SSNV185 – Fissure débouchante dans une plaque 3D de largeur finie avec X-FEM

Résumé

Ce test a pour but de valider la méthode X-FEM [bib1] sur un cas académique 3D , dans le cadre de la mécanique de la rupture élastique linéaire.

Ce test met en jeu une plaque 3D comportant une fissure débouchante plane à fond droit. Le calcul complet ainsi que l'extraction des facteurs d'intensité de contraintes est réalisé dans le cadre de la méthode X-FEM . Le maillage est sain, la fissure étant représentée virtuellement avec des level sets.

Plusieurs configurations de maillage sont testées et comparées avec la solution analytique. Le même problème traité de manière classique (avec un maillage fissuré) sert de référence afin de comparer les précisions des deux méthodes.

Les commandes de post-traitement pour la visualisation du champ de déplacement solution sur un maillage fissuré sont testées pour toutes les modélisations faisant appel à X-FEM .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La structure est une plaque $3D$ de dimensions $LX=1\,m$, $LY=10\,m$ et $LZ=30\,m$, comportant une fissure plane débouchante de longueur $a=5\,m$, se situant à mi-hauteur (voir [Figure 1.1-a]).

Dans le cas où le problème est traité par une méthode classique, la fissure est maillée. Par contre, dans le cas où la méthode X-FEM est employée, la fissure n'est pas maillée, et la géométrie est en fait une plaque saine sans fissure. La fissure sera alors introduite par fonctions de niveaux (level sets) directement dans le fichier commande à l'aide de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08]. La level set normale ($LSN=$ distance au plan de fissuration) permet de définir le plan de fissure et la level set tangente ($LST=$ distance au fond de fissure) permet de définir la position du fond de fissure.

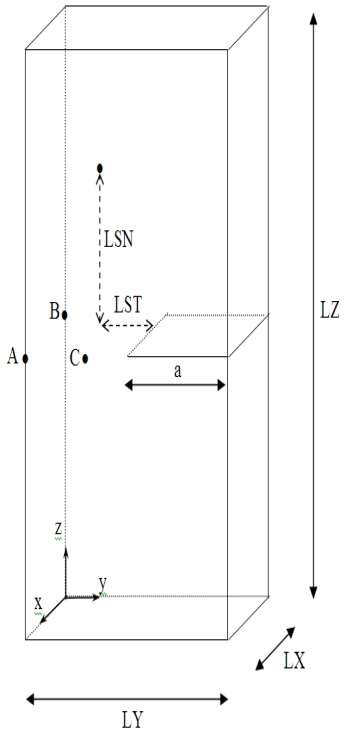


Figure 1.1-a : Géométrie de la plaque fissurée

On définit les points $A(1,0,15)$, $B(0,0,15)$ et $C(1,3,15)$ qui serviront à bloquer les modes rigides.

1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E=205\,000\,MPa$ (sauf mention contraire)
Coefficient de Poisson : $\nu=0.$

1.3 Références bibliographiques

1 MASSIN P., GENIAUT S. : Méthode X-FEM, Manuel de référence du *Code_Aster*, [R7.02.12]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 VISSE E. : Calcul des coefficients d'intensité de contraintes, Manuel de référence du *Code_Aster*, [R7.02.05]

3 BARTHELEMY B. : Notions pratiques de la mécanique de la rupture, Eyrolles, 1980.

4 LABORDE P., POMMIER J., RENARD Y., SALÜN M. : "High-order extended finite element method for cracked domains", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 64 (3), 354-381, 2005.

5 G. Erdogan, G.C. Sih, "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear", Journal of Basic Engineering, 85, 519-27, 1963.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A : fissure maillée en traction

Dans cette modélisation, la fissure est maillée, et on utilise la méthode standard des éléments finis pour réaliser le calcul. Cette modélisation servira de référence et permettra la comparaison avec la méthode X-FEM .

2.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de $5\times30\times50$ HEXA8, respectivement suivant les axes x, y, z (voir [Figure 2.1-a]). Les deux surfaces superposées sont les lèvres de la fissure

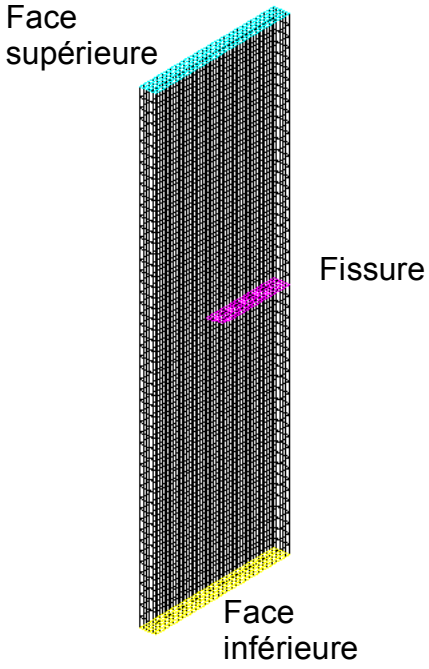


Figure 2.1-a : Maillage fissuré

2.2 Conditions aux limites et chargements

Deux types de chargement vont être étudiés : un chargement de traction sur les faces inférieure et supérieure de la structure, puis un chargement qui consiste à imposer un champ de déplacement en tout nœud, identique au champ de déplacement asymptotique en mode I (solution de Westergaard pour un milieu infini [bib2]).

2.2.1 Chargement de traction

Une pression répartie est imposée sur les faces inférieure et supérieure de la structure (voir [Figure 2.1-a]). La pression est $p=10^{-6}Pa\,(\sigma_{zz}=-p)$, ce qui permet de solliciter la fissure en mode d'ouverture I pur.
Les modes rigides sont bloqués de la manière suivante :

- Le point A est bloqué suivant les 3 directions : $DX^{N4265}=0$, $DY^{N4265}=0$, $DZ^{N4265}=0$
- Le point B est bloqué suivant l'axe Oz : $DZ^{N3751}=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Le point C est bloqué suivant les axes Ox et Oz : $DX^{N4256}=0$, $DZ^{N4256}=0$

2.2.2 Chargement avec le champ asymptotique en mode I

Le champ asymptotique en mode I pur, solution d'un problème de rupture élastique linéaire est connu de manière analytique [bib2]. Dans le repère défini, ce champ prend la forme suivante :

$$u_x=0 \qquad \text{éq 2.2.2-1}$$

$$u_y=-\frac{1+\nu}{E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\frac{\theta}{2}(3-4\nu-\cos\theta) \qquad \text{éq 2.2.2-2}$$

$$u_z=\frac{1+\nu}{E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\frac{\theta}{2}(3-4\nu-\cos\theta) \qquad \text{éq 2.2.2-3}$$

Ce champ est imposé sur tous les nœuds de la structure par le biais de formules dans l'opérateur AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01]. Ces formules font intervenir les coordonnées polaires (r,θ) dans la base locale au fond de fissure :

$$r=\sqrt{(5-y)^2+(z-15)^2}\,, \qquad \theta=\arctan\left(\frac{z-15}{5-y}\right) \qquad \text{éq 2.2.2-4}$$

Cependant, il convient de traiter à part les nœuds appartenant aux lèvres de la fissure. En effet, pour les nœuds de la lèvre inférieure, la formule servant à calculer l'angle θ n'est pas valable (elle donnerait π alors que théoriquement, θ vaut $-\pi$). Pour les nœuds de la lèvre inférieure, la valeur de l'angle n'est donc pas calculée par l'équation [éq 2.2.2-4] mais est directement mise à $-\pi$. Pour les nœuds de la lèvre supérieure, la formule est néanmoins valable.

2.3 Solutions du problème

2.3.1 Chargement de traction

Le facteur d'intensité de contrainte en mode I est donné [bib3] par :

$$K_I=\sigma_{zz}\sqrt{\pi a}\,f\left(\frac{a}{LY}\right) \qquad \text{éq 2.3.1-1}$$

où

$$f\left(\frac{a}{b}\right)=\left(\frac{2b}{\pi a}\tan\frac{\pi a}{2b}\right)^{1/2}\frac{0.752+0.37\left(1-\sin\frac{\pi a}{2b}\right)^3+2.02\frac{a}{b}}{\cos\frac{\pi a}{2b}} \qquad \text{éq 2.3.1-2}$$

La précision de cette formule atteint 0.5% quel que soit le rapport $\frac{a}{b}$.

2.3.2 Chargement avec le champ asymptotique en mode I

En présence d'un tel chargement, la valeur théorique est

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$K_I = 1 \qquad \text{éq 2.3 .2-1}$$

2.4 Grandeurs testées et résultats

L'option K de l'opérateur CALC_G [U4.82.04] permet le calcul des facteurs d'intensité de contraintes par la méthode énergétique « G-theta ». Cette fonctionnalité est testée avec le chargement n°1. Ce cas de chargement sert de base de comparaison pour la méthode X-FEM. Le chargement n°2 teste le cas où une des charges est une fonction ou une formule (provenant de AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01]).

Le chargement n°1 caractérise un chargement de traction, qui sera soit constant sur les faces supérieure et inférieure de la structure, soit constant ou variable au niveau des lèvres de la fissure.
On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, pour différentes couronnes de champs theta.
Les valeurs des rayons inf et sup du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 2.5-a

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

2.4.1 Chargement de traction

2.4.1.1 Pression constante sur les faces supérieure et inférieure

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%

2.4.1.2 Pression constante sur les lèvres

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.5%

2.4.1.3 Pression variable sur les lèvres

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
Couronne 1, point initial : K_I	'NON_REGRESSION'	5.99 10^6	0.2%
Couronne 1, point final : K_I	'NON_REGRESSION'	4.52 10^6	0.2%
Couronne 2, point initial : K_I	'NON_REGRESSION'	5.99 10^6	0.2%
Couronne 2, point final : K_I	'NON_REGRESSION'	4.52 10^6	0.2%
Couronne 3, point initial : K_I	'NON_REGRESSION'	5.99 10^6	0.2%
Couronne 3, point final : K_I	'NON_REGRESSION'	4.52 10^6	0.2%
Couronne 4, point initial : K_I	'NON_REGRESSION'	5.99 10^6	0.2%
Couronne 4, point final : K_I	'NON_REGRESSION'	4.52 10^6	0.2%
Couronne 5, point initial : K_I	'NON_REGRESSION'	5.99 10^6	0.2%
Couronne 5, point final : K_I	'NON_REGRESSION'	4.52 10^6	0.2%
Couronne 6, point initial : K_I	'NON_REGRESSION'	5.99 10^6	0.2%
Couronne 6, point final : K_I	'NON_REGRESSION'	4.52 10^6	0.2%

2.4.2 Chargement avec le champ asymptotique en mode I

Identification	Type de référence	Valeur de référence	% Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	0.2%

2.5 Commentaires

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le 1er chargement de cette modélisation sert de base de comparaison pour la méthode X-FEM . Le 2ème cas de chargement permet teste le cas où une des charges est une fonction ou une formule (provenant de AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01])

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B : fissure X-FEM coïncidente en traction

Dans cette modélisation, la fissure n'est plus maillée, mais elle est représentée par des level sets :

$$LSN = z - 15 \quad \textbf{éq } 3\text{-}1$$
$$LST = LY - a - y \quad \textbf{éq } 3\text{-}2$$

3.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier composé de $5 \times 30 \times 50$ HEXA8, respectivement suivant les axes X, Y, Z de façon à avoir le même nombre d'éléments que pour le maillage de la modélisation A (voir [Figure 4.1-a]). Ainsi, le plan de fissure est en correspondance avec des faces d'HEXA8 et le fond de fissure avec des arêtes d'HEXA8. On dit qu'elle est coïncidente avec le maillage.

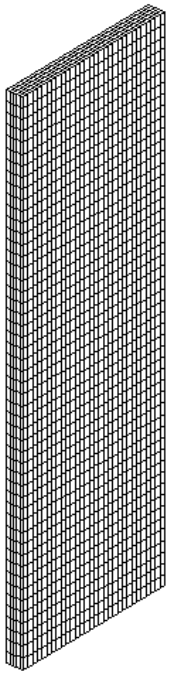


Figure 3.1-a : Maillage sain

3.2 Conditions aux limites et chargements

Un seul type de chargement est étudié ici : il s'agit d'une pression répartie imposée sur les faces inférieure et supérieure de la structure (identique au 1er cas de chargement de la modélisation A).
Les modes rigides sont bloqués de la manière suivante :

- Le point A est bloqué suivant les 3 directions : $DX^{N3751}=0$, $DY^{N3751}=0$, $DZ^{N3751}=0$
- Le point B est bloqué suivant l'axe Oz : $DZ^{N9276}=0$
- Le point C est bloqué suivant les axes Ox et Oz : $DX^{N3760}=0$, $DZ^{N3760}=0$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons $\inf$ et $\sup$ du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
$R_{\inf}$	2	0.666	1	1	1	2.1
$R_{\sup}$	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 3.4-b

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.0 %

On teste également les valeurs min et max du paramètre G_IRWIN

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 1 : MIN(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 2 : MAX(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 2 : MIN(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 3 : MAX(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 3 : MIN(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 4 : MAX(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 4 : MIN(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 5 : MAX(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 5 : MIN(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 6 : MAX(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %
Couronne 6 : MIN(G_IRWIN)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	2.5 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste aussi la valeur de K_I produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure:

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1, point initial : K_I	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	5.0 %

De plus, afin de tester les commandes de post-traitement POST_MAIL_XFEM et POST_CHAM_XFEM on effectue un test pour vérifier l'exactitude des fichiers résultats contenant le maillage fissuré (issu de la commande POST_MAIL_XFEM) et le champ de déplacement solution (issu de la commande POST_CHAM_XFEM).

On fait un test de non régression sur les déplacements, qui porte sur la somme des valeurs absolues des déplacements suivant X, Y et Z. Les tests de non régression sont faits par rapport à la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Somme des valeurs absolues sur DX	'NON_REGRESSION'	5.91783 10^{-4}	10^{-3} %
Somme des valeurs absolues sur DY	'NON_REGRESSION'	1.694474	10^{-3} %
Somme des valeurs absolues sur DZ	'NON_REGRESSION'	1.253088	10^{-3} %

On fait un test de non régression sur les coordonnées des nœuds du maillage X-FEM, qui porte sur la somme des valeurs absolues des ordonnées suivant X, Y et Z. Les tests de non régression sont faits par rapport à la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Somme des valeurs absolues sur COOR_X	'NON_REGRESSION'	4.743 10^3	1,00E-008
Somme des valeurs absolues sur COOR_Y	'NON_REGRESSION'	4.743 10^4	1,00E-008
Somme des valeurs absolues sur COOR_Z	'NON_REGRESSION'	1.4229 10^5	1,00E-008

3.4 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie.
À même nombre d'éléments, la précision des résultats obtenus avec X-FEM est bien meilleure que celle obtenue dans le cas classique (moins de 1% pour X-FEM contre 6% pour une méthode classique).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation C : fissure X-FEM non-coïncidente en traction

Modélisation identique à la modélisation B, mais le fond de fissure se situe au milieu des éléments. La fissure n'est donc pas coïncidente avec le maillage.

4.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier composé de $5\times31\times51$ HEXA8, respectivement suivant les axes x, y, z. De cette manière, le fond de fissure se trouve au centre d'éléments et le plan de fissure ne correspond plus à des faces d'éléments. La figure 6.1-a représente en coupe Oyz l'enrichissement dans une zone à proximité de fond de fissure.

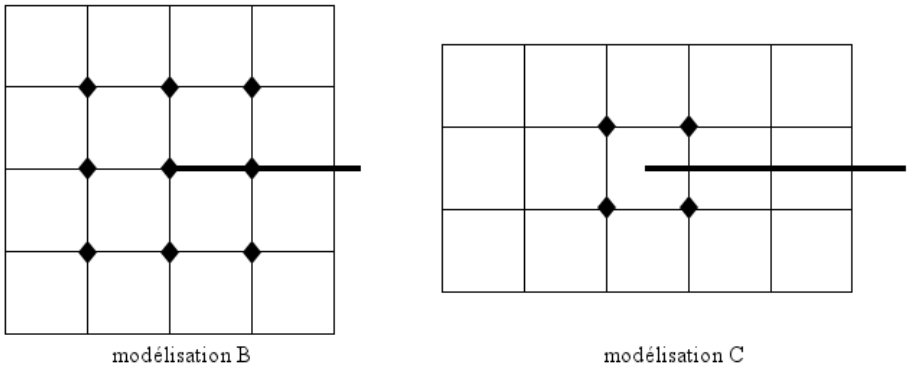


Figure 4.1-a : Différents enrichissements en fond de fissure

4.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement est identique à celui de la modélisation A :
- soit on a une pression répartie imposée sur les faces inférieure et supérieure de la structure,
- soit on a une pression constante imposée aux lèvres de la fissure,
- soit on a une pression variable suivant X imposée aux lèvres de la fissure.

Afin de reproduire les cas précédents, il est nécessaire de bloquer les mêmes points A, B et C. Cependant, ici, il n'y a pas de nœuds dans le plan médian. Pour bloquer les modes rigides, il faut alors imposer des relations entre les degrés de liberté des nœuds juste au-dessus et au-dessous du plan médian [Figure 6.2-a] :

- le point A est bloqué suivant les 3 directions :
$$\begin{aligned} DX^{N4031}+DX^{N3876} &= 0 \\ DY^{N4031}+DY^{N3876} &= 0 \\ DZ^{N4031}+DZ^{N3876} &= 0 \end{aligned}$$
- le point B est bloqué suivant l'axe Oz :
$$DZ^{N3886}+DZ^{N4041} = 0$$
- le point C est bloqué suivant les axes Ox et Oz :
$$\begin{aligned} DX^{N9768}+DX^{N9767} &= 0 \\ DZ^{N9768}+DZ^{N9767} &= 0 \end{aligned}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

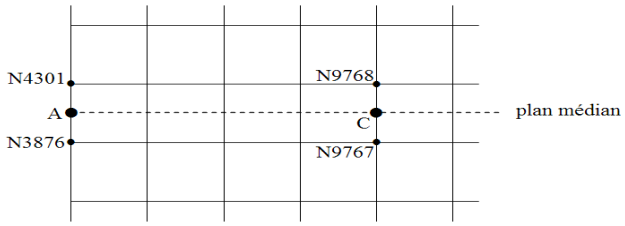


Figure 4.2-a : Conditions de Dirichlet autour du plan médian

La [Figure 6.2-a] est une vue schématique du plan Oyz , sur laquelle le nombre d'éléments finis n'est pas respecté. Elle sert simplement à comprendre les relations linéaires imposées afin de bloquer les déplacements des points A et C . Pour le point B , on agit de la même manière.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inférieur et supérieur du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 4.4-c

On teste aussi 2 lissages différents pour K_I : un lissage de type 'LAGRANGE' et un lissage de type 'LAGRANGE_NO_NO' (pour ce lissage, seule la couronne 1 est testée).

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

4.3.1 Lissage 'LAGRANGE'

4.3.1.1 Pression constante sur les faces supérieure et inférieure

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

4.3.1.2 Pression constante sur les lèvres

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

On teste aussi le calcul de G par la commande CALC_G, option CALC_G_XFEM uniquement pour la première couronne.

Identification	Type de référence	Valeur de Référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	612,19	8,00%
Couronne 1 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	612,19	8,00%

4.3.2 Lissage 'LAGRANGE_NO_NO'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

On teste aussi la valeur de K_I produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure à partir du résultat produit avec le chargement de type pression constante sur les faces supérieure et inférieure de la structure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1, point initial : K_I	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.0 %

De plus, afin de tester les commandes de post-traitement POST_MAIL_XFEM et POST_CHAM_XFEM on effectue un test pour vérifier l'exactitude des fichiers résultats contenant le maillage fissuré (issu de la commande POST_MAIL_XFEM) et le champ de déplacement solution (issu de la commande POST_CHAM_XFEM). Pour le maillage, on choisit un test de non régression sur la somme des valeurs absolues des coordonnées des nœuds. Pour le déplacement, le test de non régression porte sur la

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

somme des valeurs absolues des déplacements suivant X, Y et Z. Les tests de non régression sont faits par rapport à la version 8.2.14 pour le maillage et 8.2.8 pour le déplacement.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Somme des valeurs absolues sur COOR_X	'NON_REGRESSION'	4.8900 10^3	0.0%
Somme des valeurs absolues sur COOR_Y	'NON_REGRESSION'	4.8406 10^4	0.0%
Somme des valeurs absolues sur COOR_Z	'NON_REGRESSION'	1.4670 10^5	0.0%

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Somme des valeurs absolues sur DX	'NON_REGRESSION'	1.25083 10^{-3}	10^{-4} %
Somme des valeurs absolues sur DY	'NON_REGRESSION'	1.79347	10^{-4}%
Somme des valeurs absolues sur DZ	'NON_REGRESSION'	1.53478	10^{-4} %

4.4 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie.

La précision des résultats obtenus est moins bonne que pour la modélisation B. Cela peut s'expliquer par le fait que la zone d'enrichissement est ici moins étendue.

Cependant, les résultats restent meilleurs que dans le cas classique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation D : fissure X-FEM semi-coïncidente en traction

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation B, sauf que la longueur de la fissure est : $a=4.8333$, de manière à ce que le fond de fissure ne coïncide pas avec des arêtes des éléments. Par contre, la surface de la fissure coïncide avec les faces des éléments (fissure semi-coïncidente).

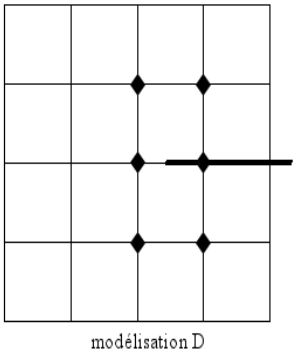


Figure 5-a : Enrichissement dans une zone proche du fond de fissure

5.1 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inf et sup du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 5.1-d

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimum et maximum de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	3.0 %

On teste aussi la valeur de K_I produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure à partir du résultat produit avec le chargement de type pression constante sur les faces supérieure et inférieure de la structure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1, point initial : K_I	'ANALYTIQUE'	1.044774 10^7	10.0 %

De plus, afin de tester les commandes de post-traitement POST_MAIL_XFEM et POST_CHAM_XFEM on effectue un test pour vérifier l'exactitude des fichiers résultats contenant le maillage fissuré (issu de la commande POST_MAIL_XFEM) et le champ de déplacement solution (issu de la commande POST_CHAM_XFEM). On fait un test de non régression sur les déplacements, qui porte sur la somme des valeurs absolues des déplacements suivant x, y et z. Les tests de non régression sont faits par rapport à la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Somme des valeurs absolues sur DX	'NON_REGRESSION'	4.1238 10^{-3}	10^{-4} %
Somme des valeurs absolues sur DY	'NON_REGRESSION'	1.480480	10^{-4} %
Somme des valeurs absolues sur DZ	'NON_REGRESSION'	1.120438	10^{-4} %

On fait un test de non régression sur les coordonnées des nœuds du maillage XFEM, qui porte sur la somme des valeurs absolues des ordonnées suivant X, Y et Z. Les tests de non régression sont faits par rapport à la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Somme des valeurs absolues sur COOR_X	'NON_REGRESSION'	4.743 10^3	0.0%
Somme des valeurs absolues sur COOR_Y	'NON_REGRESSION'	4.743 10^4	0.0%
Somme des valeurs absolues sur COOR_Z	'NON_REGRESSION'	1.4229 10^5	0.0%

5.2 Commentaires

Ces résultats confirment que la taille de la zone d'enrichissement influe sur la précision des résultats. Ici, la zone d'enrichissement est intermédiaire entre le cas B et le cas C, et la précision de même.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation E : fissure X-FEM en traction – conditions de Dirichlet en mode I

Modélisation identique à la modélisation C, mais le chargement de traction est le chargement n°2 de la modélisation A

Dans cette modélisation, le module d'Young est égal à $100\,MPa$.

6.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier, composé de $3\times11\times31$ HEXA8, respectivement suivant les axes X, Y, Z (voir [Figure 10.1-a]). Une telle discrétisation conduit à une configuration d'enrichissement similaire à celle de la modélisation C.

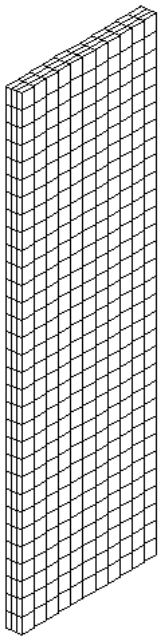


Figure 6.1-6.1-a : Maillage

6.2 Conditions aux limites et chargements

On souhaite appliquer le même chargement que le chargement n°2 de la modélisation A, c'est-à-dire imposer sur tous les nœuds du maillage le champ de déplacement asymptotique en mode I pur.

Pour tous les nœuds classiques (non enrichis), on impose alors les champs précédemment définis.
Pour les nœuds enrichis en fond de fissure, on cherche à imposer chaque degré de liberté enrichi.
Pour ce faire, on réécrit les expressions analytiques des champs de déplacements à imposer aux nœuds dans la base des fonctions d'enrichissement :

$$u_x = 0 \qquad \textbf{éq 6.2-1}$$

$$u_y = -\frac{1+\nu}{E}\sqrt{\frac{1}{2\pi}}\left(\sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2}(2-4\nu)+\sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\theta\right) \qquad \textbf{éq 6.2-2}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$u_z=\frac{1+\nu}{E}\sqrt{\frac{1}{2\pi}}\left(\sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2}(4-4\nu)-\sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2}\sin\theta\right) \qquad \textbf{éq 6.2-3}$$

On rappelle que la base des fonctions d'enrichissement est la suivante :

$$\sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2},\sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2},\sqrt{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\theta,\sqrt{r}\cos\frac{\theta}{2}\sin\theta \qquad \textbf{éq 6.2-4}$$

Pour les nœuds enrichis par la fonction Heaviside, il faut aussi procéder à un calcul au préalable. Considérons un couple de nœuds A et B, et notons C^+ et C^- les points situés sur les lèvres supérieure et inférieure de la fissure, celle-ci coupant un élément de façon symétrique. On se trouve dans la configuration suivante :

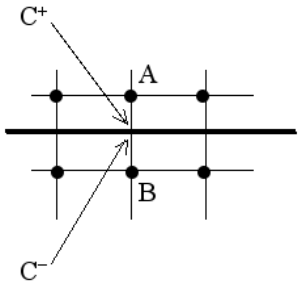


Figure 6.2-a : Enrichissement Heaviside

Les nœuds représentés par des ronds [Figure 10.2 - a] portent des degrés de liberté classiques a et des degrés de liberté Heaviside h.
D'après l'approximation X-FEM, la fissure passant au milieu des éléments, les déplacements s'écrivent :

$$\begin{cases} u(A)=a^A+h^A \\ u(B)=a^B-h^B \\ u(C^+)=\dfrac{a^A+h^A}{2}+\dfrac{a^B+h^B}{2} \\ u(C^-)=\dfrac{a^A-h^A}{2}+\dfrac{a^B-h^B}{2} \end{cases} \qquad \textbf{éq 6.2-5}$$

En inversant ce système linéaire, on obtient les expressions des inconnues nodales en fonction des déplacements connus analytiquement :

$$\begin{cases} a^A=\dfrac{u(A)-u(B)}{2}+u(C^-) \\ h^A=\dfrac{u(A)+u(B)}{2}-u(C^-) \\ a^B=\dfrac{u(B)-u(A)}{2}+u(C^+) \\ h^B=\dfrac{-u(B)-u(A)}{2}+u(C^+) \end{cases} \qquad \textbf{éq 6.2-6}$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inf et sup du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 6.4-e

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimum et maximum de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.0	3.0%

6.4 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie.
Ils permettent de valider l'option CALC_K_G avec des chargement fonctions pour les éléments 3D X-FEM .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation F : fissure X-FEM en traction – enrichissement géométrique

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation C. La seule différence est que la zone d'enrichissement en fond de fissure a maintenant une taille fixée par l'utilisateur, elle n'est donc plus limitée à une seule couche d'éléments en fond de fissure.

7.1 Enrichissement en fond de fissure

Les nœuds se trouvant à une distance du fond de fissure égale ou inférieure à un certain critère sont enrichis par les fonctions singulières. Ce critère est choisi comme dans [bib4], égal à un dixième de taille de la structure. Ici, il vaut $1\,m$ puisque LY vaut $10\,m$.

7.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inf et $\sup$ du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
$Rinf$	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 7.3-f

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimum et maximum de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	1.8%

On teste aussi la valeur de K_I produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 1, point initial : K_I	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0 %

7.3 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie.
La précision des résultats obtenus est meilleure que pour la modélisation C. Cela prouve l'influence bénéfique de l'augmentation la taille de la zone d'enrichissement, à maillage identique.
Cependant, si l'on compare avec la précision de la modélisation B (inférieure à 1%) on pourrait s'étonner de ne pas trouver de meilleurs résultats avec la zone fixe. L'explication se trouve dans [bib4]. En effet, sur la modélisation B, l'approximation du déplacement est exactement en $\sqrt{r}$ sur une couche d'élément autour du fond. Par contre, dans la modélisation F, l'approximation est $\Sigma_{éléments enrichis}\sqrt{r}$ sur la zone d'enrichissement. Dans ce cas (maillage relativement grossier), l'approximation par une somme de racines carrées sur une zone étendue est moins bonne que l'approximation par une seule racine carrée sur une zone plus restreinte.

Toutefois, lorsque l'on raffine suffisamment le maillage, la précision obtenue avec un enrichissement sur une zone fixe devient meilleure que celle obtenue avec un enrichissement sur une seule couche éléments.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation G : fissure X-FEM compression

Cette modélisation est du même type que la modélisation C. La seule différence se situe au niveau du signe de la pression appliquée sur la face supérieure. Afin de solliciter la structure en compression, la pression est $p=10^6\,Pa$.

8.1 Grandeurs testées et résultats

8.1.1 Pressions de contact

Pour éviter une itération de la boucle de contact sur les contraintes actives, l'activation du contact est assurée dès la 1ère itération grâce au mot-clé CONTACT_INIT='OUI'. Les termes élémentaires de contact sont intégrés par un schéma numérique de Gauss à 12 points par facette de contact.
Afin de valider la prise en compte du contact sur les lèvres de la fissure, et notamment sur la zone des lèvres de la fissure proche du fond de fissure, les valeurs des pressions de contact sur la surface de la fissure sont extraites.

On s'intéresse à l'évolution de la pression de contact selon l'axe Oy , sur deux lignes (la ligne en $x=0$ et la ligne en $x=1$) de la surface de la fissure [Figure 8.2-8.1.1-a]. Il faudrait normalement tester la valeur de la pression de contact en chaque nœud de ces 2 lignes, mais pour réduire le nombre de tests, on peut simplement tester le minimum et le maximum des pressions sur chaque ligne, ce qui conduit à réaliser 4 tests.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Ligne en $x=0$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=0$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%

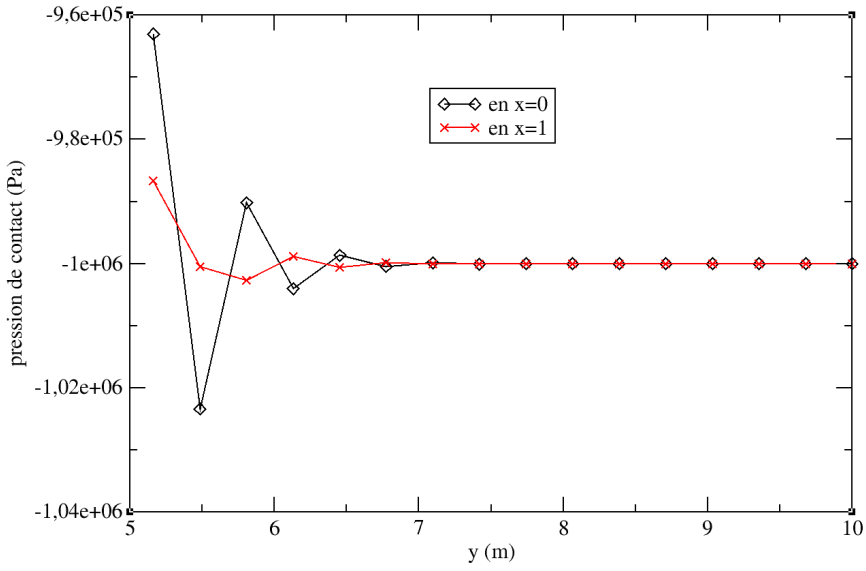


Figure 8.2-8.1.1-a : Évolution de la pression de contact le long de la fissure

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.1.2 Taux de restitution d'énergie local

En compression, la fissure ne s'ouvre pas, et le taux de restitution d'énergie ainsi que les facteurs d'intensité de contraintes sont normalement nuls.

Pour s'en assurer, on teste les valeurs de G local le long du fond de fissure, issues de l'option CALC_G de CALC_G_XFEM, pour différentes couronnes de champs thêta (les valeurs des rayons des tores sont ceux utilisés pour la modélisation C) en prenant en compte un lissage de type 'LAGRANGE' .

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de G sur tous les nœuds du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 1 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 2 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 2 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 3 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 3 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 4 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 4 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 5 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 5 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 6 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}
Couronne 6 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	0.0	5.0 10^{-4}

On teste aussi la valeur de K_I produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1, point initial : K_I	'NON_DEFINI'	0.0	10^{-6}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8.2 Commentaires

Les pressions de contact proches du fond de fissure présentent de légères perturbations, qui s'amenuisent à mesure que l'on s'éloigne du fond de fissure. Cela est dû à l'enrichissement du déplacement avec des fonctions singulières. En effet, les éléments contenant le fond de fissure sont enrichis par des fonctions singulières, or ces fonctions non-polynomiales ne sont pas intégrables exactement par un schéma de Gauss classique. Une légère imprécision sur le déplacement, et donc sur le saut de déplacement au travers de la fissure provoque une légère perturbation sur les pressions de contact proches du fond de fissure. Loin du fond, cet enrichissement n'est pas présent, et les déplacements ainsi que les pressions de contact sont parfaitement concordants avec la solution analytique.

Les valeurs du taux de restitution d'énergie local sont quasi-nulles, et ce pour n'importe quelle couronne de champ de thêta. Cependant, on note que les valeurs de K_I sont non nulles et 10 fois moins grandes que celles obtenues pour la modélisation C en ouverture. Pourtant, théoriquement, la forme bilinéaire $g(u,v)$ donne 0 si u est un champ de déplacement sans singularité (comme ici le champ de déplacement en compression) et v le champ asymptotique en mode I.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation H : fissure X-FEM inclinée en traction

Dans cette modélisation, la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level sets. La fissure passe par les points à $y=0$ et $z=15$, sa longueur est $2,5$, elle est inclinée d'un angle de $45°$:

$$LSN=(z-L).\cos\alpha-y.sin\alpha$$

$$LST=(z-L-a.sin\alpha).\sin\alpha+(y-a.cos\alpha).\cos\alpha$$

avec $\begin{cases} L=15 \\ a=2.5 \\ \alpha=45° \end{cases}$

Dans cette modélisation, le module d'Young est égal à $205000\,MPa$.

9.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier de $5\times31\times51$ HEXA8, respectivement suivant les axes X, Y, Z [Figure 9.1-a]. Le fond de fissure se trouve au milieu d'éléments, comme dans la modélisation C, mais avec une fissure inclinée.

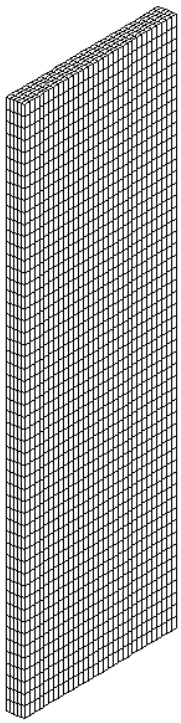


Figure 9.1-a : Maillage 5*31*51 HEXA8

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que le chargement n°1 de la modélisation A, c'est-à-dire une sollicitation uniforme en traction par une pression imposée $\sigma = -10^6 Pa$ sur les faces inférieures et supérieures. La fissure étant inclinée, on introduira un chargement en mode mixte K_I et K_{II}

Pour une fissure penchée d'un angle α par rapport au plan normal à la direction de sollicitation en traction pure, les coefficients de concentration de contraintes en fond de fissure sont :

$K_{1(\alpha)} = K_{1(0)} . \cos(\alpha)$

$K_{2(\alpha)} = K_{1(0)} . \sin(\alpha)$

où $K_{1(0)}$ est le coefficient résultant d'une sollicitation en K_I pur ($\alpha = 0$).

Ainsi, quelle que soit l'intensité du chargement (dans les limites d'application des théories de la mécanique élastique linéaire de la rupture LEFM), la direction de propagation de fissure dépendant uniquement du rapport K_I / K_{II} est [bib5] :

$$\beta = 2 \arctan\left[\frac{1}{4} . \left(\frac{K_I}{K_{II}} - sign(K_{II}) . \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8}\right)\right] \quad \text{avec} \quad \frac{K_I}{K_{II}} = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

Donc, si $\alpha = 45°$: $\beta = -53.13° = -0.927295 rad$

9.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de β le long du fond de fissure pour différentes couronnes de champs thêta.
D'après la géométrie, le rayon supérieur d'intégration doit rester inférieur à $a * \cos\alpha$. Les rayons inférieurs et supérieurs du tore sont donc paramétrés en fonction des valeurs de a et α. Les valeurs des rapports $rayon / (a * \cos\alpha)$ ramenés entre 0 et 1 sont :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
$R_{\inf} / (a * \cos\alpha)$	0,1	0,2	0,4	0,1	0,3	0,4
$R_{\sup} / (a * \cos\alpha)$	1	1	1	0,7	0,7	0,8

Tableau 9.4-g : Couronnes du champ thêta

Ce qui nous donne avec $a = 2,5$ et $\alpha = 45°$:

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
R_{inf}	0,1768	0,3536	0,7071	0,1768	0,5303	0,7071
$R_{\sup}$	1,7678	1,7678	1,7678	1,2374	1,2374	1,4142

Tableau 9.4-h : Couronnes du champ thêta

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimales et maximales de β sur tous les points du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 1 : MIN(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 2 : MAX(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 2 : MIN(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 3 : MAX(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 3 : MIN(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 4 : MAX(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 4 : MIN(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 5 : MAX(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 5 : MIN(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 6 : MAX(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%
Couronne 6 : MIN(β)	'ANALYTIQUE'	-0,9273	6.1%

9.4 Commentaires

Les résultats sont stables quelle que soit la couronne, mais il sont cependant plus haut que les résultats attendus. Cela provient du fait que les rapports K_I / K_{II} ne sont pas rigoureusement égaux à 1.

L'objectif du test étant essentiellement de valider le calcul de l'angle β de propagation dans CALC_G_XFEM par rapport aux valeurs de K_I et K_{II} obtenues, le test est concluant..

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation I : Fissure X-FEM - Forces surfaciques sur des bords (mode I)

Cette modélisation est identique à la modélisation E, mais le chargement de Dirichlet est remplacé ici par un chargement de Neumann. Seul le mode I est sollicité.

10.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage est identique à celui de la modélisation E.

10.2 Conditions aux limites et chargements

On souhaite appliquer le même chargement que celui de la modélisation E, c'est-à-dire un chargement en mode I pur. Au lieu d'imposer la valeur du déplacement, on impose des efforts surfaciques sur les faces de la structure, correspondants aux expressions analytiques des contraintes en mode I.

On rappelle que le mode I pur (c'est-à-dire $K_I=1$, $K_{II}=0$ et $K_{III}=0$), l'état de contrainte est le suivant :

$$\sigma_{11}=\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$
$$\sigma_{12}=\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$
$$\sigma_{22}=\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

Dans notre cas, le repère défini est tel que :

$$e_1=-e_y$$
$$e_2=e_z$$
$$e_3=-e_x$$

Les forces surfaciques à appliquer sont alors les suivantes :

- sur la face latérale gauche (de normale sortante $-e_y$) : $\begin{cases} FY=-\sigma_{yy}=-\sigma_{11} \\ FZ=-\sigma_{yz}=\sigma_{12} \end{cases}$
- sur la face latérale droite (de normale sortante e_y) : $\begin{cases} FY=\sigma_{yy}=\sigma_{11} \\ FZ=\sigma_{yz}=-\sigma_{12} \end{cases}$
- sur la face supérieure (de normale sortante e_z) : $\begin{cases} FY=\sigma_{yz}=-\sigma_{12} \\ FZ=\sigma_{zz}=\sigma_{22} \end{cases}$
- sur la face inférieure (de normale sortante $-e_z$) : $\begin{cases} FY=-\sigma_{yz}=\sigma_{12} \\ FZ=-\sigma_{zz}=-\sigma_{22} \end{cases}$

Les modes rigides sont bloqués grâce aux points A, B et C [Figure 1.1-a] :

- le point A est bloqué suivant les 3 directions,
- le point B est bloqué suivant l'axe Oz,
- le point C est bloqué suivant les axes Ox et Oz.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

En fait, comme le nombre d'éléments suivant l'axe Oz est impair, les points A, B et C ne coïncident pas avec des nœuds du maillage. On utilise donc des nœuds situés juste au-dessus et au-dessous de ces points pour imposer des relations linéaires équivalentes :

Soient $A1$ (respectivement $B1$ et $C1$) le nœud juste au-dessous du point A (B et C).
Soient $A2$ (respectivement $B2$ et $C2$) le nœud juste au-dessus du point A (B et C).

On écrit les 6 relations linéaires suivantes pour bloquer les modes rigides :

$$DX^{A1}+DX^{A2}=0$$
$$DY^{A1}+DY^{A2}=0$$
$$DZ^{A1}+DZ^{A2}=0$$

$$DZ^{B1}+DZ^{B2}=0$$

$$DX^{C1}+DX^{C2}=0$$
$$DZ^{C1}+DZ^{C2}=0$$

10.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inférieure et supérieure du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3
$Rinf$	0.666	1	1
Rsup	1.666	2	3

Tableau 10.4-e

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1	6.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1	6.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1	6.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1	6.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1	6.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1	6.0%

10.4 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie.
Ils permettent de valider l'option CALC_K_G pour des chargement fonctions pour les éléments 3D X-FEM .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation J: Fissure X-FEM - Propagation dans le plan avec la méthode simplexe

La fissure est celle de la modélisation B.

Le module d'Young est égal à $205000\,MPa$.

11.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier de $2\times20\times51$ HEXA8, respectivement suivant les axes x, y, z [Figure 11.1-a]. Le fond de fissure se trouve à l'intérieur d'un élément comme dans la modélisation C [Figure 4.1-a].

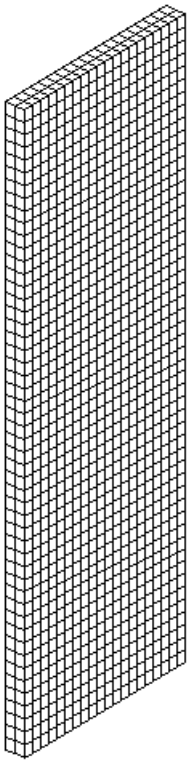


Figure 11.1-a : Maillage 2*20*51 HEXA8

11.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que le chargement n°1 de la modélisation A, c'est-à-dire une sollicitation uniforme en traction par une pression imposée $\sigma=-10^6\,Pa$ sur les faces inférieures et supérieures. La fissure est sollicitée en mode K_I pur.

L'avance de la fissure imposée à chaque appel à PROPA_FISS est la suivante: $\Delta a=0.5$

Les longueurs de fissure à chaque appel à PROPA_FISS sont donc :

État initial : $a_0=4.9$
Itération 1 : $a_1=5.4$
Itération 2 : $a_2=5.9$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les facteurs d'intensité de contraintes sont donnés par: $K_I = -P \cdot \sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{b}\right)$

avec:

$$f\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{2b}{\pi a}\tan\frac{\pi a}{2b}\right)^{0.5} \cdot \frac{0.752 + 0.37 \cdot \left(1 - \sin\frac{\pi a}{2b}\right)^3 + 2.02\frac{a}{b}}{\cos\frac{\pi a}{2b}}$$

$b = 10$
$P = 10^6$

D'où :

$K_{I0} = 1.07418.10^7$
$K_{I1} = 1.33139.10^7$
$K_{I2} = 1.67342.10^7$

11.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, pour la couronne $[1.;4.]$.
Pour tester tous les points du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimales et maximales de K_I sur tous les points du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
État initial : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.07417689 10^7	5.0%
État initial : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.07417689 10^7	5.0%
Itération 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.33138926 10^7	5.0%
Itération 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.33138926 10^7	5.0%

11.4 Commentaires

Les valeurs obtenues sont relativement proche des valeurs attendues. Cependant, on constate que la valeur de K_I calculée par Aster est inférieure à la solution analytique de référence. Cela provient probablement de valeurs de K_{II} quasi-nulles au lieu d'être strictement égales à 0. De plus, on observe qu'en propageant sur très peu de pas de temps (ici 3) ces valeurs de K_{II} indésirables sont d'autant plus présentes (rapport $K_I / K_{II} = 6000$ à l'état initial, 2600 après la 1ère itération. Cela n'implique pas forcément que la fissure se propage « mal », car une déviation de la fissure de son plan initial peut être rattrapé par un K_{II} qui redresse sa trajectoire.
La première approche de la propagation de fissure XFEM dans Aster permet néanmoins de valider le processus complet de propagation de level sets.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation K : Fissure X-FEM – multi-fissuration en traction

12.1 Géométrie

Dans cette modélisation deux fissures sont présentes dans la structure [Figure 12.1-a] afin de tester les fonctionnalités de la multi-fissurations dans le cas d'une structure présentant des fissures débouchantes multiples.

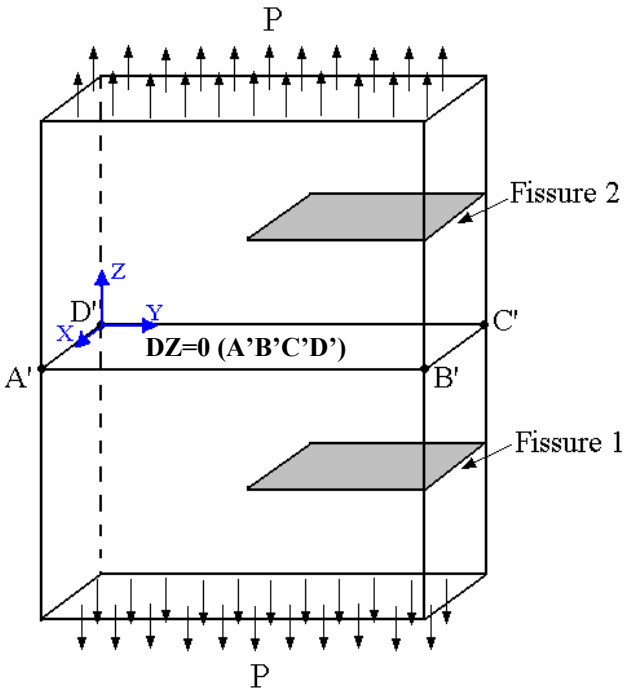


Figure 12.1-a : Schéma de la modélisation K

La géométrie de la structure initiale (modélisation A) a été modifiée en doublant la hauteur de la plaque $3D$. Le plan $z=0$ est donc devenu plan de symétrie. On a donc une plaque $3D$ pour laquelle deux fissures identiques et symétriques par rapport au plan $z=0$ sont introduites par des fonctions de niveaux de la même manière que pour les modélisations présentées auparavant.

12.2 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier composé de $5\times31\times102$ HEXA8, respectivement suivant les axes x, y, z. On observe que par rapport à la modélisation C, le nombre d'éléments suivant la direction z a doublé, en accord avec la modification géométrique mentionnée ci-dessus. De cette manière, les fonds de fissures se trouvent, comme pour la modélisation C, au centre d'éléments et le plan de fissure ne correspond pas à des faces d'éléments [Figure 4.1-a].

12.3 Conditions aux limites et chargements

Comme pour la modélisation C, une pression répartie est imposée sur les faces inférieure et supérieure de la structure ce qui a comme effet l'ouverture des deux fissures en mode I, de façon symétrique. Pour ce faire des conditions aux limites sont imposées sur les nœuds appartenant au plan médian ($z=0$). Ainsi le déplacement suivant la direction z (degré de liberté DZ) est bloqué pour

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

tous ces nœuds. En plus, pour empêcher les mouvements du corps rigide, les deux autres déplacements ont été bloqués pour les nœuds correspondant aux points A' et B' de la Figure 12.1-a.

12.4 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, pour les deux fissures et pour différentes couronnes de champs thêta dont les valeurs des rayons inf et $\sup$ du tore sont les mêmes que celles considérés pour la modélisation C [Tableau 4.4-c]. On s'intéressera uniquement aux couronnes 2 et 3.

On utilise le lissage 'LAGRANGE' et pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Pour la fissure 1:

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%

Pour la fissure 2:

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	5.081166724 10^6	10.0%

12.5 Commentaires

On observe que les résultats pour les deux fissures sont identiques, ce que l'on attendait du fait de la symétrique géométrique et cinématique. En plus on trouve les mêmes valeurs numériques que celles trouvées pour la modélisation C (une seule fissure positionnée de la même manière par rapport au maillage).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Modélisation L : Fissure X-FEM - Forces surfaciques sur des bords (modes II et III)

Même modélisation que la modélisation I, mais en mode II et III.

Dans cette modélisation, le module d'Young est égal à $100\,MPa$.

13.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage utilisé est celui de la modélisation I.

13.2 Conditions aux limites et chargements

13.2.1 Mode II

On souhaite simuler l'ouverture de la fissure en mode II pur. Pour cela, on applique sur toutes les faces de la structure un chargement en forces surfaciques correspondantes aux expressions analytiques des contraintes en mode II.

On rappelle que le mode II pur (c'est-à-dire $K_I=0$, $K_{II}=1$ et $K_{III}=0$), l'état de contrainte est le suivant :

$$\sigma_{11}=\frac{-1}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\left(2+\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right)$$
$$\sigma_{12}=\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) \qquad \text{éq 13.2.1-1}$$
$$\sigma_{13}=\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

Dans notre cas, le repère défini est tel que :

$$e_1=-e_y$$
$$e_2=e_z \qquad \text{éq 13.2.1-2}$$
$$e_3=-e_x$$

Les forces surfaciques à appliquer sont alors les suivantes :

- sur la face latérale gauche (de normale sortante $-e_y$) : $\begin{cases} FY=-\sigma_{yy}=-\sigma_{11} \\ FZ=-\sigma_{yz}=\sigma_{12} \end{cases}$
- sur la face latérale droite (de normale sortante e_y) : $\begin{cases} FY=\sigma_{yy}=\sigma_{11} \\ FZ=\sigma_{yz}=-\sigma_{12} \end{cases}$
- sur la face supérieure (de normale sortante e_z) : $\begin{cases} FY=\sigma_{yz}=-\sigma_{12} \\ FZ=\sigma_{zz}=\sigma_{22} \end{cases}$
- sur la face inférieure (de normale sortante $-e_z$) : $\begin{cases} FY=-\sigma_{yz}=\sigma_{12} \\ FZ=-\sigma_{zz}=-\sigma_{22} \end{cases}$

Les modes rigides sont bloqués grâce aux points A, B et C [Figure 1.1-a] :

- le point A est bloqué suivant les 3 directions,

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- le point B est bloqué suivant l'axe Oz ,
- le point C est bloqué suivant les axes Ox et Oz .

En fait, comme le nombre d'éléments suivant l'axe Oz est impair, les points A , B et C ne coïncident pas avec des nœuds du maillage. On utilise donc des nœuds situés juste au-dessus et au-dessous de ces points pour imposer des relations linéaires équivalentes :

Soient $A1$ (respectivement $B1$ et $C1$) le nœud juste au-dessous du point A (B et C).
Soient $A2$ (respectivement $B2$ et $C2$) le nœud juste au-dessus du point A (B et C).

On écrit les 6 relations linéaires suivantes pour bloquer les modes rigides :

$$DX^{A1}+DX^{A2}=0$$
$$DY^{A1}+DY^{A2}=0$$
$$DZ^{A1}+DZ^{A2}=0$$

$$DZ^{B1}+DZ^{B2}=0$$

$$DX^{C1}+DX^{C2}=0$$
$$DZ^{C1}+DZ^{C2}=0$$

13.2.2 Mode III

On souhaite simuler l'ouverture de la fissure en mode III pur. Pour cela, on applique sur toutes les faces de la structure un chargement en forces surfaciques correspondantes aux expressions analytiques des contraintes en mode III .

On rappelle que le mode III pur (c'est-à-dire $K_I=0$, $K_{II}=0$ et $K_{III}=1$), l'état de contrainte est le suivant :

$$\sigma_{13}=\frac{-1}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}$$
$$\sigma_{23}=\frac{1}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}$$

éq 16 - 3

Dans notre cas, le repère défini est tel que :

$$e_1=-e_y$$
$$e_2=e_z$$
$$e_3=-e_x$$

éq 16 - 4

Les forces surfaciques à appliquer sont alors les suivantes :

- sur la face latérale gauche (de normale sortante $-e_y$) : $FX=-\sigma_{xy}=-\sigma_{13}$
- sur la face latérale droite (de normale sortante e_y) : $FX=\sigma_{xy}=\sigma_{13}$
- sur la face supérieure (de normale sortante e_z) : $FX=\sigma_{xz}=-\sigma_{23}$
- sur la face inférieure (de normale sortante $-e_z$) : $FX=-\sigma_{xz}=\sigma_{23}$
- sur la face frontale (de normale sortante e_x) : $\begin{cases} FY=\sigma_{xy}=\sigma_{13} \\ FZ=\sigma_{xz}=-\sigma_{23} \end{cases}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- sur la face arrière (de normale sortante $-e_x$) : $\begin{cases} FY = -\sigma_{xy} = -\sigma_{13} \\ FZ = -\sigma_{xz} = \sigma_{23} \end{cases}$

Les modes rigides sont bloqués grâce aux points A, B et C [Figure 1.1-a] :

- le point A est bloqué suivant les 3 directions,
- le point B est bloqué suivant l'axe Oz,
- le point C est bloqué suivant les axes Ox et Oz.

En fait, comme le nombre d'éléments suivant l'axe Oz est impair, les points A, B et C ne coïncident pas avec des nœuds du maillage. On utilise donc des nœuds situés juste au-dessus et au-dessous de ces points pour imposer des relations linéaires équivalentes :
Soient $A1$ (respectivement $B1$ et $C1$) le nœud juste au-dessous du point A (B et C).
Soient $A2$ (respectivement $B2$ et $C2$) le nœud juste au-dessus du point A (B et C).

On écrit les 6 relations linéaires suivantes pour bloquer les modes rigides :

$$DX^{A1} + DX^{A2} = 0$$
$$DY^{A1} + DY^{A2} = 0$$
$$DZ^{A1} + DZ^{A2} = 0$$

$$DZ^{B1} + DZ^{B2} = 0$$

$$DX^{C1} + DX^{C2} = 0$$
$$DZ^{C1} + DZ^{C2} = 0$$

13.3 Grandeurs testées et résultats

Le but de cette modélisation est de tester l'imposition de forces surfaciques des éléments de bord X-FEM contenant le fond de fissure. Celles-ci interviennent lors de l'imposition de FY et FZ sur les faces frontale et arrière de la structure.

On teste les valeurs de K_I, K_{II} et K_{III} le long du fond de fissure, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inf et $\sup$ du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 12.4-i

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimum et maximum de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13.3.1 Tests de K_I, K_{II} et K_{III} mode II

13.3.1.1 Valeurs de K_I

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02

13.3.1.2 Valeurs de K_{II}

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	1.5%

13.3.1.3 Valeurs de K_{III}

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13.3.2 Tests de K_I, K_{II} et K_{III} mode III

13.3.2.1 Valeurs de K_I

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02

13.3.2.2 Valeurs de K_{II}

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02

13.3.2.3 Valeurs de K_{III}

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	8.0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13.3.3 Tests sur les coordonnées des nœuds

On teste les min/max des coordonnées des nœuds de la lèvre supérieure appartenant à la face de droite.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
MAX(COOR_Y)	'ANALYTIQUE'	10,0	1e-7%
MIN(COOR_Y)	'ANALYTIQUE'	10,0	1e-7%
MAX(COOR_Z)	'ANALYTIQUE'	15,0	1e-7%
MIN(COOR_Z)	'ANALYTIQUE'	15,0	1e-7%

13.3.4 Remarque sur la visualisation du champ de déplacement

Remarque concernant la visualisation du champ de déplacement avec les opérateurs POST_MAIL_XFEM et POST_CHAM_XFEM. Lorsque l'on visualise le champ de déplacement total $\sqrt{u_x^2+u_y^2+u_z^2}$, il faut faire attention à ce qui pourrait être interprété comme un « bug » dans la visualisation [Figure 13.3.4-a gauche], mais qui est en fait tout à fait normale. On voit une discontinuité du déplacement entre un élément classique et les deux éléments X-FEM à coté. Ceci s'explique par le fait que, ici, seul u_x est non nul ; ce qui signifie que le déplacement total que l'on visualise vaut en fait $\sqrt{u_x^2+u_y^2+u_z^2}=|u_x|$. Cette fonction n'est pas linéaire : il y a donc une différence entre une approximation linéaire (sur l'élément classique) et une approximation linéaire par morceaux (sur les deux éléments X-FEM).

Ce « bug » disparaît lorsqu'on visualise une grandeur linéaire, par exemple u_x [Figure 13.3.4-a droite].

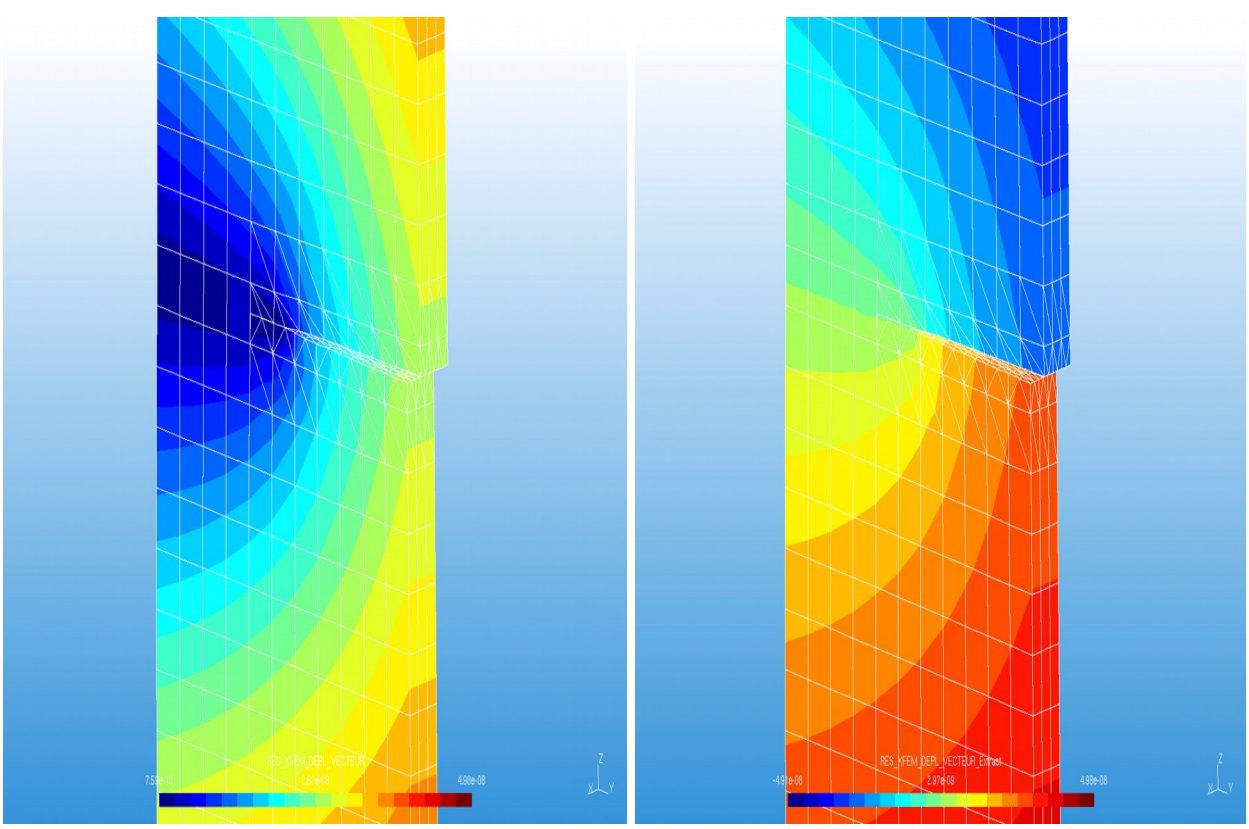


Figure 13.3.4-a : visualisation du déplacement (magnitude à gauche, composante DX à droite)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13.4 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

14 Modélisation M : Fissure X-FEM - Forces surfaciques sur des bords (modes II et III) – enrichissement géométrique

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation L. La seule différence est que la zone d'enrichissement en fond de fissure a maintenant une taille fixée par l'utilisateur, elle n'est donc plus limitée à une seule couche éléments en fond de fissure.

14.1 Enrichissement en fond de fissure

Les nœuds se trouvant à une distance du fond de fissure égale ou inférieure à un certain critère sont enrichis par les fonctions singulières. Ce critère est choisi égal au double du critère habituel [bib4]. Ici, il vaut $2\,m$.

14.2 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I , K_{II} et K_{III} , issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, le long du fond de fissure, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inf et $\sup$ du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 13.3-j

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

14.2.1 Valeurs de K_I

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02

14.2.2 Valeurs de K_{II}

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	0.0	0.02

14.2.3 Valeurs de K_{III}

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1,0	3.0%

14.3 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie.
Ces résultats mettent en évidence l'apport du mot-clé RAYON_ENRI. Sans ce mot-clé (modélisation L), les erreurs commises sur K_{III} sont se l'ordre de 10%. En renseignant ce mot-clé, cette erreur est ramenée à moins de 5%. Cependant, cela a un coût. Le nombre de degrés de liberté enrichis est augmenté, ce qui alourdit les calculs. Par exemple, le temps passé dans STAT_NON_LINE a doublé entre les modélisations L et M).

14.4 Remarque

Dans ce cas-test, le mot-clé FISS_XFEM de la commande DEFI_GROUP est utilisé dans tous les cas de figure afin de s'assurer de son bon fonctionnement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

15 Modélisation N : Fissure X-FEM en traction - éléments quadratiques

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation C. La seule différence est que les éléments finis utilisés sont des éléments quadratiques au lieu d'éléments linéaires.

15.1 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, le long du fond de fissure pour différentes couronnes de champs thêta
Les valeurs des rayons inf et $\sup$ du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 14.2-k

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

15.1.1 Valeurs de K_I pour le lissage de type 'LAGRANGE'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	1.0 %
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	2.0 %
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	1.0 %
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	2.0 %
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	1.0 %
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	2.0 %
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	1.0 %
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	2.0 %
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	1.0 %
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	2.0 %
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	1.0 %
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	2.0 %

15.1.2 Valeurs de K_I pour le lissage de type 'LAGRANGE_NO_NO'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	1.0 %
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	$1.1202664\ 10^{7}$	2.0 %

15.2 Valeurs testées issues de la commande POST_K1_K2_K3

On utilise la commande POST_K1_K2_K3 pour déterminer la valeur de K1. L'abscisse curviligne maximale est 1.5, et le nombre de nœuds coupés est 6.

On teste la valeur de K1 pour le premier point du fond.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

K1	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^{7}	3.5 %

15.3 Valeurs testées issues de la commande POST_MAIL_XFEM

On utilise la commande POST_MAIL_XFEM pour générer le maillage fissuré.
On teste la valeur de la somme des valeurs absolues des ordonnées suivant X, Y, Z. C'est un test de non-régression par rapport aux valeurs obtenues avec la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
SOMM_ABS(COOR_X)	'NON_REGRESSION'	4.992 10^{3}	1e-8 %
SOMM_ABS(COOR_Y)	'NON_REGRESSION'	4.992 10^{4}	1e-8 %
SOMM_ABS(COOR_Z)	'NON_REGRESSION'	1.4976 10^{5}	1e-8 %

15.4 Valeurs testées issues de la commande POST_CHAM_XFEM

On utilise la commande POST_CHAM_XFEM pour générer les champs de résultat adéquats au maillage fissuré précédemment créé.
On teste la valeur de la somme des valeurs absolues des déplacements des nœuds du maillage ainsi créé. C'est un test de non-régression par rapport aux valeurs obtenues avec la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
SOMM_ABS(DX)	'NON_REGRESSION'	8.312 10^{-3}	10^{-4} %
SOMM_ABS(DY)	'NON_REGRESSION'	6.588	10^{-4} %
SOMM_ABS(DZ)	'NON_REGRESSION'	4.616	10^{-4} %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

16 Modélisation O : Fissure maillée - Forces volumiques

Dans cette modélisation, la fissure est maillée, et on utilise la méthode standard des éléments finis pour réaliser le calcul. Cette modélisation servira de référence et permettra la comparaison avec la méthode X-FEM dans la modélisation P.

16.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de $5\times30\times50$ HEXA8, respectivement suivant les axes X, Y, Z (voir [Figure 2.1-a]). Les deux surfaces superposées sont les lèvres de la fissure.

16.2 Conditions aux limites et chargements

Deux types de chargements volumiques (conduisant au même résultat) sont étudiés ici :

- Un chargement volumique imposé sur toute la structure avec FORCE_INTERNE $FX=0$, $FY=0$, $FZ=-78000$
- Un chargement de pesanteur avec le mot clé PESANTEUR $=(10,0,0,-1)$, accélération 10 dans la direction $-z$ (on rappelle que la masse volumique de la structure est égale à 7800).

Pour chacun des deux chargements, la face supérieure de la structure est encastrée.

16.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I , K_{II} et K_{III} , issues de l'option K de CALC_G, le long du fond de fissure, pour différentes couronnes de champs thêta. Les valeurs des rayons inf et $\sup$ du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
$Rinf$	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 15.55-I

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure. On ne présente que les résultats du premier chargement (avec FORCE_INTERNE), ceux du second sont parfaitement identiques. Les tests présentées ici sont des tests de non régression.

Valeurs de K_I

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 5 : MAX(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'NON_REGRESSION'	1.23 10^7	0.3%

16.4 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie. Une valeur moyenne de $1.23\mathrm{D}+07$ est prise comme référence pour les calculs avec une fissure XFEM dans la modélisation suivante.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

17 Modélisation P : Fissure X-FEM - Forces volumiques

Même modélisation que la modélisation B, mais avec les chargements de la modélisation O.
La modélisation O sert de solution de référence.

17.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier composé de $5\times30\times50$ HEXA8, respectivement suivant les axes X, Y, Z de façon à avoir le même nombre d'éléments que pour le maillage de la modélisation A (voir [Figure 4.1-a]). Ainsi, le plan de fissure est en correspondance avec des faces d'HEXA8 et le fond de fissure avec des arêtes d'HEXA8.(voir [Figure 3.1-a]).
Ce maillage est identique à celui de la modélisation B.

17.2 Conditions aux limites et chargements

Deux types de chargements volumiques (conduisant au même résultat) sont étudiés ici :

- un chargement n°1 : chargement volumique imposé sur toute la structure avec FORCE_INTERNE $FX=0$, $FY=0$, $FZ=-78000$
- un chargement n°2 : un chargement de pesanteur avec le mot clé PESANTEUR accélération 10 dans la direction $-z$ (on rappelle que la masse volumique de la structure est égale à 7800).

Pour chacun des deux chargements, la face supérieure de la structure est encastrée.

17.3 Enrichissement en fond de fissure

Les nœuds se trouvant à une distance du fond de fissure égale ou inférieure à un certain critère sont enrichis par les fonctions singulières. On utilise l'enrichissement topologique par défaut.

17.4 Résultats de la modélisation P

On teste les valeurs de K_I , K_{II} et K_{III} , issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, le long du fond de fissure, pour différentes couronnes de champs thêta. Les valeurs des rayons inf et $\sup$ du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
$Rinf$	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 17.5-m

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimum et maximum de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure. On ne présente que les résultats du premier chargement (avec FORCE_INTERNE), ceux du second sont parfaitement identiques. Les tests présentées ici sont des tests par rapport à une solution de référence numérique avec fissure maillée (modélisation O).

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 1 : MIN(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 2 : MAX(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 2 : MIN(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 3 : MAX(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 3 : MIN(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 4 : MAX(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 4 : MIN(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 5 : MAX(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 5 : MIN(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 6 : MAX(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %
Couronne 6 : MIN(K_I)	'AUTRE_ASTER'	1.23 10^7	6.0 %

On teste également les valeurs de G (plus précisément le maximum de G le long du fond de fissure) obtenues par la commande CALC_G_XFEM, option CALC_G, pour le chargement volumique ainsi que le chargement de pesanteur. On se restreint à la 1ère couronne d'intégration. On se compare à la valeur de G obtenue par la commande CALC_G_XFEM, option CALC_K_G.

Identification			Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1, chargement n°1 : MAX(G)			'AUTRE_ASTER'	826.143	0.1%
Couronne 1, chargement n°2 : MAX(G)			'AUTRE_ASTER'	826.143	0.1%

On teste aussi la valeur de K_I produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure avec le chargement n°1:

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1, point initial : K_I	'NON_REGRESSION'	1.3416697 10^7	0.1 %

On utilise la commande POST_MAIL_XFEM pour générer le maillage fissuré.
On teste la somme des valeurs absolues des ordonnées suivant X, Y, Z des nœuds du maillage fissuré. C'est un test de non-régression par rapport aux valeurs obtenues avec la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
SOMM_ABS(COOR_X)	'NON_REGRESSION'	4.743 10^3	1e-8%
SOMM_ABS(COOR_Y)	'NON_REGRESSION'	4.743 10^4	1e-8%
SOMM_ABS(COOR_Z)	'NON_REGRESSION'	1.4229 10^5	1e-8%

On utilise la commande POST_CHAM_XFEM pour générer les champs de résultat adéquats au maillage fissuré précédemment créé. On teste la somme des valeurs absolues des déplacements des nœuds du maillage ainsi créé. C'est un test de non-régression par rapport aux valeurs obtenues avec la version 10.2.17.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
SOMM_ABS(DX)	'NON_REGRESSION'	3.88717 10^{-4}	1e-6%
SOMM_ABS(DY)	'NON_REGRESSION'	2.3488575	1e-6%
SOMM_ABS(DZ)	'NON_REGRESSION'	2.310308	1e-6%

17.5 Commentaires

Les résultats sont stables pour n'importe quelle couronne choisie. L'erreur est de l'ordre de 5% ce qui est satisfaisant. On remarque toutefois que ce n'est qu'une comparaison avec une méthode

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

numérique (fissure maillée) qui par ailleurs, dans le cas où l'on dispose d'une solution analytique, fournit des résultats moins précis que la méthode XFEM .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

18 Modélisation Q : Fissure X-FEM - Propagation dans le plan avec la méthode upwind

Dans cette modélisation, on reprend la modélisation J et on utilise la méthode upwind de l'opérateur PROPA_FISS pour résoudre les équations de propagations. Aucune grille auxiliaire n'est utilisée parce que le maillage de la structure est très régulier et il peut donc être utilisé directement.

Le module d'Young est égal à $205000\,MPa$.

18.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier de $2\times20\times51$ HEXA8, respectivement suivant les axes X,Y,Z [Figure 18.1-a]. Le fond de fissure se trouve à l'intérieur d'un élément comme dans la modélisation C [Figure 4.1-a].

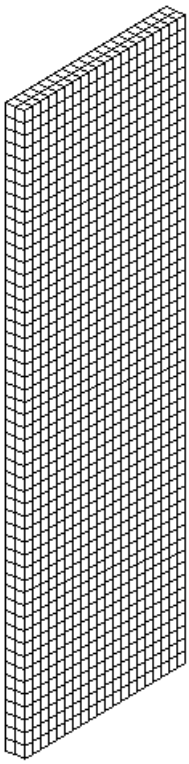


Figure 18.1-a : Maillage 2*20*51 HEXA8

18.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que le chargement n°1 de la modélisation A, c'est-à-dire une sollicitation uniforme en traction par une pression imposée $P=-10^6 Pa$ sur les faces inférieures et supérieures. La fissure est sollicitée en mode K_I pur.
L'avance de la fissure imposée à chaque appel à PROPA_FISS est la suivante: $\Delta a=0.5\mathrm{m}$

Les longueurs de fissure à chaque appel à PROPA_FISS sont donc:

État initial: $a_0=4.9\,m$
Itération 1: $a_1=5.4\,m$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Itération 2: $a_2 = 5.9\,m$

Les facteurs d'intensité de contraintes sont donnés par: $K_I = -P \cdot \sqrt{\pi\, a} \cdot f\left(\frac{a}{b}\right)$

avec:

$$f\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{2b}{\pi a}\tan\frac{\pi a}{2b}\right)^{0.5} \cdot \frac{0.752 + 0.37 \cdot \left(1 - \sin\frac{\pi a}{2b}\right)^3 + 2.02\frac{a}{b}}{\cos\frac{\pi a}{2b}}$$

$b = 10\mathrm{m}$

$P = 10^6\,Pa$

D'où:

$K_{I0} = 10.7418\,MPa \cdot \sqrt{m}$
$K_{I1} = 13.3139\,MPa \cdot \sqrt{m}$
$K_{I2} = 16.7342\,MPa \cdot \sqrt{m}$

18.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I le long du fond de fissure, pour la couronne $[1.;4.]$.
Pour tester tous les points du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs minimales et maximales de K_I sur tous les points du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
État initial : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	10.7417689	5.0%
État initial : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	10.7417689	5.0%
Itération 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	13.3138925	5.0%
Itération 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	13.3138925	5.0%

18.4 Commentaires

Les valeurs obtenues sont relativement proches des valeurs attendues. Cependant, on constate que la valeur de K_I calculée par Aster est inférieure à la solution analytique de référence. Cela est lié au maillage utilisé qui n'est pas très raffiné.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

19 Modélisation R : Fissure X-FEM en traction - Maillage avec des pyramides

Cette modélisation est exactement la même que la modélisation C. La seule différence est que, préalablement au calcul mécanique, on appelle Homard pour raffiner certaines mailles HEXA8. Ce processus engendre des mailles PYRA5.

19.1 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, le long du fond de fissure, pour différentes couronnes de champs thêta.
Les valeurs des rayons inférieur et supérieur du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
R_{inf}	2	0.666	1	1	1	2.1
$R_{\sup}$	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 7.3-f

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Le lissage 'LAGRANGE' est utilisé.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	2.0%

Le calcul de K_I par extrapolation des sauts de déplacements aussi effectué par la commande POST_K1_K2_K3. On teste la valeur de K1 au premier point du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
K_I au premier point du fond de fissure	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

20 Modélisation S : fissure cohésive, calcul de KI équivalent

Cette modélisation est du même type que la modélisation B : la fissure est droite et sollicitée en traction, elle coïncide avec les faces du maillage HEXA8, la fissure initiale est maillée. Par rapport à la modélisation B, on introduit des zones cohésives dans le prolongement de la fissure. Ce prolongement est représenté par des level-sets, de sorte que la discontinuité est prise en compte par une modélisation XFEM, comme pour la modélisation B. La loi cohésive CZM_LIN_MIX est introduite dans ce modèle XFEM par la commande DEFI_CONTACT.

On applique ensuite le chargement prévu. Les paramètres cohésifs sont choisis pour que ceci ait pour effet d'ouvrir quelques éléments cohésifs au voisinage de la pointe de fissure initiale :

– Pour ne pas avoir une rupture complète, mais simplement une dé-cohésion proche de la pointe de fissure initiale, on prend $G_c > G$, tout en conservant le même ordre de grandeur pour les deux valeurs. Dans notre cas, $G_c = 1097\, N.m^{-1}$ et $G = 612\, N.m^{-1}$.
– Pour tout de même observer une dé-cohésion au voisinage de la pointe, la taille caractéristique de la zone cohésive $l_c = \frac{E\, G_c}{(1-\nu^2)\sigma_c^2}$ est choisie de sorte à couvrir quelques éléments tout en restant petite devant la taille de la structure $h \leq l_c \leq LX$. Dans ce cas test, pour réduire le temps de calcul, on pris $l_c = 0.25\, m \sim h$, ce qui conduit à $\sigma_c = 30\, MPa$.

20.1 Grandeurs testées et résultats

20.1.1 Facteurs d'intensité des contraintes équivalents

Les valeurs de référence analytiques pour K_I sont celles de la modélisation A, c'est à dire celles de la *fissure initiale* . En présence de zones cohésives, le calcul de K_I ne se base pas sur un calcul dans une couronne centrée sur le fond de fissure, mais sur des intégrales surfaciques sur la zone cohésive. *Il n'est donc pas nécessaire de spécifier des rayons de couronne* .

On teste la valeur de K_I le long du front, issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, . Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

Le lissage 'LAGRANGE' est utilisé.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

20.1.2 Taux de restitution d'énergie local

On teste les valeurs de G local, issues de l'option CALC_G de CALC_G_XFEM, le long du fond de fissure, toujours en prenant en compte un lissage de type 'LAGRANGE'. La valeur de référence est celle de la modélisation B.

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de G sur tous les nœuds du fond de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
MAX(G)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	9.0%
MIN(G)	'ANALYTIQUE'	612.193573558	9.0%

20.2 Commentaires

Les valeurs de K_I et G sont approchées par excès avec cette méthode (les valeurs calculées sont supérieures aux références analytiques). En effet, par l'ouverture d'éléments cohésifs dans le prolongement de la fissure initiale, on calcule des quantités correspondant à une fissure légèrement plus longue en réalité que l'objectif, d'où l'approximation par excès. Pour ce test, il y a un écart de quelques pour-cents : nous avons remarqué que la précision augmente en choisissant une taille cohésive très inférieure à celle de la de la fissure préexistante, ce qui nécessite un maillage assez fin en pointe. Ayant pour objectif un cas test de quelques secondes, nous n'avons pas raffiné le maillage pour cette modélisation.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

21 Modélisation T : fissure X-FEM compression

Cette modélisation est identique à la modélisation G, seuls le maillage et les grandeurs testées changent.

21.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier de $5\times15\times25$ HEXA8, respectivement suivant les axes x, y, z. Le fond de fissure se trouve à l'intérieur d'un élément comme dans la modélisation C [Figure 4.1-a].

21.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que celui de la modélisation G

21.3 Grandeurs testées et résultats

21.3.1 Pressions de contact

On s'intéresse à l'évolution de la pression de contact selon l'axe Oy, sur deux lignes (la ligne en $x=0$ et la ligne en $x=1$) de la surface de la fissure [Figure 8.2-8.1.1-a]. Il faudrait normalement tester la valeur de la pression de contact en chaque nœud de ces 2 lignes, mais pour réduire le nombre de tests, on peut simplement tester le minimum et le maximum des pressions sur chaque ligne, ce qui conduit à réaliser 4 tests.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Ligne en $x=0$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=0$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%

21.3.2 Taux de restitution d'énergie local

On teste la valeur de G produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
G	'ANALYTIQUE'	0.0	10^{-6}

21.3.3 Énergie de la structure

Le tenseur des contraintes solution analytique est :

$$\boldsymbol{\sigma}=-p\,\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_z.$$

S oit $\Omega=[0,LX]\times[0,LY]\times[0,LZ]$ le domaine occupé par le solide. L'énergie de la structure est définie par :

$$E^e=\frac{1}{2}\int_\Omega \boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{\varepsilon}\,dV.$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Puisque $\nu=0$, on a $\boldsymbol{\varepsilon}=\frac{1}{E}\boldsymbol{\sigma}$. D'où :

$$\boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{\varepsilon}=\frac{p^2}{E}.$$

On a donc, pour p exprimé en MPa :

$$E^e=\frac{1}{2}\frac{p^2}{E^2}|\Omega|=\frac{1}{2}\frac{p^2}{E}LX\ LY\ LZ\approx 7{,}31707317073\times 10^2\ \text{MJ}.$$

On teste la valeur de E^e produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
E e	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10^2	0.1%

21.3.4 Norme L^2 du déplacement

Le champ de déplacement solution analytique est :

$$\boldsymbol{u}=\frac{-p}{E}\left(z-\frac{LZ}{2}\right)\boldsymbol{e}_z.$$

La norme L^2 du déplacement est définie par :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}^2=\int_\Omega\|\boldsymbol{u}\|^2 dV.$$

On a :

$$\|\boldsymbol{u}\|^2=\frac{p^2}{E^2}\left(z-\frac{LZ}{2}\right)^2,$$

pour tout point de Ω . On a donc :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}^2=LX\ LY\frac{p^2}{E^2}\int_0^{LZ}\left(z-\frac{LZ}{2}\right)^2 dV=LX\ LY\frac{p^2}{E^2}\frac{LZ^3}{12}.$$

Soit :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}=\frac{p}{E}\frac{1}{2}\sqrt{LX\ LY\frac{LZ^3}{3}}\approx 7{,}31707317073\times 10^{-4}\ \text{m}^{\frac{5}{2}}.$$

On teste la valeur de $\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}$ produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme L 2	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10^{-4}	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

22 Modélisation U : fissure X-FEM compression

Cette modélisation est du même type que la modélisation T, on se place cette fois dans le cas des déformations planes (D_PLAN).

Cela revient à considérer le cas limite où $LX \rightarrow \infty$.

22.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier de 31×51 QUAD4, respectivement suivant les axes x, y . Le fond de fissure se trouve à l'intérieur d'un élément comme dans la modélisation T [Figure 4.1-a].

22.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que celui de la modélisation T

22.3 Grandeurs testées et résultats

22.3.1 Taux de restitution d'énergie local

On teste la valeur de G produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
G	'ANALYTIQUE'	0.0	10^{-6}

22.3.2 Énergie de la structure

Le tenseur des contraintes solution analytique est :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\, \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_y .$$

S oit $\Omega = [0, LY] \times [0, LZ]$ le domaine occupé par le solide. L'énergie de la structure est définie par :

$$E^e = \frac{1}{2} \int_\Omega \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}\, dS .$$

Puisque $\nu = 0$, on a $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{E} \boldsymbol{\sigma}$. D'où :

$$\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{p^2}{E} .$$

On a donc, pour p exprimé en MPa :

$$E^e = \frac{1}{2} \frac{p^2}{E} |\Omega| = \frac{1}{2} \frac{p^2}{E} LY\, LZ \approx 7{,}31707317073 \times 10^2 \ \mathrm{MJ} \times \mathrm{m}^{-1} .$$

On teste la valeur de E^e produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
E e	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10^2	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

22.3.3 Norme L² du déplacement

Le champ de déplacement solution analytique est :

$$\boldsymbol{u}=\frac{-p}{E}\left(y-\frac{LZ}{2}\right)\boldsymbol{e}_y.$$

La norme L^2 du déplacement est définie par :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}^2=\int_\Omega \|\boldsymbol{u}\|^2 dS.$$

On a :

$$\|\boldsymbol{u}\|^2=\frac{p^2}{E^2}\left(y-\frac{LZ}{2}\right)^2,$$

pour tout point de Ω. On a donc :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}^2=LY\frac{p^2}{E^2}\int_0^{LZ}\left(y-\frac{LZ}{2}\right)^2 dS=LY\frac{p^2}{E^2}\frac{LZ^3}{12}.$$

Soit :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}=\frac{p}{E}\frac{1}{2}\sqrt{LY\frac{LZ^3}{3}}\approx 7{,}31707317073\times 10^{-4}\ \mathrm{m}^2.$$

On teste la valeur de $\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}$ produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme L 2	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10-4	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

23 Modélisation V : fissure X-FEM compression

Cette modélisation est du même type que la modélisation U, on se place cette fois dans le cas des contraintes planes (C_PLAN).

Cela revient à considérer le cas limite où $LX \rightarrow 0$.

23.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage utilisé est le même que celui de la modélisation U.

23.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que celui de la modélisation U

23.3 Grandeurs testées et résultats

23.3.1 Taux de restitution d'énergie local

On teste la valeur de G produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
G	'ANALYTIQUE'	0.0	10^{-6}

23.3.2 Énergie de la structure

La valeur analytique de l'énergie de la structure est la même que celle obtenue pour la modélisation U.
On teste la valeur de E^e produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
E e	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10^2	0.1%

23.3.3 Norme L^2 du déplacement

La valeur analytique de la norme L^2 du déplacement est la même que celle obtenue pour la modélisation U. On teste la valeur de $\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}$ produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme L 2	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10^{-4}	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

24 Modélisation W : fissure X-FEM compression

Cette modélisation est du même type que la modélisation U, on se place cette fois dans le cas axisymétrique (AXIS).

Cela revient à considérer non plus le cas d'une fissure débouchante dans une plaque, mais le cas d'une fissure circulaire dans un cylindre de rayon LY et d'hauteur LZ .

24.1 Caractéristiques du maillage

Le maillage utilisé est le même que celui de la modélisation U.

24.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que celui de la modélisation U

24.3 Grandeurs testées et résultats

24.3.1 Taux de restitution d'énergie local

On teste la valeur de G produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
G	'ANALYTIQUE'	0.0	10^{-6}

24.3.2 Énergie de la structure

Le tenseur des contraintes solution analytique est :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\,\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z .$$

S oit Ω le domaine occupé par le solide. L'énergie de la structure est définie par :

$$E^e = \frac{1}{4\pi}\int_\Omega \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}\, dV .$$

Puisque $\nu = 0$, on a $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{E}\boldsymbol{\sigma}$. D'où :

$$\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{p^2}{E} .$$

On a donc, pour p exprimé en MPa :

$$E^e = \frac{1}{4\pi}\frac{p^2}{E}\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{LZ}\left(\int_0^{LY} r\,dr\right)dz\right)d\theta = \frac{p^2}{E}\frac{LZ\,LY^2}{4} \approx 3{,}6585365837\times 10^3\ \mathrm{MJ}\times\mathrm{rad}^{-1} .$$

On teste la valeur de E^e produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
E e	'ANALYTIQUE'	3,6585365837 10^3	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

24.3.3 Norme L^2 du déplacement

Le champ de déplacement solution analytique est :

$$\boldsymbol{u}=\frac{-p}{E}\left(z-\frac{LZ}{2}\right)\boldsymbol{e}_z .$$

La norme L^2 du déplacement est définie par :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}^2=\frac{1}{2\pi}\int_\Omega \|\boldsymbol{u}\|^2\, dV .$$

On a :

$$\|\boldsymbol{u}\|^2=\frac{p^2}{E^2}\left(z-\frac{LZ}{2}\right)^2,$$

pour tout point de Ω . On a donc :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}^2=\frac{1}{2\pi}\frac{p^2}{E^2}\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{LZ}\left(\int_0^{LY}\left(z-\frac{LZ}{2}\right)^2 r\, dr\right)dz\right)d\theta=\frac{1}{24}\frac{p^2}{E^2}LZ^3\,LY^2 .$$

Soit :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}=\frac{1}{2}\frac{p}{E}LY\sqrt{\frac{LZ^3}{6}}\approx 1{,}6361473006\times 10^{-3}\ \mathrm{m}^{\frac{5}{2}}\times\mathrm{rad}^{\frac{-1}{2}} .$$

On teste la valeur de $\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}$ produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme L 2	'ANALYTIQUE'	1,6361473006 10^{-3}	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

25 Modélisation X : fissure X-FEM compression

Cette modélisation est identique à la modélisation T, avec des éléments quadratiques.

25.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier de $5\times15\times25$ HEXA20, respectivement suivant les axes x, y, z. Le fond de fissure se trouve à l'intérieur d'un élément comme dans la modélisation C [Figure 4.1-a].

25.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que celui de la modélisation G

25.3 Grandeurs testées et résultats

25.3.1 Pressions de contact

On s'intéresse à l'évolution de la pression de contact selon l'axe Oy, sur deux lignes (la ligne en $x=0$ et la ligne en $x=1$) de la surface de la fissure [Figure 8.2-8.1.1-a]. Il faudrait normalement tester la valeur de la pression de contact en chaque nœud de ces 2 lignes, mais pour réduire le nombre de tests, on peut simplement tester le minimum et le maximum des pressions sur chaque ligne, ce qui conduit à réaliser 4 tests.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Ligne en $x=0$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=0$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%

25.3.2 Taux de restitution d'énergie local

On teste la valeur de G produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
G	'ANALYTIQUE'	0.0	10^{-6}

25.3.3 Énergie de la structure

On teste la valeur de E^e produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
E e	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10^2	0.1%

25.3.4 Norme L^2 du déplacement

On teste la valeur de $\|u\|_{L^2}$ produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme L^2	'ANALYTIQUE'	$7{,}31707317073\ 10^{-4}$	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

26 Modélisation Y : fissure X-FEM non-coïncidente en traction

Modélisation identique à la modélisation C , mais des éléments quadratiques sont utilisés. La fissure n'est donc pas coïncidente avec le maillage.

26.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier composé de $5\times31\times51$ HEXA20, respectivement suivant les axes x, y, z . De cette manière, le fond de fissure se trouve au centre d'éléments et le plan de fissure ne correspond plus à des faces d'éléments. La figure 6.1-a représente en coupe Oyz l'enrichissement dans une zone à proximité de fond de fissure.

26.2 Conditions aux limites et chargements

Idem modélisation C.

26.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de K_I , issues de l'option CALC_K_G de CALC_G_XFEM, le long du fond de fissure, pour différents chargements, pour différentes couronnes de champs thêta. Les valeurs des rayons inférieur et supérieur du tore sont les suivantes :

	Couronne 1	Couronne 2	Couronne 3	Couronne 4	Couronne 5	Couronne 6
Rinf	2	0.666	1	1	1	2.1
Rsup	4	1.666	2	3	4	3.9

Tableau 4.4-c

On teste aussi 2 lissages différents pour K_I : un lissage de type 'LAGRANGE' et un lissage de type 'LAGRANGE_NO_NO' (pour ce lissage, seule la couronne 1 est testée).

Pour tester tous les nœuds du fond de fissure en une seule fois, on teste les valeurs min et max de K_I sur tous les nœuds du fond de fissure.

26.3.1 Lissage 'LAGRANGE'

26.3.1.1 Pression constante sur les faces supérieure et inférieure

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

26.3.1.2 Pression constante sur les lèvres

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 2 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 3 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 4 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 5 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 5 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 6 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 6 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

On teste aussi le calcul de G par la commande CALC_G, option CALC_G_XFEM uniquement pour la première couronne.

Identification	Type de référence	Valeur de Référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(G)	'ANALYTIQUE'	612,19	8,00%
Couronne 1 : MIN(G)	'ANALYTIQUE'	612,19	8,00%

26.3.2 Lissage 'LAGRANGE_NO_NO'

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1 : MAX(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%
Couronne 1 : MIN(K_I)	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	4.0%

On teste aussi la valeur de K_I produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure à partir du résultat produit avec le chargement de type pression constante sur les faces supérieure et inférieure de la structure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Couronne 1, point initial : K_I	'ANALYTIQUE'	1.1202664 10^7	6.0 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

27 Modélisation Z : fissure X-FEM compression

Cette modélisation est identique à la modélisation T, seul le maillage change.

27.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage sain, régulier de $5\times15\times25$ HEXA20, respectivement suivant les axes x, y, z. Le fond de fissure se trouve à l'intérieur d'un élément comme dans la modélisation C [Figure 4.1-a].

27.2 Conditions aux limites et chargements

Le chargement appliqué est le même que celui de la modélisation G

27.3 Grandeurs testées et résultats

27.3.1 Pressions de contact

On s'intéresse à l'évolution de la pression de contact selon l'axe Oy, sur deux lignes (la ligne en $x=0$ et la ligne en $x=1$) de la surface de la fissure [Figure 8.2-8.1.1-a]. Il faudrait normalement tester la valeur de la pression de contact en chaque nœud de ces 2 lignes, mais pour réduire le nombre de tests, on peut simplement tester le minimum et le maximum des pressions sur chaque ligne, ce qui conduit à réaliser 4 tests.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Ligne en $x=0$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=0$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MAX(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%
Ligne en $x=1$: MIN(LAGS_C)	'ANALYTIQUE'	-10^6	4.0%

27.3.2 Taux de restitution d'énergie local

On teste la valeur de G produit par l'opérateur POST_K1_K2_K3 au premier point du fond de fissure.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
G	'ANALYTIQUE'	0.0	10^{-6}

27.3.3 Énergie de la structure

L'énergie se calcule de la même manière que pour la modélisation T, soit :

$$E^e=\frac{1}{2}\frac{p^2}{E^2}|\Omega|=\frac{1}{2}\frac{p^2}{E}LX\ LY\ LZ\approx 7{,}31707317073\times10^2\ \text{MJ}.$$

On teste la valeur de E^e produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
E e	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10^2	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

27.3.4 Norme L² du déplacement

L a norme L^2 du déplacement se calcule de la même manière que pour la modélisation T, soit :

$$\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}=\frac{p}{E}\frac{1}{2}\sqrt{LX\ LY\frac{LZ^3}{3}}\approx 7{,}31707317073\times 10^{-4}\ \mathrm{m}^{\frac{5}{2}}.$$

On teste la valeur de $\|\boldsymbol{u}\|_{L^2}$ produit par l'opérateur POST_ERREUR.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Norme L 2	'ANALYTIQUE'	7,31707317073 10-4	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

28 Synthèse des résultats

Les objectifs de ce test sont atteints :

- valider sur un cas simple la prise en compte de l'enrichissement singulier en fond de fissure avec la méthode X-FEM ;
- valider le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (ici seulement le mode I) pour les éléments X-FEM, quelle que soit la charge (fixe ou fonction) ;
- valider le contact sur un cas de compression en mode 1 de fermeture ;
- valider le calcul de K_I sur un cas de multi-fissuration.
- tester le cas des efforts volumiques imposés.

On retiendra que l'utilisation de la méthode X-FEM permet d'améliorer sensiblement la précision du calcul de K_I, et que celle-ci augmente lorsque la zone d'enrichissement n'est pas restreinte à une seule couche d'éléments en fond de fissure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)