SSNV195 - Barreau en multi-fissuration avec X-FEM

Résumé

Ce test a pour but de tester et valider les fonctionnalités de la méthode X-FEM dans le cas des structures $2D$ et $3D$ multi-fissurées. Globalement il s'agit de refaire les essentiels des tests SSNV173 [V6.04.173] et SSNV182 [V6.04.182] pour une structure multi-fissurée cette fois-ci.

Ce test met en jeu un barreau parallélépipédique, dont la section médiane est encastrée, présentant deux fissures le traversant complètement (on parlera alors d'interfaces), placées symétriquement d'un côte et de l'autre de la section encastrée. Le barreau est soumis à des déplacements imposés, ce qui a pour conséquence l'ouverture totale des interfaces et la séparation de la structure en trois parties lorsque elle est sollicitée en traction, ou l'apparition de pression de contact lorsque la sollicitation est de compression.

Deux types d'interfaces sont considérés, horizontales (un seul étage d'éléments est coupé) et inclinées (plusieurs étages d'éléments sont coupés, afin de tester le bonne gestion du sous-découpage des éléments lors de la présence de plusieurs fissures dans la structure.

Le cas d'une plaque $2D$ présentant deux interfaces est également étudié.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

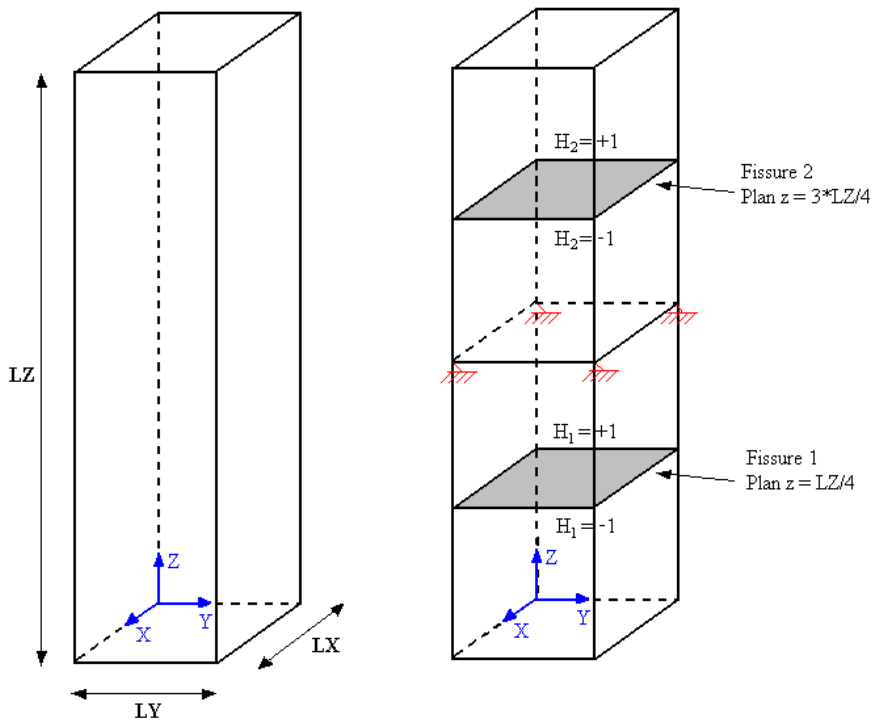
1.1 Géométrie 3D

La structure est un parallélépipède droit à base carrée et sain. Les dimensions du barreau (voir [Figure 1.1-1]) sont : $LX=5\,m$, $LY=5\,m$ et $LZ=50\,m$. Il ne comporte aucune fissure.

Les interfaces seront introduites par des fonctions de niveaux (level sets notés LN pour level set normale) directement dans le fichier de commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. Dans un premier temps, les interfaces seront horizontales, et introduites chacune au milieu des blocs inférieur et supérieur par rapport à la section encastrée (voir [Figure 1.1-2]) . Les équations des fonctions de niveaux pour les deux interfaces horizontales sont donc les suivantes :

$$\mathrm{LN1}=Z-LZ/4 \qquad \textbf{éq 1.1-1}$$
$$\mathrm{LN2}=Z-3\cdot LZ/4 \qquad \textbf{éq 1.1-2}$$

Aucune level set tangentielle n'est nécessaire puisqu'on utilisa le mot clé TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE', ce qui permet d'avoir une structure totalement coupée en trois parties.



1) **2)**

Figure 1.1. Géométrie du barreau et positionnement de la fissure

Pour la modélisation C les deux interfaces seront inclinées subissant des rotations suivant l'axe OX (voir [Figure 4.1-1]). A cette occasion on teste aussi le bon fonctionnement des opérateurs de post traitement en X-FEM qui ont subi des modifications lors du passage à la multi-fissuration.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.2 Géométrie 2D

La structure est un rectangle sain. Les dimensions du barreau (voir [Figure 1.2-1]) sont : $LX=5\,m$ et $LY=50\,m$. Il ne comporte aucune fissure.

Les interfaces seront introduites par des fonctions de niveaux (level sets) directement dans le fichier commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. Par analogie avec le cas $3D$, les interfaces sont présentes aux milieux des deux parties de la plaque, séparées par la ligne d'encastrement (voir Figure 1.2-a). Les équations correspondantes des fonctions de niveaux sont :

$$\mathrm{LN1}=\mathrm{Y}-LY/4 \qquad \textbf{éq 1.2-1}$$
$$\mathrm{LN2}=Y-3\cdot LY/4 \qquad \textbf{éq 1.2-3}$$

Aucune level set tangentielle n'est nécessaire puisqu'on utilisa le mot clé TYPE_DISCONTINUITE='INTERFACE', ce qui permet d'avoir une structure totalement coupée en trois parties.

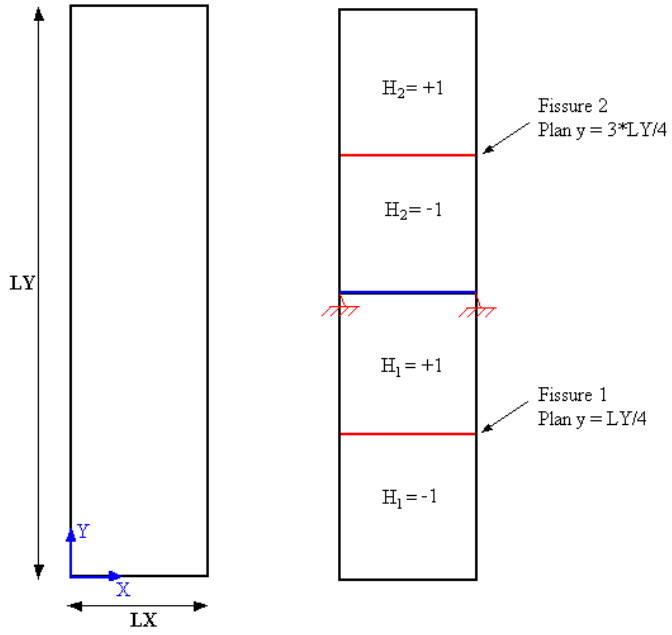


Figure 1.2. Géométrie de la plaque et positionnement de la fissure

1.3 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E=100\ MPa$

Coefficient de Poisson : $\nu=0.0$

1.4 Conditions aux limites et chargements

Les nœuds de la surface médiane du barreau sont encastrés (voir les [Figure 1.1-2] et [Figure 1.2-2]) tandis que des déplacements sont imposés sur ceux des surfaces inférieure et supérieure. On souhaite montrer dans un premier temps la possibilité de séparer une structure en 3 parties suite à l'introduction de deux interfaces (les déplacements imposés vont ouvrir les interfaces) et dans un deuxième temps on va prouver la prise en compte du contact sur les lèvres de deux interfaces (les déplacements imposés vont fermer les interfaces).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A : Interfaces horizontales ouvrantes

2.1 Caractéristiques du maillage

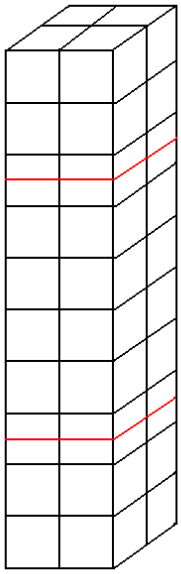


Figure 2.1-1: Le maillage de la modélisation A

On discrétise la structure à l'aide des éléments finis HEXA8. Suivant les trois directions du système de référence choisi, on a $2\times2\times10$ éléments donc un total de 40 éléments finis (voir [Figure 2.1-1])

Le nombre d'étages d'éléments suivant la direction Z a été choisi pour éviter l'enrichissement d'un même élément par les deux interfaces. En effet, dans l'implémentation de la multi-fissuration (voir manuel) on évite d'approcher deux fissures à moins de 4 éléments sains afin d'éviter les conflits lors de la gestion des degrés de liberté enrichis.
Ainsi, en choisissant 10 étages, on pourra à la fois imposer des conditions aux limites sur les mailles extrêmes de la manière habituelle et éviter que les enrichissements caractéristiques de la X-FEM se touchent. La première interface sera introduite au milieu du troisième étage tandis que la deuxième au milieu du huitième.

2.2 Conditions aux limites

Afin d'ouvrir les deux interfaces et pour empêcher les mouvements de corps rigide, on encastre les nœuds appartenant à la surface médiane :

```
GROUP_NO=SURFMED : DX = 0, DY = 0 et DZ = 0
```

Pour les nœuds appartenant aux surfaces extrêmes (inférieure et supérieure) on impose des déplacements comme suit :

```
GROUP_NO=SURFINF: DX = 0, DY = 0 et DZ = -DEPZ
GROUP_NO=SURFSUP: DX = 0, DY = 0 et DZ = DEPZ
```

La valeur du déplacement imposé est $DEPZ=3.10^{-3}m$. On pourra en fait déplacer les deux blocs extrêmes du barreau suivant les trois directions par simple affectation d'une valeur non nulle pour les degrés de liberté correspondants à DX ou DY .

2.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr évidente. Comme expliqué pour le cas test SSNV173 [V6.04.173], la solution est la suivante : tous les déplacements suivant x et y sont nuls, tous les déplacements suivant z en dessous de la level-set inférieure sont égaux au déplacement imposé u_z à la base de la structure, tous les déplacements suivant z entre les deux level-set sont nuls et tous

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

les déplacements suivant z au dessus de la level set supérieure sont égaux au déplacement imposé u_z au sommet de la structure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après la convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On vérifie que l'on retrouve bien les valeurs déterminées au [§2.3].

Identification	Référence	Tolérance
DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface inférieure	0.00	1.0E-15
DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface inférieure	0.00	1.0E-15
DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface inférieure	0.00	1.0E-15
DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface inférieure	0.00	1.0E-15
DZ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface inférieure	-3.E-3	1.0E-09%
DZ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface inférieure	0.00	1.0E-15
DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00	1.0E-15
DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	0.00	1.0E-15
DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00	1.0E-15
DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	0.00	1.0E-15
DZ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00	1.0E-15
DZ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	3.E-3	1.0E-09%

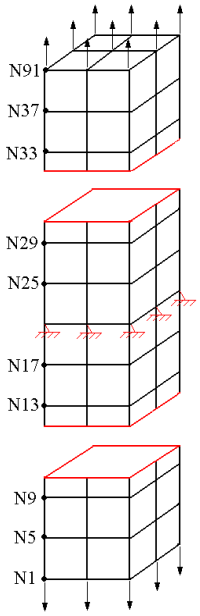


Figure 2.4-1: Maillage final et positionnement des nœuds testés

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le minimum et le maximum de la colonne.

2.5 Remarques

On remarque que les valeurs des degrés de liberté testés sont celles attendues, les interfaces s'ouvrent séparant ainsi le barreau en trois parties. Le résultat est visualisé à l'aide des opérateurs de post-traitement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B : Interfaces horizontales en fermeture

3.1 Caractéristiques du maillage et de l'interface

Le maillage est le même que celui de la modélisation A. L'objectif étant de tester la gestion du contact sur les interfaces représentées avec X-FEM, seules les conditions aux limites ont changé.

3.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites vont permettre cette fois-ci de tester la prise en compte du contact sans frottement sur les lèvres des interfaces. On garde donc l'encastrement des nœuds appartenant à la surface médiane mais les déplacements imposés aux nœuds des deux extrêmes (inférieure et supérieure) vont refermer les interfaces. On aura donc :

```
GROUP_NO=SURFMED: DX = 0, DY = 0 et DZ = 0
GROUP_NO=SURFINF: DX = 0, DY = 0 et DZ = DEPZ
GROUP_NO=SURFSUP: DX = 0, DY = 0 et DZ = -DEPZ
```

3.3 Résolution analytique

Les interfaces étant horizontales et l'état de compression uniaxial et normal à l'interface, il n'y a pas de glissement possible. On vérifie la valeur de la pression de contact et la solution du problème est celle du même problème sans interface, pour chacun des blocs d'un côté et de l'autre de la surface encastrée. Comme montré pour le cas test SSNV182 [V6.04.182] et compte tenu de la géométrie et des conditions aux limites décrites au §2.2, la pression de contact est donnée par :

$$\lambda = E\frac{DEPZ}{LZ/2} \qquad \textbf{éq 4.3-1}$$

Avec les valeurs numériques précédemment introduites, $\lambda = -12.10^3 \text{ Pa}$.

3.4 Grandeurs testées et résultats

Le bon déroulement du calcul permet *a priori* de valider la bonne gestion du contact pour la multi fissuration. Les composantes des SD FISS_XFEM concernant le contact pour chaque fissure sont gérées correctement au niveau des opérateurs MODI_MODELE_XFEM et STAT_NON_LINE. On teste les valeurs de la pression de contact pour les nœuds milieu appartenant aux éléments coupés par les fissures.

Identification	Référence
LAGS_C pour tous les nœuds des deux fissures	-1.2E4
LAGS_F1 pour tous les nœuds des deux fissures	0.00
LAGS_F2 pour tous les nœuds des deux fissures	0.00

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation C – Interfaces inclinées

Cette modélisation a pour but de prouver la prise en compte du contact frottant pour des interfaces inclinées ainsi que le bon fonctionnement des algorithmes de découpage et de post-traitement.
On a choisi un angle d'inclinaison $\theta = 30°$ suivant la rotation autour de l'axe OX, pour les deux interfaces. La normale aux interfaces ainsi crées est notée $\mathbf{n}$ et le vecteur tangent est noté $\boldsymbol{\tau}$:

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \qquad \text{éq 6-1}$$

Les nouvelles fonctions de niveau introduisant les deux fissures dans le fichier de commande sont :

$$LN1 = Z - \tan\theta \cdot Y - \left(LZ/4 - \tan\theta \cdot LX/2\right) \qquad \text{éq 6-2}$$

$$LN2 = Z - \tan\theta \cdot Y - \left(3 \cdot LZ/4 - \tan\theta \cdot LX/2\right) \qquad \text{éq 6-3}$$

4.1 Caractéristiques du maillage

Par rapport aux modélisations A et B, le nombre d'éléments suivant la direction Z (hauteur du barreau) a été multiplié par 2 afin d'éviter la contiguïté des éléments enrichis par les deux interfaces inclinées. On a donc un maillage $2 \times 2 \times 20$ éléments HEXA8 (voir [Figure 4.1-1]).

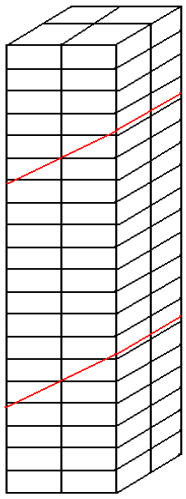


Figure 4.1-1: Maillage pour la modélisation C

4.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites permettent de réaliser une sollicitation mixte : compression au niveau de la première interface et traction pour la deuxième.
Ainsi, en plus de l'encastrement des nœuds appartenant à la surface médiane (comme pour les deux premières modélisations), on impose des déplacements positifs suivant la direction Z pour les nœuds appartenant aux surfaces extrêmes (inférieure et supérieure). On aura donc:

```
GROUP_NO=SURFMED: DX = 0, DY = 0 et DZ = 0
GROUP_NO=SURFINF: DX = 0, DY = 0 et DZ = DEPZ
GROUP_NO=SURFSUP: DX = 0, DY = 0 et DZ = DEPZ
```

4.3 Résolution analytique

La solution analytique concerne, pour le bloc inférieur (l'interface 1), les valeurs de la pression de contact et des semi-multiplicateurs de frottement. Pour le bloc supérieur (l'interface 2), la solution analytique concerne les valeurs de déplacements des nœuds. La solution pour ce dernier est

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

identique à celle de la modélisation A et donc on va détailler seulement la solution analytique pour le bloc inférieur.
Les interfaces étant inclinées, on pourra avoir du glissement. Pour éviter cela, on force l'adhérence en choisissant un coefficient de frottement de Coulomb suffisamment élevé. Théoriquement, il suffit de prendre :

$$\mu > \tan(\theta) \qquad \textbf{éq 6.3-1}$$

Ainsi, la solution du problème reste identique à celle du même problème sans interface. La résolution analytique pour ce problème est présentée dans [V604182 - §4.1]. On trouve pour la pression de contact :

$$\lambda = n_z \cdot E \frac{DEPZ}{LZ/2} \cdot n_z \qquad \textbf{éq 6.3-2}$$

et pour les semi-multiplicateurs de frottement:

$$\Lambda = \left(\frac{1}{\mu} \frac{\tau_z}{n_z} \right) \tau \qquad \textbf{éq 6.3-3}$$

Avec les valeurs numériques précédemment introduites et considérant $\mu = 1$, on obtient pour la pression de contact $\lambda = -9.10^3 Pa$ et pour le semi-multiplicateur de frottement suivant la direction τ, $\Lambda \cdot \tau = 1/\sqrt{3}$.

4.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la pression de contact et des semi-multiplicateurs de frottement pour l'interface 1. Pour l'interface 2 on teste les valeurs des déplacements au dessus et en dessous de la level-set.

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface inférieure	0.00
DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface inférieure	0.00
DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface inférieure	0.00
DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface inférieure	0.00
LAGS_C pour tous les nœuds de l'interface inférieure	-9E3
LAGS_F1 pour tous les nœuds de l'interface inférieure	0
LAGS_F2 pour tous les nœuds de l'interface inférieure	$1/\sqrt{3}$
DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00
DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	0.00
DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00
DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	0.00
DZ pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00
DZ pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	3.0E-3

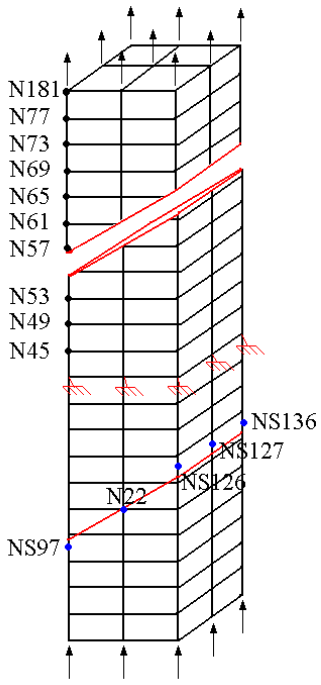


Figure 4.4-1: Maillage final et positionnement des nœuds testés

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le minimum et le maximum de la colonne.

4.5 Remarques

On vérifie que les valeurs numériques obtenues pour les degrés de liberté testés, suite à l'analyse avec plusieurs interfaces X-FEM, sont bien identiques avec les valeurs de la solution analytique pour les deux interfaces.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation D – Interfaces multiples en 2D

Cette modélisation a pour but de tester le fonctionnement de la X-FEM multi-fissuration pour une structures $2D$.

5.1 Caractéristiques du maillage

On choisit de modéliser la structure $2D$ par un maillage composé de 2×10 éléments QUAD4, comme montré sur la [Figure 5.4-1].

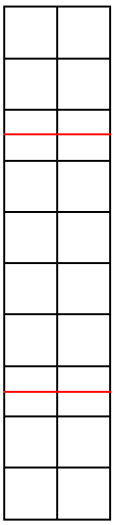


Figure 5.1-1: Maillage pour la modélisation D

5.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont similaires à celles imposées pour la modélisation A, adaptées évidemment pour le cas $2D$. On encastre les nœuds appartenant la ligne médiane et on impose des déplacements aux nœuds appartenant aux lignes extrêmes (inférieure et supérieure). On a donc :

```
GROUP_NO=LIGMED: DX = 0 et DY = 0
GROUP_NO=LIGINF: DX = 0 et DY = -DEPY
GROUP_NO=LIGSUP: DX = 0 et  DY = DEPY
```

On considère $DEPY=2.E-3$.

5.3 Résolution analytique

La solution d'un tel problème est bien sûr encore évidente : tous les déplacements suivant x sont nuls, tous les déplacements suivant y en dessous de la level-set inférieure sont égaux au déplacement imposé u_y à la base de la structure, tous les déplacements suivant y entre les deux level set sont nuls et tous les déplacements suivant y au dessus de la level-set supérieure sont égaux au déplacement imposé u_y au sommet de la structure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs du déplacement après convergence des itérations de l'opérateur STAT_NON_LINE. On ne teste à chaque fois qu'un seul nœud de chaque étage et on obtient le tableau suivant ou la position de chaque nœud testé est indiquée sur la [Figure 5.4-1].

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface inférieure	0.00
DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface inférieure	0.00
DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface inférieure	-2.00E-3
DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface inférieure	0.00
DX pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00
DX pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	0.00
DY pour tous les nœuds juste en dessous de l'interface supérieure	0.00
DY pour tous les nœuds juste au dessus de l'interface supérieure	2.00E-3

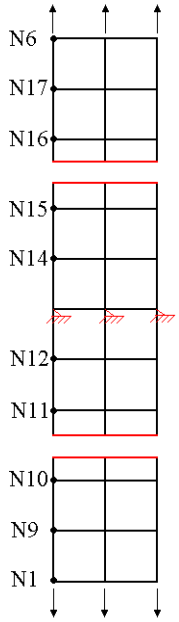


Figure 5.4-1: Maillage final et positionnement des nœuds testés

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèses des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints. Il s'agissait de valider le fonctionnement de l'évolution de la X-FEM vers la multi-fissuration. On a pu constater la bonne prise en compte de deux interfaces dans plusieurs situations : modèles $3D$ et $2D$, interfaces horizontales, interfaces inclinées, contact sans ou avec frottement, etc.

Tous les opérateurs qui ont subi des modifications pour le passage à la multi-fissuration fonctionnent correctement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)