# SSNV133 - Traction-compression uniaxiale. Ecrouissage mixte

**Résumé :**

Ce test a pour but de valider les comportements élastoplastiques VMIS_ECMI_TRAC et VMIS_ECMI_LINE, qui combinent un écrouissage isotrope (linéaire ou donné par une courbe de traction) et un écrouissage cinématique linéaire.

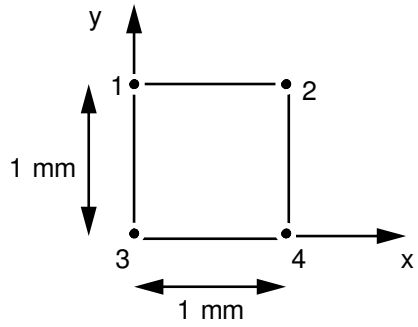
Les données géométriques et mécaniques permettent d'être en situation uniaxiale (contraintes uniformes, une seule composante non nulle). La solution de référence est simple, analytique. Ce test permet simplement de vérifier que l'intégration du modèle de comportement est correcte.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

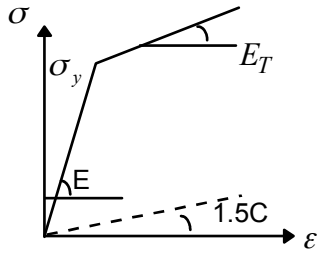
# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




## 1.2 Propriétés de matériaux

Loi de comportement élastoplastique à écrouissage mixte (isotrope linéaire et cinématique linéaire).




$$C = 20000 \text{ MPa}$$
$$E = 200000 \text{ MPa}$$
$$\nu = 0.3$$
$$\sigma^Y = 400 \text{ MPa}$$
$$E_T = 40000 \text{ MPa}$$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

La plaque est bloquée suivant $Oy$ le long du côté [3,4], suivant $Ox$ le long du côté [1,3] tout en étant soumise à un déplacement imposé en $y$ : $u_y^D$ le long du côté [1,2].

Le trajet de chargement est le suivant :

| $t$ | $u_y^D \ (mm)$ |
|---|---|
| 1 | 2. $10^{-3}$ |
| 2 | 4.5d–3 |
| 3 | 0.1d–3 |
| 4 | –2. $10^{-3}$ |



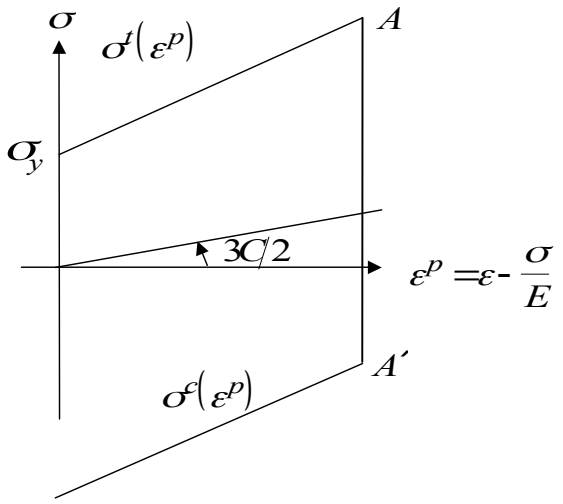
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est obtenue par un calcul analytique.

Le déplacement imposé $u_y^D$ fournit immédiatement la déformation $\varepsilon_{yy}=\frac{u_y^D}{1}$ . Seule cette composante (correspondant à la composante non nulle du tenseur des contraintes) nous intéresse ici.
D'autre part, pour calculer le comportement, il faut extraire des données la fonction d'écrouissage isotrope $R(p)$ :




$$\sigma^t=F(\varepsilon)=\sigma_y+\frac{E.E_T}{E-E_T}p$$
$$R(p)=\sigma_y+\left(\frac{E.E_T}{E-E_T}-\frac{3}{2}C\right)p \quad (1)$$

### 2.1.1 Comportement élastique

Le comportement est élastique jusqu'à $t=1$ . Pour $t=1$ , la contrainte $\sigma_{yy}=E\varepsilon_{yy}=400\,MPa$ , elle atteint juste le seuil de plasticité.

### 2.1.2 Charge élastoplastique

A $t=2$ , on atteint le critère de plasticité (en charge ou en décharge), on a :

$$|\sigma-\frac{3}{2}C\varepsilon^p|=R(p) \text{ et } \sigma=E(\varepsilon-\varepsilon^p) \quad (2)$$

Pour la charge, il faut donc résoudre l'équation suivante :

$$\sigma^t=F(\varepsilon)=\sigma_y+\frac{E.E_T}{E-E_T}p=\sigma_y+\frac{E.E_T}{E-E_T}\left(\varepsilon-\frac{\sigma^t}{E}\right) \quad (3)$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Ce qui redonne $\sigma^t=\sigma_y+E_T\left(\varepsilon-\frac{\sigma_y}{E}\right)$. On se déplace sur la courbe de traction jusqu'au point $A$ tel que :

$$\sigma_A^t=E\left(\varepsilon_A-\varepsilon_A^p\right) \tag{4}$$

### 2.1.3 Décharge élastique

A $t=3$, la décharge est élastique jusqu'au point $A'$ :

$$\begin{aligned}-\sigma^{A'}-\frac{3}{2}C\,\varepsilon_A^p&=R\left(p_A\right)\\ \sigma^{A'}&=E\left(\varepsilon_{A'}-\varepsilon_A^p\right)\end{aligned} \tag{5}$$

### 2.1.4 Charge élastoplastique en compression

A $t=4$ :

$$\sigma^c=\frac{3}{2}C\,\varepsilon^p-R\left(p\right) \tag{6}$$

## 2.2 Résultats de référence

| $t$ | $u_y{}^D$ (mm) | $\sigma_{yy}\ \ (MPa)$ |
|---|---|---|
| 1 | 2. $10^{-3}$ | 400 |
| 2 | 4.5d–3 | 500 |
| 3 | 0.1d–3 | –380 |
| 4 | –2. $10^{-3}$ | –464 |

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

## 2.4 Références bibliographiques

- Relation de comportement à écrouissage cinématique linéaire et isotrope non linéaire. Note [R5.03.16].



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

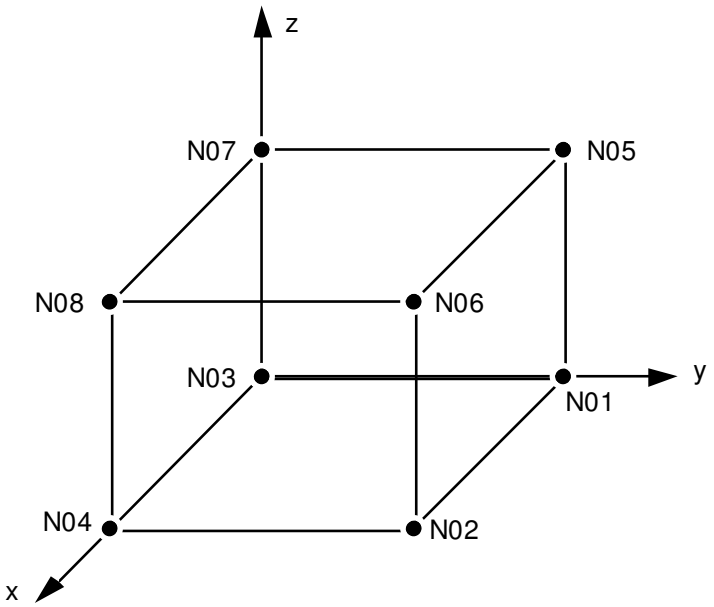
| Identification | Instants | Référence | *Aster* | % différence |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{yy}$ | 1 | 400 | 400 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 2 | 500 | 500 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 3 | –380 | –380 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 4 | –464 | –464 | 0 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation




## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 1 HEXA8 + 4 QUAD4 (faces)

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Instants | Référence | *Aster* | % différence |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{yy}$ | 1 | 400 | 400 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 2 | 500 | 500 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 3 | –380 | –380 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 4 | –464 | –464 | 0 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C_PLAN

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 1 QUAD4

## 5.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Instants | Référence | *Aster* | % différence |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{yy}$ | 1 | 400 | 400 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 2 | 500 | 500 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 3 | –380 | –380 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 4 | –464 | –464 | 0 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Géométrie identique à la modélisation B. On considère les modélisations 3D_HHO_121 et 3D_HHO_222 .

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 27
Nombre de mailles et types : 1 HEXA27 + 4 QUAD9 (faces)

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Instants | Référence | *Aster* | % différence |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{yy}$ | 1 | 400 | 400 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 2 | 500 | 500 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 3 | –380 | –380 | 0 |
| $\sigma_{yy}$ | 4 | –464 | –464 | 0 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Synthèse des résultats

Les résultats fournis par *code_aster* coïncident avec les valeurs de référence, car le test est uniaxial, et l'état de contraintes et de déformations est homogène.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)