SSNV146 - Analyse limite régularisée. Réservoir à fond torisphérique

Résumé

Ce test permet de qualifier les opérateurs utilisés en analyse limite régularisée.

On calcule la charge limite par une approche cinématique régularisée par la méthode de Norton-Hoff-Friaâ. Par rapport à l'indice A de ce document, il est à noter que la méthode de calcul a été modifiée dans le Code_Aster qui n'utilise plus à présent le matériau Norton-Hoff mais fait appel à la résolution plus générale avec des éléments incompressibles.

Le problème de référence est issu d'un benchmark européen réalisé dans le cadre d'un projet Brite EuRam BE97-4547 « LISA », en 1998.

On considère un réservoir axisymétrique à fond torisphérique. Le matériau constitutif vérifie le critère de von Mises et la structure est soumise à une pression interne.

La structure est modélisée par des éléments incompressibles.

La résolution par la méthode régularisée de Norton-Hoff-Friaâ est réalisée dans la commande STAT_NON_LINE. Un post-traitement dans la commande POST_ELEM permet d'obtenir les estimations des bornes supérieure et inférieure de la charge limite.

La solution de référence est numérique et les résultats sont en parfait accord avec les valeurs de référence. Certains détails de mise en œuvre de ce cas-test sont présentés dans le document d'aide à l'utilisation [U2.05.04].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

Le test est le cas-test LA6 d'un benchmark du projet européen Brite EuRam BE97-4547 « LISA » étudié par trois organismes :

- EDF (ancienne méthode Norton-Hoff avec trois valeurs du paramètre de régularisation : le coefficient Norton-Hoff n) ;
- LTAS à Liège (méthode cinématique régularisée du logiciel universitaire dédié « **ELSA** ») ;
- ForschungZentrum de Jülich (méthode statique approchée par éléments finis en déplacements, représentation réduite des champs d'auto-contraintes et algorithme d'optimisation du code **Permas**).

On considère un réservoir axisymétrique à fond torisphérique soumise à une pression interne.

Le même maillage est utilisé par les trois organismes participants. Il contient deux éléments Q8 dans l'épaisseur, et en tout il y a 34 éléments, et 141 nœuds. Le matériau constitutif est homogène et vérifie le critère de von Mises avec pour seuil la limite d'élasticité (σ_y) de $100\,MPa$.

Résultats EDF LISA : maillage initial et déformée obtenue pour le coefficient Norton-Hoff *n*=31

Le calcul de la charge limite par la méthode Norton-Hoff-Friaâ est détaillé dans le document de référence [R7.07.01].

Rappelons brièvement que l'on vise à chercher la charge limite λ_{lim} , pour laquelle la structure, constituée d'un matériau du type élastoplastique parfait à seuil de von Mises, peut supporter les chargements surfaciques $\lambda_{lim} F$ et les chargements de volume $\lambda_{lim} f$ auxquels on peut éventuellement ajouter des chargements constants (F_0 et f_0). Code_aster permet de calculer, pour chaque instant du calcul, c'est-à-dire pour des régularisations de plus en plus faibles, deux paramètres :

• Une estimation d'une borne supérieure de la charge limite :

$$\hat{\lambda}_m = \int_\Omega \sigma_y \sqrt{\frac{2}{3}\varepsilon(u_m)\cdot\varepsilon(u_m)}\, d\Omega - L_0(u_m) \tag{1}$$

• et, en l'absence de chargement constant, une estimation d'une borne inférieure $\underline{\lambda}_m$:

$$\underline{\lambda}_m = \int_\Omega \frac{A(m)}{m}\cdot\left(\sqrt{\varepsilon(u_m)\cdot\varepsilon(u_m)}\right)^m d\Omega \cdot \left(\sup_{x\in\Omega}\left(\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\sigma^D(u_m)\cdot\sigma^D(u_m)}{\sigma_y}}\right)\right)^{-1} \leq \hat{\lambda}_m \tag{2}$$

Si un chargement constant est présent, on a la puissance du chargement constant dans le champ de vitesse solution du problème.

On constate que le tenseur déviatorique des contraintes vérifie la relation de comportement de Norton-Hoff :

$$\sigma^D(u) = A(m).\left(\sqrt{\varepsilon^D(u).\varepsilon^D(u)}\right)^{m-2}.\varepsilon^D(u) \tag{3}$$

avec $\mathrm{tr}\,\varepsilon(u)=0$, et $A(m)=k^{1-m}\left(\frac{2}{3}\right)^{m/2}\sigma_y{}^m$.

1.1 Données pour la modélisation

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Géométrie	Le réservoir axisymétrique à fond torisphérique a les caractéristiques suivantes : • rayon interne de la partie cylindrique : $49\,mm$; • épaisseur : $2\,mm$; • rayon de la partie sphérique à l'apex : $98\,mm$; • rayon du tore de raccordement : $20\,mm$.
Propriétés de matériau	Limite d'élasticité : $\sigma_y = 100\,MPa$
Conditions aux limites	Déplacement axial DY nul sur l'extrémité $BORD_{INF}$ de la partie cylindrique (conditions de symétrie)
Chargements	Pression interne de $1\,MPa$ appliquée sur la paroi interne B_D

1.2 Résultats de référence

Pour ce cas test, on ne dispose pas de résultats analytiques mais uniquement des valeurs numériques issues des calculs réalisés dans le cadre du benchmark LISA et rappelées Tableau 1.2-1.

Modélisation				Valeur supérieure estimée	Valeur inférieure estimée
EDF	$m=1,0476$	$n=21$	$t=2,3222$	3,9514	3,6049
	$m=1,0322$	$n=31$	$t=2,4914$	3,9456	3,7090
	$m=1,0141$	$n=71$	$t=2,8513$	3,9404	3,8372
	$m=1,0099$	$n=101$ [1]	$t=3,0043$ [2]	3,9396	3,8673
Univ. de Liège/LTAS				3,931	néant
Centre de recherche FZJ				néant	3,997

Tableau 1.2-1 : Résultats du benchmark LISA

1 Le coefficient de régularisation par la loi de Norton-Hoff $n=(m-1)^{-1}$ (ancienne méthode d'EDF)

2 $m=1+10^{1-t}$, le paramètre 'instant' t n'était pas explicite dans cette ancienne méthode, on ajoute ici pour pouvoir mieux comparer avec les calculs dans les sections 4,2 et 4,3.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A

La liste d'instants sert à contrôler la méthode de régularisation de Norton-Hoff par l'intermédiaire d'un coefficient t, ($m=1+10^{1-t}$), et non pas l'évolution du chargement comme lors d'un calcul ordinaire.
Pour réaliser un calcul dans *code_aster* en analyse limite avec la méthode de régularisation de Norton-Hoff-Friaâ avec le critère de résistance de von Mises, il faut :

- définir le modèle 2D (plan ou axis) ou 3D avec les éléments finis quasi-incompressibles, modélisations `3D_INCO_UPG`, `D_PLAN_INCO_UPG`, `ou AXIS_INCO_UPG` ;
- assurer la condition d'incompressibilité : `GONF=0` dans `AFFE_CHAR_MECA` ;
- définir uniquement la caractéristique du matériau s_y , la charge limite étant indépendante de E et ν ;
- définir le chargement permanent et celui qui est paramétré par λ ;
- définir la discrétisation en temps, (en pratique entre $t_{min}=1$ et $t_{max}=2$ à 5) ;
- réaliser un calcul non-linéaire avec la relation de comportement `NORTON_HOFF` avec la commande `STAT_NON_LINE` [U4.51.03], et le pilotage `ANA_LIM`. On peut en pratique utiliser la recherche linéaire pour améliorer la convergence, et la subdivision du pas de temps ;
- post-traiter le calcul pour obtenir la charge limite avec la commande `POST_ELEM` [U4.81.22].

2.1 Caractéristiques de la modélisation

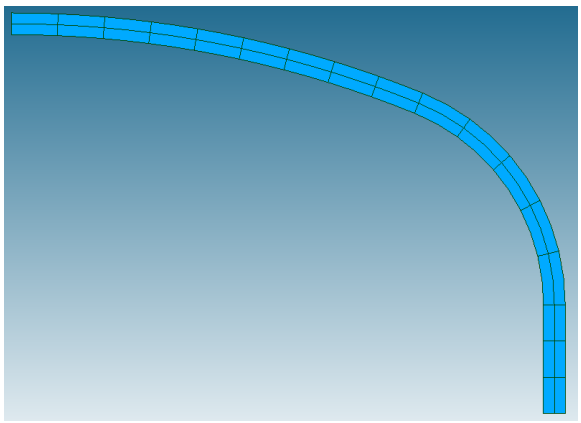
On considère un cylindre modélisé par des éléments axisymétriques incompressibles de type `QUAD8`.

2.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 141

Nombre de mailles : 51

Type de mailles :
34 mailles de type `QUAD8` incompressible ;
17 mailles de type `SEG3` pour l'application de la pression.



2.3 Grandeurs testées et résultats

Avec le maillage considéré, le calcul du cas-test est arrêté à $t=2,450\,s$. Des détails supplémentaires sur le calcul sont indiqués dans le document d'aide à l'utilisation [U2.05.04].

Le coefficient Norton-Hoff correspondant à cet instant est $m=1,0355$.

Le tableau ci-dessous regroupe l'extraction des valeurs de λ à certains instants avec l'arrêt du calcul, ainsi que la comparaison avec les valeurs de référence.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Modélisation			Valeur supérieure estimée	Valeur inférieure estimée
EDF	$t=2$	$m=1,1$	3,94863	3,27091
	$t=2,125$	$m=1,0750$	3,93504	3,40992
	$t=2,25$	$m=1,0562$	3,92505	3,52215
	$t=2,450$	$m=1,0355$	3,91429	3,65061
Univ. de Liège/LTAS			3,931	néant
Centre de recherche FZJ			néant	3,997

Valeur testée	Référence - SOURCE_EXTERNE	Précision
CHAR_LIMI_SUP à $t=2$	3,931	0,01

3 Synthèse des résultats

Le maillage est celui utilisé pour le benchmark « LISA ». Le calcul a été mené jusqu'à l'instant $t=2\ s$. Les méthodes cinématiques régularisées d'EDF et de l'Université de Liège donnent des résultats très voisins (écart inférieur à 1 % à $t=2\ s$). Par contre, la borne inférieure fournie par FZJ est plus importante que les bornes supérieures précédentes.

Remarque : dans ce cas test, on traite par exception l'erreur 'ConvergenceError'. En effet, quand la valeur de m s'approche à 1, la loi de Norton-Hoff tend vers la loi de von Mises. Sachant que l'analyse de la charge limite avec la loi de von Mises est un problème singulier qui va provoquer une non-convergence. Par conséquent, au cas où le calcul ne converge plus avec la croissance de l'instant t (et donc quand m tend vers 1), l'utilisation de l'exception permet de récupérer les valeurs de λ calculées avant la difficulté de convergence.

4 Références bibliographiques

[1] Voldoire F. : Calcul de charge limite avec *Code_Aster* et benchmark du Brite EuRam « LISA ». Note HI-74/98/026/A.

[2] Heitzer M . « Traglast- und Einspielanalyse zur Bewertung der Sicherheit passiver Komponenten. » Thesis., RWTH Aachen (1999).

[3] Yan A.M. « Contributions to the direct limit state analysis of plastified and cracked structures ». Thesis, Univ. Liège, (1999).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)