SSNV191 – Validation des conditions de Neumann avec X-FEM en 2D et 3D

Résumé

Ce test a pour but de valider la prise en compte de conditions aux limites de type Neumann sur des éléments de peau X-FEM en 2D et en 3D.

Ce test met en jeu une structure 3D ou un équivalent en 2D comportant une interface plane horizontale coupant la structure en deux parties (une partie « supérieure au-dessus de l'interface, et une partie « inférieure » au-dessous de l'interface). L'interface est représentée par des level sets.

Les chargements appliqués sont de plusieurs types : un chargement à pression constante sur les faces latérales de la structure, un chargement avec une pression positive sur les faces latérales supérieures et une pression négative sur les faces latérales inférieures. On traite aussi le même problème en remplaçant les pressions par des forces surfaciques en 3D et des forces linéiques en 2D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure 3D de dimensions $LX=1\text{m}$, $LY=2\text{m}$ et $LZ=3\text{m}$ comporte une interface plane horizontale se situant à mi-hauteur (voir [Figure 1.1-1]).

L'interface n'est pas maillée, et la géométrie est en fait une structure saine sans interface. L'interface est alors introduite par fonctions de niveaux (level sets) directement dans le fichier de commandes à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08].

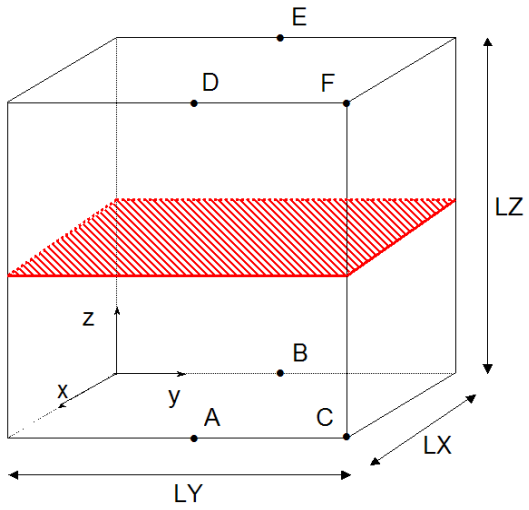


Figure 1.1-1 : Géométrie de la structure 3D

On définit les points A, B, C, D, E et F qui serviront à bloquer les modes rigides.

	x	y	z
A	LX	$LY/2$	0
B	0	$LY/2$	0
C	LX	LY	0
D	LX	$LY/2$	LZ
E	0	$LY/2$	LZ
F	LX	LY	LZ

Tableau 1.1-1 : Coordonnées des points de blocage en 3D

On définit aussi la structure équivalente en 2D, de dimensions $LX=2\text{m}$, $LY=3\text{m}$ comportant une interface plane horizontale se situant à mi-hauteur (voir [Figure 1.1-2]).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

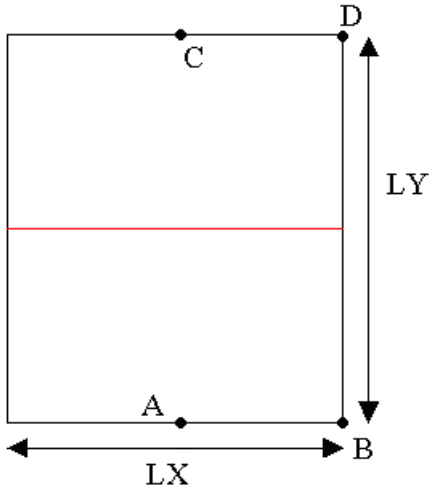


Figure 1.1-2 : Géométrie de la structure 2D

On définit les points A , B , C et D qui serviront à bloquer les modes rigides.

	x	y
A	$LX/2$	0
B	LX	0
C	$LX/2$	LY
D	LX	LY

Tableau 1.1-2 : Coordonnées des points de blocage en 2D

1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E=10000\,MPa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0$

1.3 Conditions aux limites et chargements

En 3D, les modes rigides sont bloqués de la manière suivante :

- Les points A et D sont bloqués suivant les 3 directions : $\begin{cases} DX^A=DX^D=0 \\ DY^A=DY^D=0 \\ DZ^A=DZ^D=0 \end{cases}$
- Les points B et E sont bloqués suivant l'axe Oz : $DZ^B=DZ^E=0$
- Les points C et F sont bloqués suivant les axes Ox et Oz : $\begin{cases} DX^C=DX^F=0 \\ DZ^C=DZ^F=0 \end{cases}$

En 2D, les modes rigides sont bloqués de la manière suivante :

- Les points A et C sont bloqués suivant les 2 directions : $\begin{cases} DX^A=DX^C=0 \\ DY^A=DY^C=0 \end{cases}$
- Les points B et D sont bloqués suivant l'axe Oy : $DY^B=DY^D=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En 3D, on envisage deux chargements :

- Pression répartie constante ($p=10000\,Pa$) sur les faces latérales (plans $y=0$ et $y=LY$), correspondant à un cas de compression selon l'axe Oy .
- Pression positive ($p=10000\,Pa$) sur les faces latérales supérieures et une pression négative ($p=-10000\,Pa$) sur les faces latérales inférieures, correspondant à un cas de compression sur le solide supérieur et un cas de traction sur le solide inférieur

En 2D, on envisage deux chargements :

- Pression répartie constante ($p=10000\,Pa$) sur les segments latéraux ($x=0$ et $x=LX$), correspondant à un cas de compression selon l'axe Ox .
- Pression positive ($p=10000\,Pa$) sur les arêtes latérales supérieures et une pression négative ($p=-10000\,Pa$) sur les arêtes latérales inférieures, correspondant à un cas de compression sur le solide supérieur et un cas de traction sur le solide inférieur

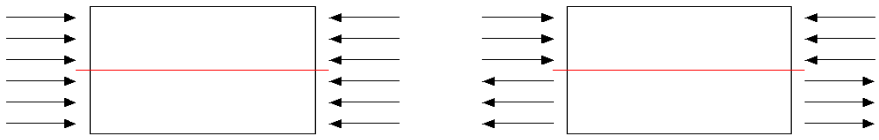


Figure 1.3-1 : Chargements en pression

1.4 Solutions du problème

On présente la solution du problème 3D. Celle du problème 2D s'obtient en remplaçant y par x .

1.4.1 Chargement en compression pure

La structure est en compression pure, la solution en déplacement est triviale. Pour les nœuds de la face latérale de gauche, le déplacement solution est :

$$u_y=-\frac{LY}{2}\varepsilon_{yy}=-\frac{LY}{2}\frac{\sigma_{yy}}{E}=\frac{LY}{2}\frac{p}{E}=\frac{2.10^4}{2.10^{10}}=10^{-6}m$$

Pour les nœuds de la face latérale de droite, le déplacement solution est :

$$u_y=\frac{LY}{2}\varepsilon_{yy}=\frac{LY}{2}\frac{\sigma_{yy}}{E}=\frac{-LY}{2}\frac{p}{E}=-\frac{2.10^4}{2.10^{10}}=-10^{-6}m$$

Lorsqu'un nœud du bord est enrichi par la fonction Heaviside, son déplacement s'écrit comme une combinaison d'un terme continu et d'un terme discontinu. Pour ce cas de chargement, il n'y a pas de discontinuité au travers de l'interface, donc les degrés de liberté enrichis sont tous nuls.

1.4.2 Chargement en compression / traction

La structure supérieure est en compression pure et les déplacements des nœuds de la face latérale supérieure sont les mêmes que ceux du cas de chargement précédent.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La structure inférieure est en traction pure. Seuls les signes des valeurs de déplacement changent. Pour les nœuds de la face latérale inférieure de gauche, le déplacement solution est :

$$u_y = -\frac{LY}{2}\varepsilon_{yy} = \frac{LY}{2}\frac{p}{E} = -\frac{2.10^4}{2.10^{10}} = -10^{-6}\,m$$

Pour les nœuds de la face latérale inférieure de droite, le déplacement solution est :

$$u_y = \frac{LY}{2}\varepsilon_{yy} = \frac{LY}{2}\frac{p}{E} = \frac{2.10^4}{2.10^{10}} = 10^{-6}\,m$$

Dans ce cas, le déplacement est discontinu au travers de l'interface. Les valeurs des degrés de liberté discontinus peuvent être facilement déterminées (on se référera au cas similaire traité dans [V6.04.173]).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A

Dans cette modélisation, pour le chargement en pression, le chargement est appliqué à l'aide d'une pression répartie constante ou forces surfaciques constantes pour le chargement n°1, et d'une pression répartie ou de forces réparties fonctions de z pour le chargement n°2.
Dans cette modélisation, pour le chargement en force surfacique, le chargement est appliqué à l'aide de forces surfaciques constantes pour le chargement n°1, et de forces surfaciques fonction de z pour le chargement n°2.

2.1 Caractéristiques du maillage

La structure est maillée avec des hexaèdres à 8 nœuds. Le nombre d'éléments est le plus petit possible, soit un élément suivant l'axe Ox, 2 éléments suivant l'axe Oy (afin de pouvoir définir les nœuds dans le plan milieu à $y=LY/2$), et 5 éléments suivant l'axe Oz. Suivant l'axe Oz, le nombre d'éléments est impair pour que l'interface ne coïncide pas avec les faces des éléments ; les 3 couches d'éléments centraux utilisent des éléments X-FEM, et les 2 couches d'éléments en haut et en bas utilisent des éléments classiques.

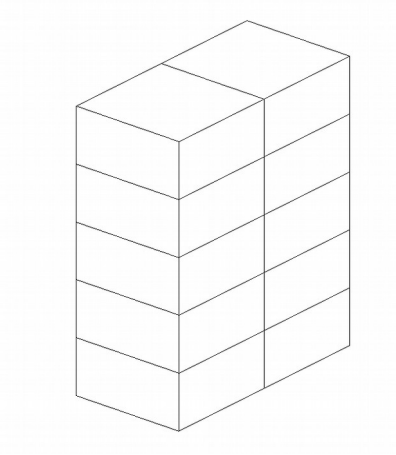


Figure 2.1-1 : Maillage 3D

2.2 Fonctionnalités testées

Le mot-clé PRES_REP de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA [U4.44.01] permet d'appliquer une pression répartie constante sur des mailles de peau. Lorsque la pression est une fonction ou une formule, on utilise le mot-clé PRES_REP de AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01]). Cette fonctionnalité est testée avec le chargement n°2. En effet, avec X-FEM, on ne peut pas définir une surface latérale supérieure et inférieure en tant que groupe de mailles. Dans le cas présent, un seul groupe de mailles comportant toutes les mailles surfaciques latérales est défini, et on applique une pression fonction de z sur ce groupe de mailles.

Le mot-clé FORCE_FACE de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA [U4.44.01] permet d'appliquer une force surfacique constante sur des mailles de peau. Lorsque la force surfacique est une fonction ou une formule, on utilise le mot-clé FORCE_FACE de AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01]).

2.3 Grandeurs testées et résultats

L'opérateur POST_MAIL_XFEM permet de mailler les fissures représentées par la méthode X-FEM. L'opérateur POST_CHAM_XFEM, permet ensuite d'exporter les résultats X-FEM sur ce nouveau maillage. Ces deux opérateurs ne sont à utiliser que de façon postérieure au calcul à des vues de post-traitement. Ils permettent de générer des nœuds juste en dessous et au dessus de l'interface et d'exhiber leurs déplacements.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Pour chaque face latérale de la structure ($y=0$ et $y=LY$), on teste les déplacements des nœuds situés juste au dessus et juste en dessous de la level set.

2.3.1 Chargement en compression (chargement en pression)

Identification	Référence
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

2.3.2 Chargement en compression / traction (chargement en pression)

Identification	Référence
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

2.3.3 Chargement en compression (chargement en force surfacique)

Identification	Référence
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

2.3.4 Chargement en compression / traction (chargement en force surfacique)

Identification	Référence
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10 $^{-6}$

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le minimum et le maximum de la colonne.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B

Dans cette modélisation, pour le chargement en pression, le chargement est appliqué à l'aide d'une pression répartie constante pour le chargement n°1, et d'une pression répartie fonction de y pour le chargement n°2.
Dans cette modélisation, pour le chargement en force linéique, le chargement est appliqué à l'aide de forces linéiques constantes pour le chargement n°1, et de forces linéiques fonctions de y pour le chargement n°2.

3.1 Caractéristiques du maillage

En 2D, la structure est maillée avec des quadrangles à 4 nœuds. Le nombre d'éléments est le plus petit possible, soient 2 éléments suivant l'axe Ox (afin de pouvoir définir les nœuds dans le plan milieu à $x=LX/2$), 5 éléments suivant l'axe Oy . Suivant l'axe Oy , le nombre d'éléments est impair pour que l'interface ne coïncide pas avec les faces des éléments ; les 3 couches d'éléments centraux utilisent des éléments X-FEM, et les 2 couches d'éléments en haut et en bas utilisent des éléments classiques.



Figure 3.1-1 : Maillage 2D

3.2 Fonctionnalités testées

Le mot-clé PRES_REP de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA [U4.44.01] permet d'appliquer une pression répartie constante sur des mailles de peau. Lorsque la pression est une fonction ou une formule, on utilise le mot-clé PRES_REP de AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01]). Cette fonctionnalité est testée avec le chargement n°2. En effet, avec X-FEM, on ne peut pas définir une arête latérale supérieure et inférieure en tant de groupe de mailles. Dans le cas présent, un seul groupe de mailles comportant toutes les mailles 1D latérales est défini, et on applique une pression fonction de y sur ce groupe de mailles.

Le mot-clé FORCE_CONTOUR de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA [U4.44.01] permet d'appliquer une force linéique constante sur des mailles de peau. Lorsque la force linéique est une fonction ou une formule, on utilise le mot-clé FORCE_CONTOUR de AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01]).

3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque face latérale de la structure ($x=0$ et $x=LX$), on teste les déplacements des nœuds situés juste au dessus et juste en dessous de la level set.

3.3.1 Chargement en compression (chargement en pression)

Identification	Référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

3.3.2 Chargement en compression / traction (chargement en pression)

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

3.3.3 Chargement en compression (chargement en force surfacique)

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

3.3.4 Chargement en compression / traction (chargement en force surfacique)

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le minimum et le maximum de la colonne.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation C

La seule différence par rapport à la modélisation B est le fait que l'on choisisse une modélisation C_PLAN et non plus D_PLAN.

4.1 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque face latérale de la structure ($x=0$ et $x=LX$), on teste les déplacements des nœuds situés juste au dessus et juste en dessous de la level set.

4.1.1 Chargement en compression (chargement en pression)

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

4.1.2 Chargement en compression / traction (chargement en pression)

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

4.1.3 Chargement en compression (chargement en force surfacique)

Identification	Référence
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

4.1.4 Chargement en compression / traction (chargement en force surfacique)

Identification	Référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10 $^{-6}$
DX pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10 $^{-6}$
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10 $^{-6}$
DX pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10 $^{-6}$

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le minimum et le maximum de la colonne.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation D

Dans cette modélisation, on a remplacé les éléments linéaires de la modélisation A par des éléments quadratiques. Tout le reste est inchangé.

5.1 Caractéristiques du maillage

Il s'agit des mêmes caractéristiques de modélisation que pour la modélisation A mais on a transformé le maillage par éléments linéaires en maillage par éléments quadratiques en utilisant la commande CREA_MAILLAGE/LINE_QUAD. La structure est ainsi maillée avec des hexaèdres à 20 nœuds.

5.2 Fonctionnalités testées

Il s'agit des mêmes fonctionnalités testées que celles de la modélisation A.

5.3 Grandeurs testées et résultats

L'opérateur POST_MAIL_XFEM permet de mailler les fissures représentées par la méthode X-FEM. L'opérateur POST_CHAM_XFEM, permet ensuite d'exporter les résultats X-FEM sur ce nouveau maillage. Ces deux opérateurs ne sont à utiliser que de façon postérieure au calcul à des vues de post-traitement. Ils permettent de générer des nœuds juste en dessous et au dessus de l'interface et d'exhiber leurs déplacements.

Pour chaque face latérale de la structure ($y=0$ et $y=LY$), on teste les déplacements des nœuds situés juste au dessus et juste en dessous de la level set.

5.3.1 Chargement en compression (chargement en pression)

Identification	Référence
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

5.3.2 Chargement en compression / traction (chargement en pression)

Identification	Référence
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

5.3.3 Chargement en compression (chargement en force surfacique)

Identification	Référence

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

5.3.4 Chargement en compression / traction (chargement en force surfacique)

Identification	Référence
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste en dessous de l'interface	-10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de gauche situés juste au dessus de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste en dessous de l'interface	10^{-6}
DY pour tous les nœuds de la surface de droite situés juste au dessus de l'interface	-10^{-6}

Pour tester tous les nœuds en une seule fois, on teste le MIN et le MAX de la colonne.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèses des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints :

- Valider sur un cas simple la prise en compte des conditions de Neumann sur des éléments de bord X-FEM enrichis avec la fonction Heaviside.
- Valider différents chargements : pression constante, pression fonction, force surfacique constante et force surfacique fonction en 3D, force linéique constante et force linéique fonction en 2D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)