SSLV224 - Poutre DCB 3D élastique

Résumé :

Ce test 3D en quasi-statique, entre dans le cadre de la validation de la propagation de fissure par modèle cohésif. Une poutre DCB est chargée en traction.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère ici une poutre dite double Cantilever tridimensionnelle dont la géométrie est présentée ci-dessous. Elle présente une fissuration initiale du quart de sa longueur.

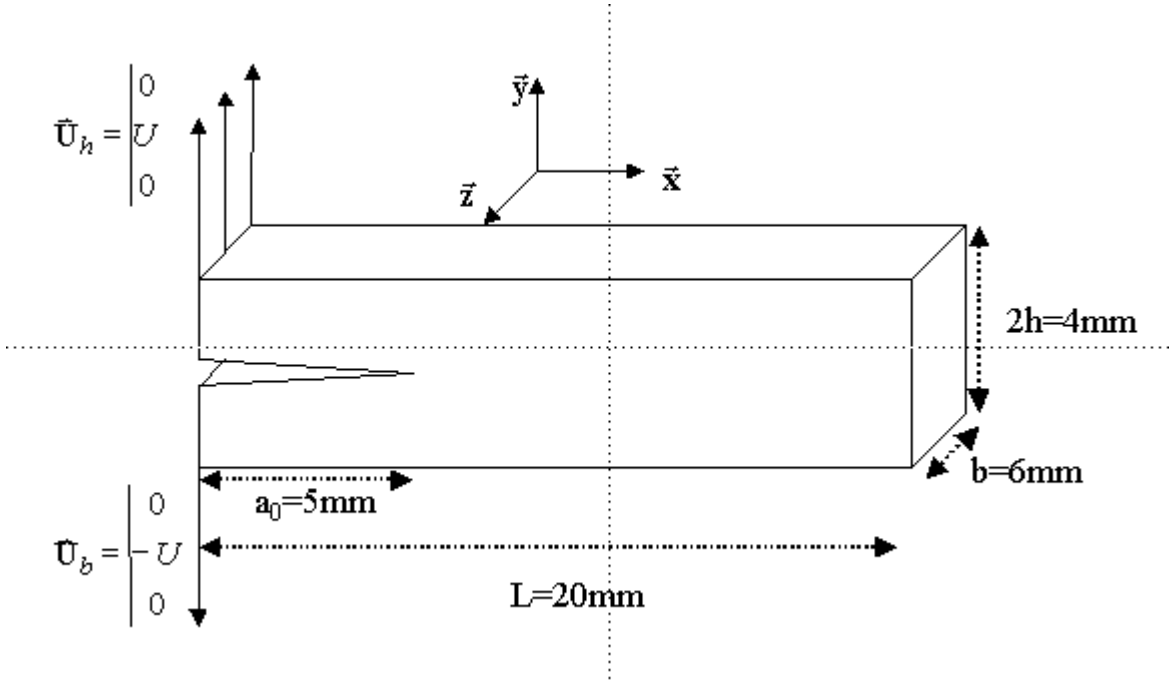


Figure 1.1 : géométrie

1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau de la poutre est supposé isotrope élastique linéaire avec les caractéristiques suivantes :

- Module d'Young : $E = 100\text{MPa}$ (oui, c'est très très faible !)
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$
- Energie de fissuration : $G_C = 0,9\,MPa.m^{-1}$
- Contrainte critique de fissuration : $\sigma_c = 4\text{MPa}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose un déplacement purement vertical des faces latérales gauche de la DCB.
En prenant en compte la symétrie, il est possible de ne considérer que la partie supérieure de la DCB.
Il faut alors ajouter la condition de symétrie comme condition limite du problème.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode utilisée pour la solution de référence

Il existe une solution analytique approchée à la fissuration de ce type de poutre en traction (mode I pur), déterminée par la méthode dite de la complaisance.
Cette solution se base sur la théorie des poutres. Si l'on considère la DCB suffisamment élancée et les déformations suffisamment petites, les équations de Bernoulli peuvent être appliquées. La flèche U s'exprime alors en fonction du moment fléchissant M_f par la relation :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial^2 x}=\frac{m_f}{EI}=\frac{Fx}{EI}\Rightarrow U(x)=\frac{F}{EI}\left(\frac{x^3}{6}-\frac{a^2}{2}x+\frac{a^3}{3}\right)$$

avec a la longueur de fissure, $I=\frac{b\,h^3}{12}$ le moment quadratique de la poutre, et F la force appliquée sur les faces latérales.
La complaisance (rapport entre l'ouverture et la force nécessaire à la provoquer) s'exprime donc :

$$C=\frac{U(0)}{F}=\frac{a^3}{3\mathrm{EI}}$$

Le taux de restitution d'énergie associé à une fissure de longueur a s'exprime par conséquent :

$$G=\frac{F^2}{2\mathrm{b}}\frac{dC}{da}=\frac{9\mathrm{EI}}{2\mathrm{ba}^4}U^2$$

En supposant la propagation de fissure stable et suivant la loi de Griffith, il est possible de déterminer la longueur de fissure en fonction du chargement.

$$a=\left(\frac{9\mathrm{EI}}{2\mathrm{bG}_c}\right)^{\frac{1}{4}}U^{\frac{1}{2}}$$

En combinant les formules de la flèche et de la longueur de fissure, on obtient alors l'expression de la force :

$$F=\frac{(EI)^{\frac{1}{4}}(2\mathrm{b}G_c)^{\frac{3}{4}}}{(3\mathrm{U})^{\frac{1}{2}}}$$

Cette relation est approximative du fait des hypothèses et également du fait qu'elle ne répond par exactement aux hypothèses des zones cohésives (mais de Griffith pur). On peut toutefois la considérer comme une base de comparaison aux résultats expérimentaux.

2.2 Résultats de référence

Avec les valeurs numériques de l'énoncé, on trouve analytiquement les résultats suivants :
$U=10\mathrm{mm}\Rightarrow F=4{,}86\,N$
$U=10{,}651\,mm\Rightarrow F=4{,}71\,N$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

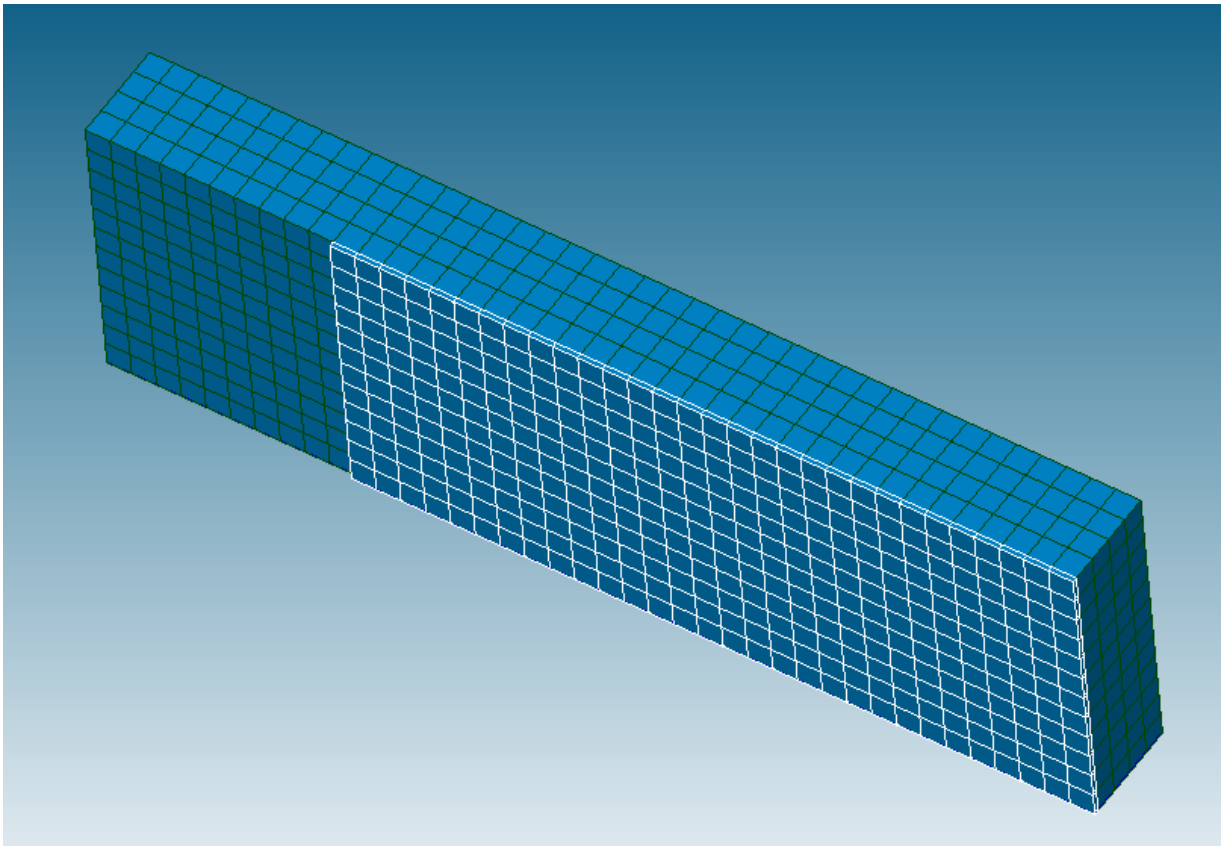
3 Modélisation A : ELEMENTS 3D_JOINTS

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D_JOINT avec la loi cohésive CZM_EXP_REG .

3.2 Caractéristiques du maillage

On modélise uniquement la partie supérieure de la poutre DCB. Le maillage est linéaire et composé de 2280 éléments de type HEXA8.



3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	% tolérance
Force nodale pour un déplacement imposé de 10 mm	4,86 N	1,0%

Tableau 3.1 : Résultats pour la Modélisation A

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

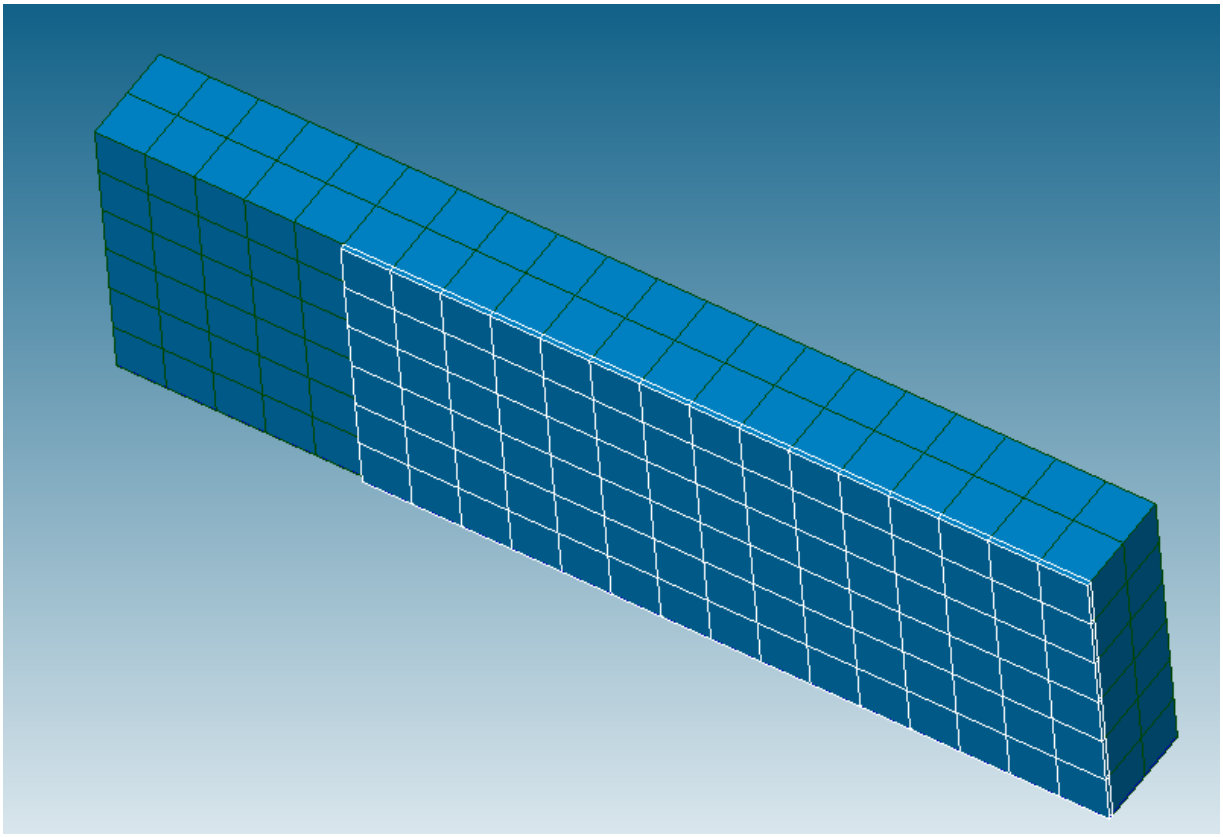
4 Modélisation B : ELEMENTS 3D_INTERFACE_S

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D_INTERFACE avec la loi cohésive CZM_OUV_MIX .

4.2 Caractéristiques du maillage

On modélise uniquement la partie supérieure de la poutre DCB. Le maillage est linéaire et composé de 330 éléments de type HEXA8.



4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	% tolérance
Force nodale pour un déplacement imposé de 10,561 mm	4,71 N	5,0%

Tableau 4.1 : Résultats de la Modélisation B

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)