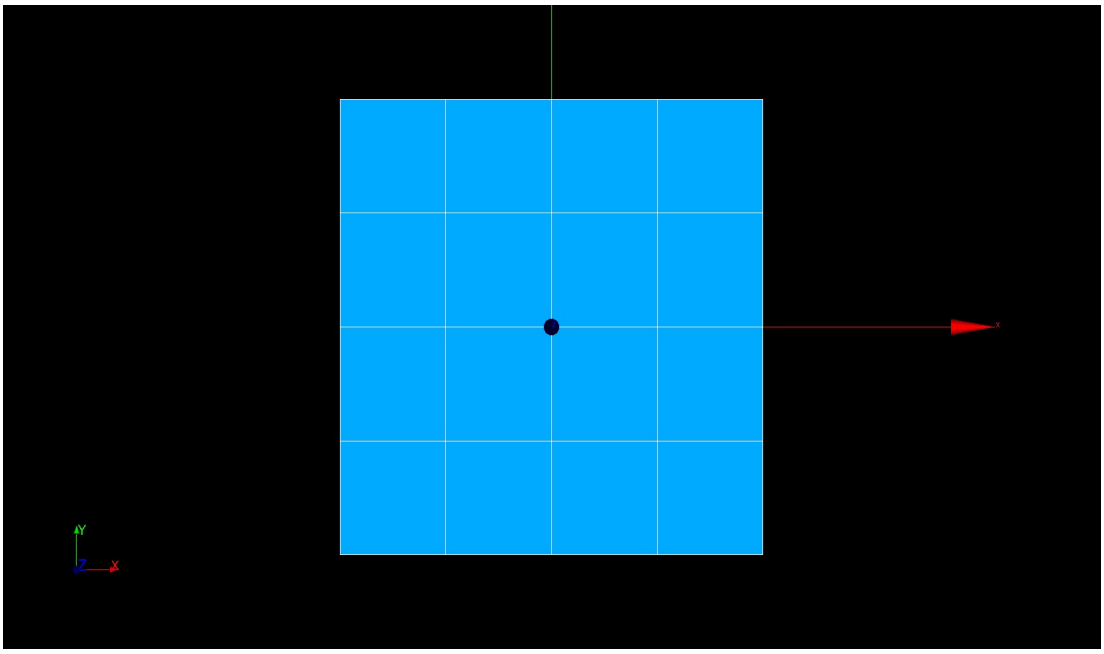


Figure 3.2-a: Maillage 2D

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les résultats sont obtenus avec *Code_Aster* (résolution avec STAT_NON_LINE). On teste la contrainte horizontale σ_{xx} supposée uniformément nulle et la contrainte verticale σ_{yy} supposée uniforme de valeur $-E$. Pour ce faire, on teste le MIN et le MAX de ces deux grandeurs dans tout l'élément. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau ci-dessous.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
SIGMAXX(MPa) MIN	'ANALYTIQUE'	0.0	30
SIGMAXX(MPa) MAX	'ANALYTIQUE'	0.0	45
SIGMAYY(MPa) MIN	'ANALYTIQUE'	-5800.0	8 %
SIGMAYY(MPa) MAX	'ANALYTIQUE'	-5800.0	4 %

Les déplacements suivant y et la déformée sont représentés sur la Figure 3.3-a. On observe bien une compression linéaire du carré, peu perturbée par la présence de la fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

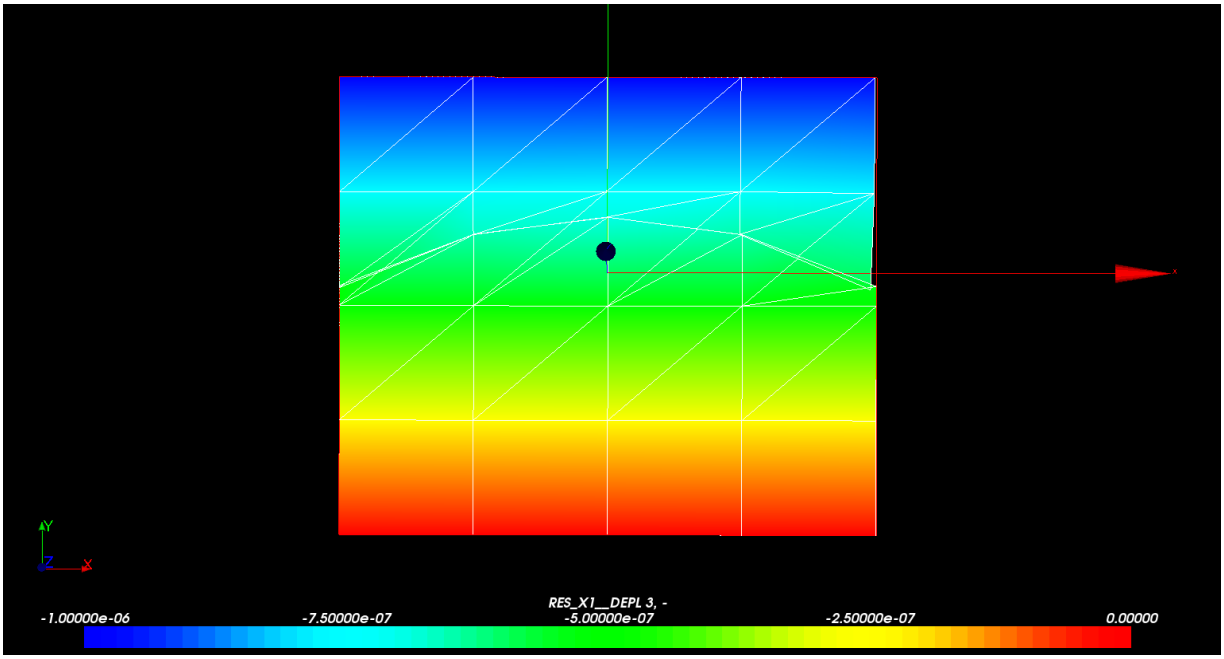


Figure 3.3-a: Champ de déplacements selon la direction (Oy)

En revanche, sur les Figures 3.3-b et 3.3-c, on observe les écarts du champ de contrainte par rapport à la solution analytique, en particulier au voisinage de la fissure et près des bords. La précision relative obtenue peut paraître médiocre mais il faut la mettre en relation avec le faible nombre d'éléments utilisés et la courbure importante de la discontinuité.

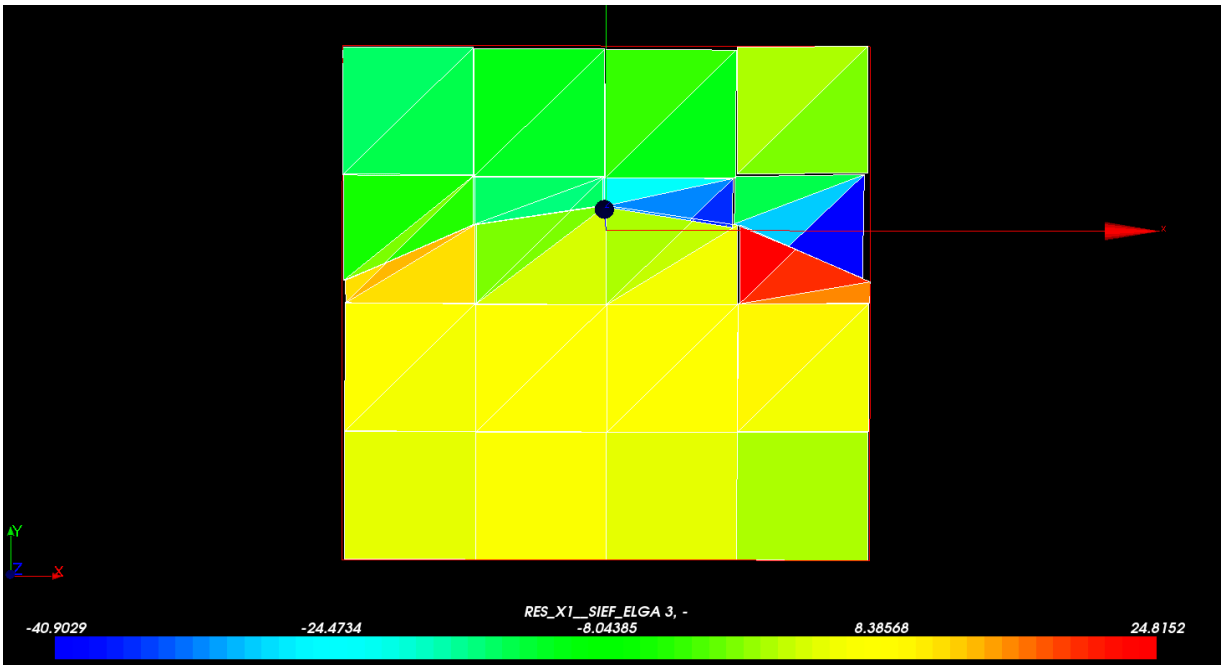


Figure 3.3-b: Champ de contraintes σ_{xx}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

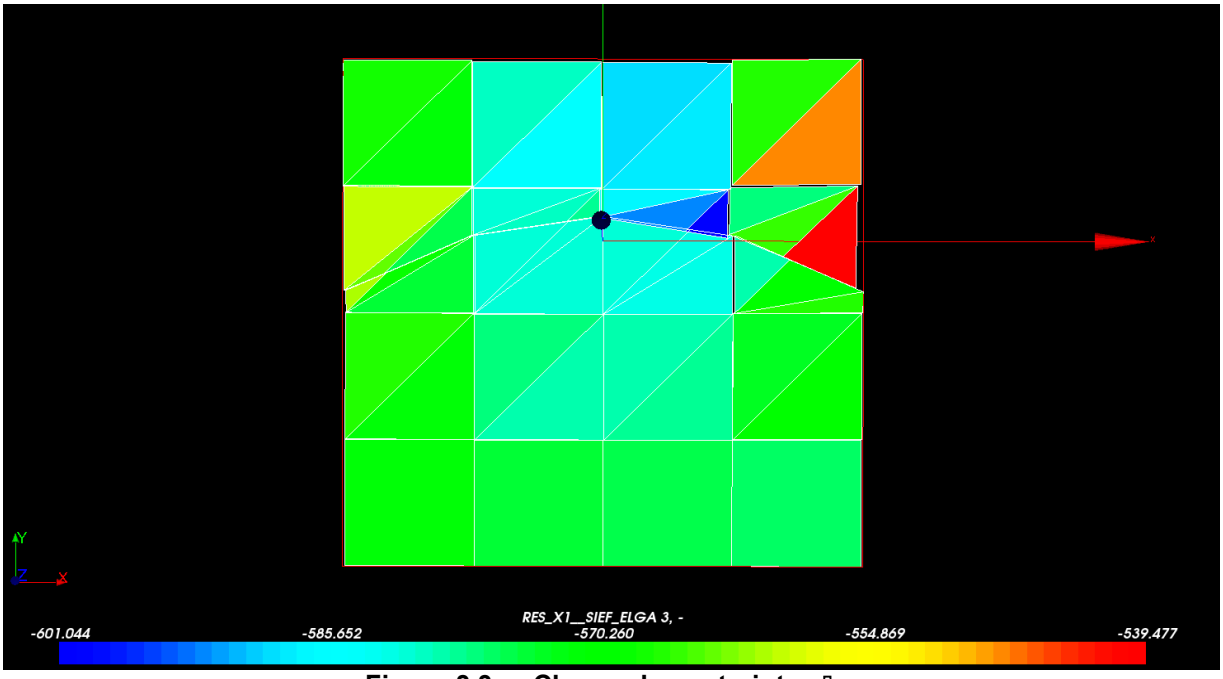


Figure 3.3-c: Champ de contraintes σ_{yy}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est strictement identique à la précédente, à l'exception des éléments utilisés qui sont quadratiques.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le carré sur lequel on effectue la modélisation est divisé en 16 QUAD8. L'interface est non maillée et coupe le carré horizontalement.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Les résultats sont obtenus avec *Code_Aster* (résolution avec STAT_NON_LINE). On teste la contrainte horizontale σ_{xx} supposée uniformément nulle et la contrainte verticale σ_{yy} supposée uniforme de valeur $-E$. Pour ce faire, on teste le MIN et le MAX de ces deux grandeurs dans tout l'élément. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau ci-dessous.

Grandeurs testées	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
SIGMAXX(MPa) MIN	'ANALYTIQUE'	0.0	0.01
SIGMAXX(MPa) MAX	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
SIGMAYY(MPa) MIN	'ANALYTIQUE'	-5800.0	0.002 %
SIGMAYY(MPa) MAX	'ANALYTIQUE'	-5800.0	0.001 %

Les déplacements suivant y et la déformée sont représentés sur la Figure 4.3-a. On observe bien une compression linéaire du carré, qui s'effectue comme si la fissure n'était pas présente.

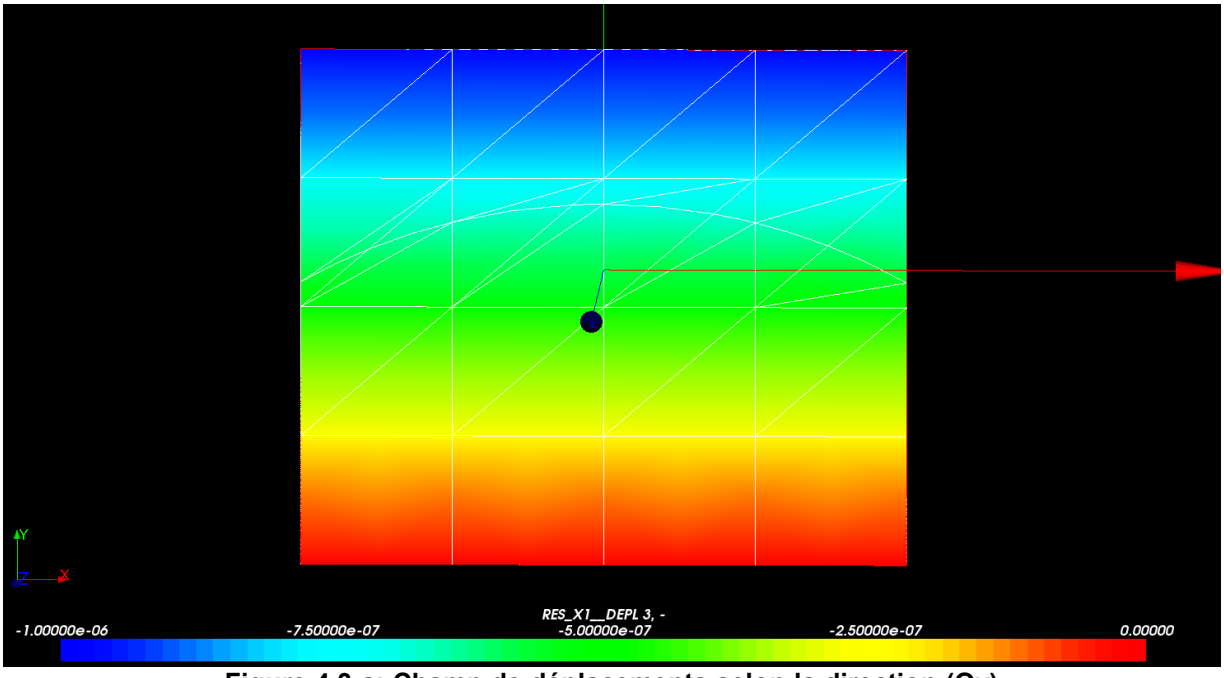


Figure 4.3-a: Champ de déplacements selon la direction (Oy)

Sur les Figures 4.3-b et 4.3-c, on confirme que les écarts en contraintes par rapport à la solution analytique sont réduits de manière conséquente par rapport à la modélisation linéaire précédente.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

L'erreur relative diminue d'un facteur 10^5 . De très légers écarts sont toujours observés au voisinage de la fissure et au niveau des bords.

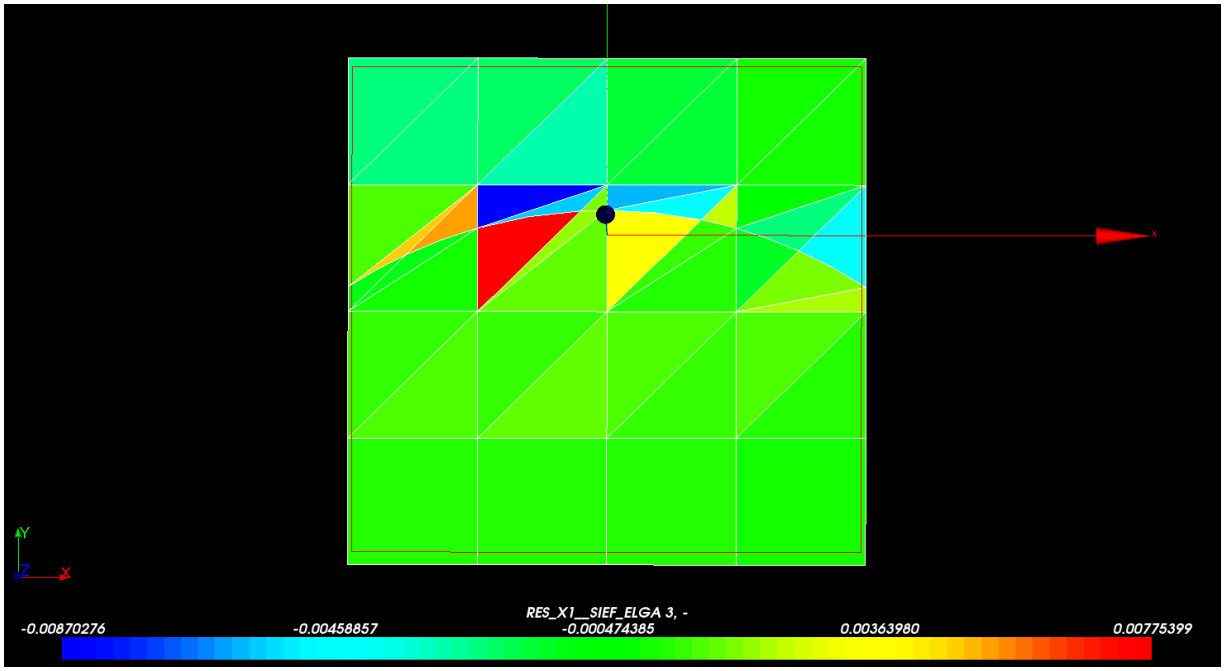


Figure 4.3-b: Champ de contraintes σ_{xx}

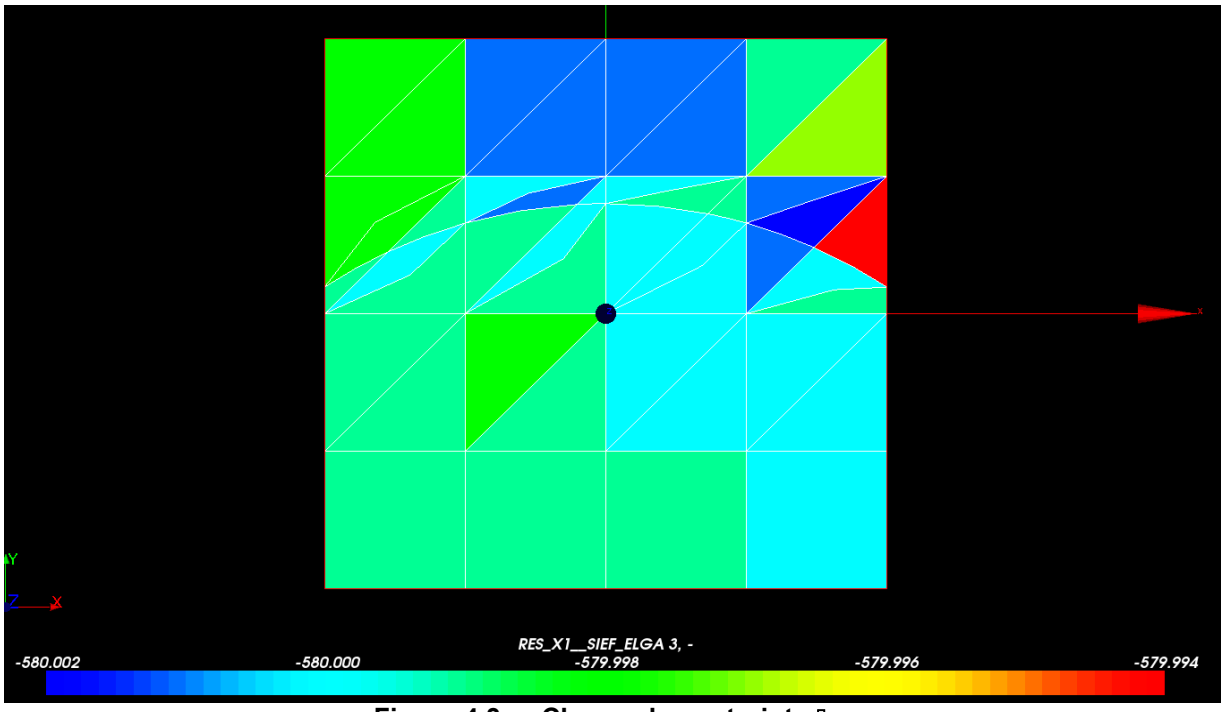


Figure 4.3-c: Champ de contrainte σ_{yy}

Les deux modélisations précédentes valident l'utilisation des facettes de contact issues des sous éléments d'intégration pour l'application d'une pression mécanique et d'un cisaillement sur les lèvres de fissure pour des modélisations 2D, linéaires et quadratiques. On constate en particulier l'important gain en précision lorsque l'on utilise des éléments quadratiques. Même si la discontinuité est courbe, on obtient une excellente précision avec très peu d'éléments.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Conclusion

Les deux modélisations valident l'utilisation des facettes de contact issues des sous éléments d'intégration XFEM pour l'application d'efforts mécaniques de pression et cisaillement en 2D sur les lèvres d'une fissure non maillée. Elles illustrent également le gain de précision obtenu avec des éléments quadratiques par rapport à des éléments linéaires.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)