SSNV104 - Contact de deux sphères

Résumé :

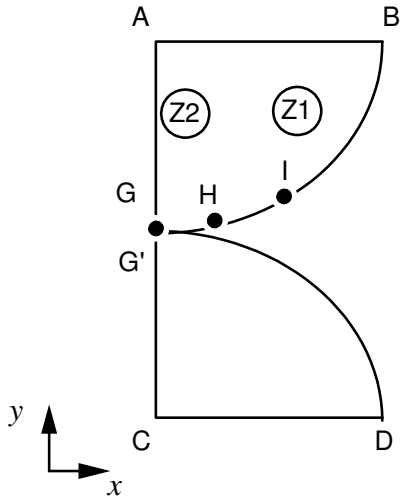
Le calcul consiste à écraser deux hémisphères l'une sur l'autre pour tester l'algorithme de contact unilatéral en statique. La solution est comparée au résultat analytique de Hertz.
Les modélisations mettent en œuvre des calculs en axisymétrique comme en 3D avec éléments linéaires/quadratiques et différentes méthodes de résolutions du contact (dualisation, pénalisation, formulation continue, appariement Mortar).
Ce test classique pour lequel on dispose d'une solution analytique est aussi utilisé pour valider plusieurs options de l'algorithme d'appariement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La géométrie est constituée de deux demi-sphères de rayon identique dont on représente une coupe dans la figure ci-dessous.



rayon R = 50 mm

Compte tenu des différences de maillage, les positions des nœuds H et I indiquées ici de manière approximative sont différentes dans les 3 modélisations.

1.2 Propriétés du matériau

$E = 20\,000.\,MPa$

$\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Écrasement imposé sur les sphères :

- DY imposé $-2\,mm$ pour les nœuds de AB
- DY imposé $+2\,mm$ pour les nœuds de CD

Pour les calculs axisymétriques :

- DX bloqué sur l'axe AC

Pour les calculs $3\mathrm{D}$ (2 quarts de sphère modélisés) :

- conditions de symétrie sur chaque quart de sphère

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

En 1881, Hertz a établi sous certaines hypothèses une solution au problème qui porte son nom[1]. Ainsi en supposant un contact sans frottement et pour lequel la demi largeur de contact a est très petite devant le rayon des sphères R ($a \ll R$), la pression de contact aux points $C1$ et $C2$ vaut [2] :

$$P_0 = -\frac{E}{\pi(1-\nu^2)}\sqrt{\frac{2h}{R}} \qquad \text{éq 2.1-1}$$

où h correspond à l'écrasement imposé, qui vaut ici $4\,mm$. Soit $P_0 = -2798.3\,Mpa$.

La demi-largeur de contact a s'exprime en fonction de l'écrasement imposé et du rayon des sphères :

$$a = \sqrt{\frac{Rh}{2}} \qquad \text{éq 2.1-2}$$

Dans ce test, pour un écrasement de $4\,mm$, $a = 10\,mm$.
La surface de contact est un disque de rayon a, la distribution de pression dans cette zone est la suivante :

$$\text{Si } x \leqslant a \text{ alors } \quad P(x) = P_0\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2} \qquad \text{éq 2.1-3}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

σ_{yy} au point G (solution analytique).

Déplacements en trois points du bord (non-régression sauf pour G analytique).

σ_{yy} dans des mailles s'appuyant sur G (non-régression).

Statut et jeu en plusieurs points de la surface de contact (analytique).

2.3 Incertitudes sur la solution

Le calcul analytique bien que valable pour $a \ll R$ donne en général une très bonne approximation de la solution.

2.4 Référence bibliographique

Bibliographie

1: HERTZ H, Über die Berührung fester elastischer Körper, 1881
2: DUMONT G, La méthode des contraintes actives appliquée au contact unilatéral, 1993

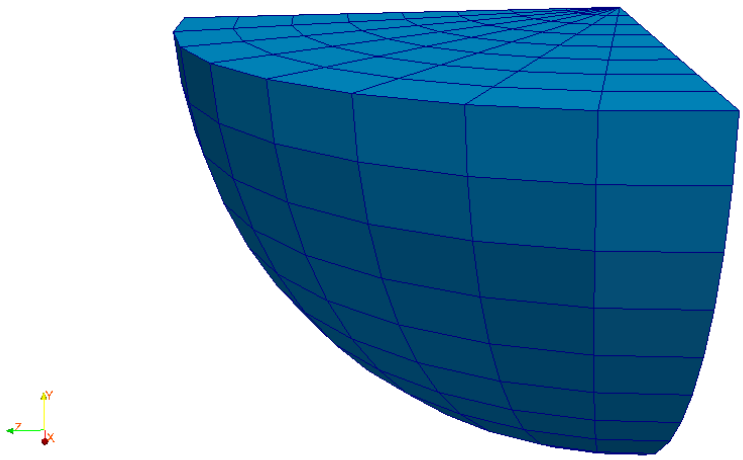
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Pour cause de symétrie, un seul quart d'hémisphère est représenté, une condition de type liaison unilatérale permet de compléter la modélisation.
Dans cette modélisation, les points H et H_p (respectivement I et I_p) sont les mêmes points (par rapport à ceux décrits dans la géométrie) mais situés sur les deux faces supportant les conditions de symétrie.
Les résultats obtenus avec cette modélisation servent de référence (AUTRE_ASTER) pour les modélisations tridimensionnelles I et J.

3.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 1849.
Mailles : 96 TETRA4, 2936 PENTA6, 112 PYRAM5.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (formulation 'LIAISON_UNIL')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M2948$ point G	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	14,0%
σ_{yy} maille $M2948$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%
σ_{yy} maille $M2960$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%
σ_{yy} maille $M2972$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%
σ_{yy} maille $M2984$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%
σ_{yy} maille $M2996$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%
σ_{yy} maille $M3008$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%
σ_{yy} maille $M3020$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

σ_{yy} maille $M3032$ point G	'NON_REGRESSION'	-3176,3 N	1,0E-4%
DX point G	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX point H	'NON_REGRESSION'	-0,11343 mm	1,0E-4%
DZ point H_p	'NON_REGRESSION'	-0,11343 mm	1,0E-4%
DY point H	'NON_REGRESSION'	-0,16291 mm	1,0E-4%
DY point H_p	'NON_REGRESSION'	-0,16291 mm	1,0E-4%
DX point I	'NON_REGRESSION'	-0,17845 mm	1,0E-4%
DZ point I_p	'NON_REGRESSION'	-0,17845 mm	1,0E-4%
DY point I	'NON_REGRESSION'	-0,62966 mm	1,0E-4%
DY point I_p	'NON_REGRESSION'	-0,62966 mm	1,0E-4%

3.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation tridimensionnelle sont en bon accord avec la solution analytique. On constate de plus que le maillage rayonnant permet de conserver l'axisymétrie du problème, c'est pourquoi les résultats obtenus en chaque maille qui concoure au point G sont similaires.
Cette modélisation valide l'utilisation d'une condition unilatérale fonction de l'espace, c'est-à-dire dont le « jeu » n'est pas le même pour tous les nœuds contraints. Les résultats obtenus sont identiques à une modélisation du contact.

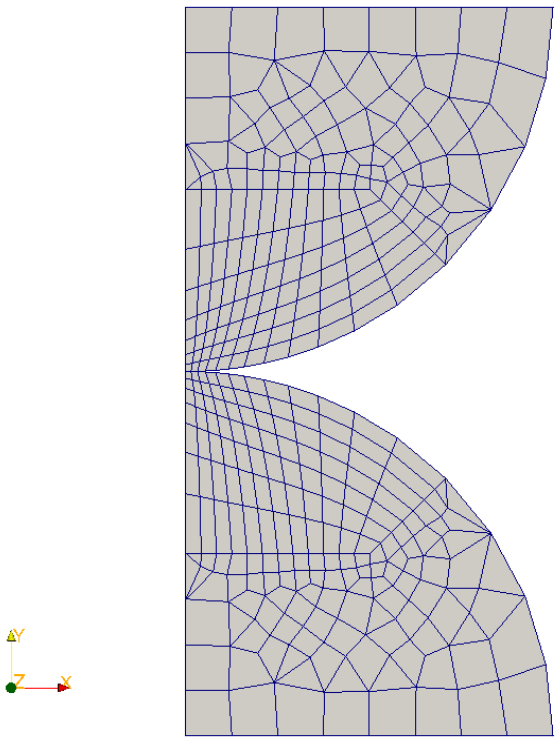
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Trois calculs sont réalisés avec des options d'appariement ou des algorithmes de contact différents.

4.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 376 nœuds.

Mailles : 30 TRIA3 et 324 QUAD4.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (algorithme 'PENALISATION', appariement nodal, normale esclave)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,111338 mm	-
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,161811 mm	-
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,168635 mm	-
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,628585 mm	-

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Second calcul (algorithme 'PENALISATION')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,108104 mm	-
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,164375 mm	-
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,160912 mm	-
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,631411 mm	-

Troisième calcul (algorithme 'CONTRAINTE')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,108104 mm	-
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,164375 mm	-
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,160912 mm	-
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,631409 mm	-

4.4 Remarques

L'écart entre la pression de contact au point G et la solution analytique s'explique d'une part par l'extrapolation (passage points de Gauss vers nœuds) et d'autre part par le faible raffinement du maillage.
On constate que les algorithmes de contact 'PENALISATION' et 'CONTRAINTE' donnent exactement les mêmes résultats et que l'appariement nodal permet de conserver la symétrie du problème tout en donnant des résultats très proches de l'appariement nœud-facette.

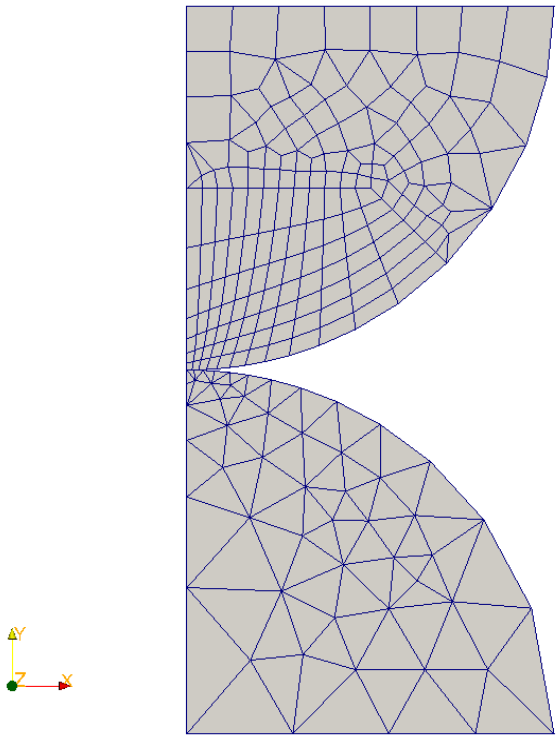
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation D

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Deux calculs sont réalisés avec des options d'appariement différentes. Dans cette modélisation, l'écrasement imposé va jusqu'à $10\,mm$.

5.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 243.

Mailles : 100 TRIA3, 162 QUAD4.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (méthode 'PENALISATION', lissage)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	7,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	1,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	15,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	2,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	14,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	3,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	6,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	15,0%

Second calcul (méthode 'CONTRAINTE', appariement nodal et normale esclave)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	2,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	1,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	4,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	4,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	18,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	13,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	3,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	28,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	20,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	2,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	38,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	27,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	1,0%

Troisième calcul (méthode 'CONTINUE', lissage)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	7,5%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	1,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	3,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	2,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	14,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	4,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	9,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	15,0%

5.4 Remarques

Le maillage est constitué de 2 demi-sphères maillées différemment (la sphère supérieure est en QUAD4, la sphère inférieure en TRIA3). La pression de contact relevée sur la surface supérieure est en bon accord avec la solution analytique (l'écart de l'ordre de 5% s'explique par l'extrapolation).
Sur la surface inférieure, on constate au contraire des écarts non négligeables car il existe 2 mailles qui concourent au point G' (maillage de TRIA3), cependant si on fait la moyenne des résultats obtenus sur ces 2 mailles, on retrouve une pression en bon accord avec la solution analytique.

S'agissant du second calcul les erreurs importantes sont dues à l'utilisation d'un appariement nodal alors que le maillage n'est pas compatible.

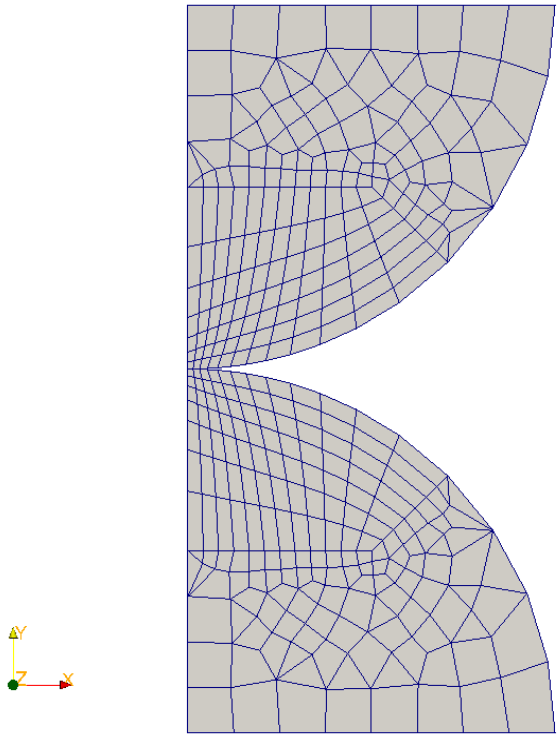
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation E

6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS avec la formulation CONTINUE du contact. Cette modélisation valide la fonctionnalité GLISSIERE en relâchant l'écrasement imposé.

6.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 376 nœuds.

Mailles : 30 TRIA3 et 324 QUAD4.

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'NON_REGRESSION'	-2971,37 N	1,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,110211 mm	3,0%
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,162911 mm	1,0%
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,165946 mm	4,0%
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,629666 mm	0,5%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Statut *CONT* nœud *N72* instant 0.2	'ANALYTIQUE'	0	0,1
Statut *CONT* nœud *N80* instant 0.2	'ANALYTIQUE'	0	0,1
Statut *CONT* nœud *N81* instant 0.2	'ANALYTIQUE'	0	0,1
Statut *CONT* nœud *N72* instant 0.5	'ANALYTIQUE'	0	0,1
Statut *CONT* nœud *N80* instant 0.5	'ANALYTIQUE'	0	0,1
Statut *CONT* nœud *N81* instant 0.5	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N72* instant 1.0	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N80* instant 1.0	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N81* instant 1.0	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N72* instant 1.5	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N80* instant 1.5	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N81* instant 1.5	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Jeu *JEU* nœud *N72* instant 1.5	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-8
Jeu *JEU* nœud *N80* instant 1.5	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-8
Jeu *JEU* nœud *N81* instant 1.5	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-8
Statut *CONT* nœud *N72* instant 2.0	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N80* instant 2.0	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Statut *CONT* nœud *N81* instant 2.0	'ANALYTIQUE'	2	0,1
Jeu *JEU* nœud *N72* instant 2.0	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-8
Jeu *JEU* nœud *N80* instant 2.0	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-8
Jeu *JEU* nœud *N81* instant 2.0	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-8

6.4 Remarques

Les résultats obtenus avec la formulation CONTINUE sont très proches de ceux obtenus en formulation DISCRETE et en bon accord avec la solution analytique.
Les différences constatées sur les déplacements s'expliquent par le schéma d'intégration utilisé en formulation CONTINUE : il s'agit d'un schéma aux nœuds qui ne permet pas de correctement traiter la nullité du Jacobien sur l'axe de révolution.

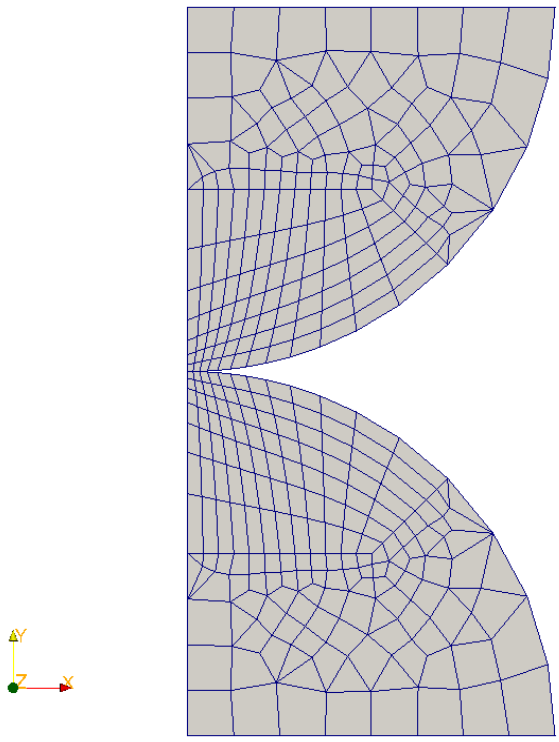
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation F

7.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Quatre calculs sont réalisés avec des options d'appariement ou des algorithmes de contact différents.

7.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 376 nœuds.

Mailles : 30 TRIA3 et 324 QUAD4.

7.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (appariement nodal, normale maître-esclave et algorithme 'PENALISATION')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,110211 mm	-
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,162912 mm	-
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,165946 mm	-
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,629667 mm	-

Second calcul (normale maître-esclave, algorithme 'PENALISATION')

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,110678 mm	-
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,162865 mm	-
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,167194 mm	-
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,628961 mm	-

Troisième calcul (normale maître-esclave, algorithme 'CONTRAINTE')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,110678 mm	-
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,162901 mm	-
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,167194 mm	-
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,628947 mm	-

Quatrième calcul (lissage, normale maître-esclave et algorithme 'CONTRAINTE')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	7,0%
DX nœud $N291(G)$	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,110211 mm	-
DY nœud $N287(H)$	'NON_REGRESSION'	-0,162911 mm	-
DX nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,165946 mm	-
DY nœud $N285(I)$	'NON_REGRESSION'	-0,629666 mm	-

7.4 Remarques

Sur cette modélisation, on constate que le lissage permet de retrouver la symétrie du problème (nœuds parfaitement en vis-à-vis une fois le contact établi), le dernier calcul obtenant en effet les mêmes résultats qu'en appariement nodal.
Les valeurs obtenues sont en bon accord général avec les solutions analytiques.

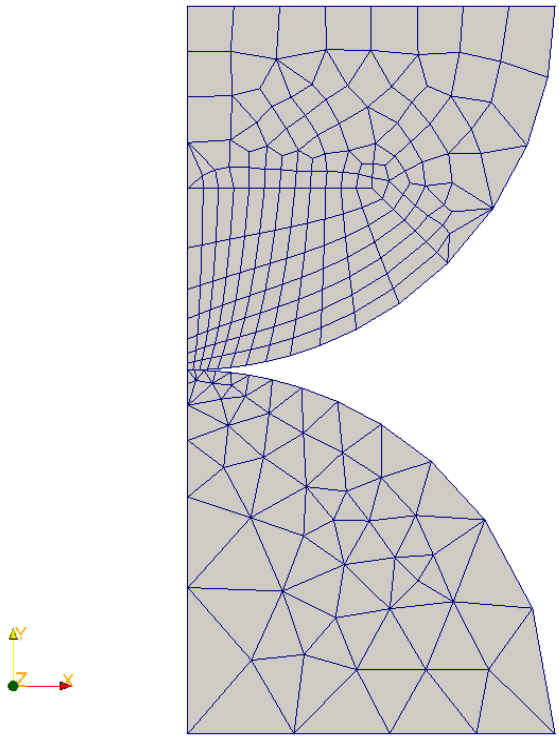
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Modélisation G

8.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Deux calculs sont réalisés avec des options d'appariement différentes. Dans cette modélisation, l'écrasement imposé va jusqu'à $10\,mm$.

8.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 243.

Mailles : 100 TRIA3, 162 QUAD4.

8.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (lissage, normale maître-esclave et algorithme 'PENALISATION')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	8,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	1,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	6,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	15,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	1,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	14,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	4,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	14,5%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	8,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	15,0%

Second calcul (lissage, normale maître-esclave et algorithme 'CONTRAINTE')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	8,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	1,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	6,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	1,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	14,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	4,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	14,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	8,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	15,0%

8.4 Remarques

Le maillage est constitué de 2 demi-sphères maillées différemment (la sphère supérieure est en QUAD4, la sphère inférieure en TRIA3). La pression de contact relevée sur la surface supérieure est en bon accord avec la solution analytique (l'écart de l'ordre de 5% s'explique par l'extrapolation).
Sur la surface inférieure, on constate au contraire des écarts non négligeables car il existe 2 mailles qui concourent au point G' (maillage de TRIA3), cependant si on fait la moyenne des résultats obtenus sur ces 2 mailles, on retrouve une pression en bon accord avec la solution analytique.

Les deux algorithmes de contact utilisés donnent sensiblement les mêmes résultats.

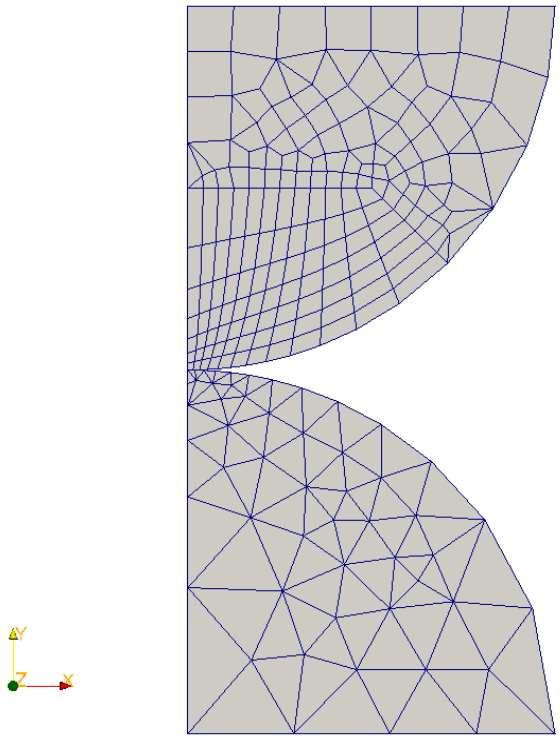
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation H

9.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Un seul calcul avec pénalisation du contact est réalisé. Dans cette modélisation, l'écrasement imposé va jusqu'à $10\,mm$.

9.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 243.

Mailles : 100 TRIA3, 162 QUAD4.

9.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (lissage, algorithme 'PENALISATION')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	7,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	1,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-1978,7 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 2.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	15,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	2,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	3,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 3.0	'ANALYTIQUE'	-3427,2 N	14,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	3,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 4.0	'ANALYTIQUE'	-3957,4 N	15,0%
σ_{yy} maille $M31$ nœud $N291(G)$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	6,0%
σ_{yy} maille $M286$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	4,0%
σ_{yy} maille $M293$ nœud $N55(G')$ instant 5.0	'ANALYTIQUE'	-4424,5 N	15,0%

9.4 Remarques

Le maillage est constitué de 2 demi-sphères maillées différemment (la sphère supérieure est en QUAD4, la sphère inférieure en TRIA3). La pression de contact relevée sur la surface supérieure est en bon accord avec la solution analytique (l'écart de l'ordre de 5% s'explique par l'extrapolation).
Sur la surface inférieure, on constate au contraire des écarts non négligeables car il existe 2 mailles qui concourent au point G' (maillage de TRIA3), cependant si on fait la moyenne des résultats obtenus sur ces 2 mailles, on retrouve une pression en bon accord avec la solution analytique.

Le coefficient de pénalisation utilisé ici (grand devant $R_{sphere} * E$) permet d'obtenir des résultats comparables à ceux des algorithmes exacts de dualisation (modélisation G).

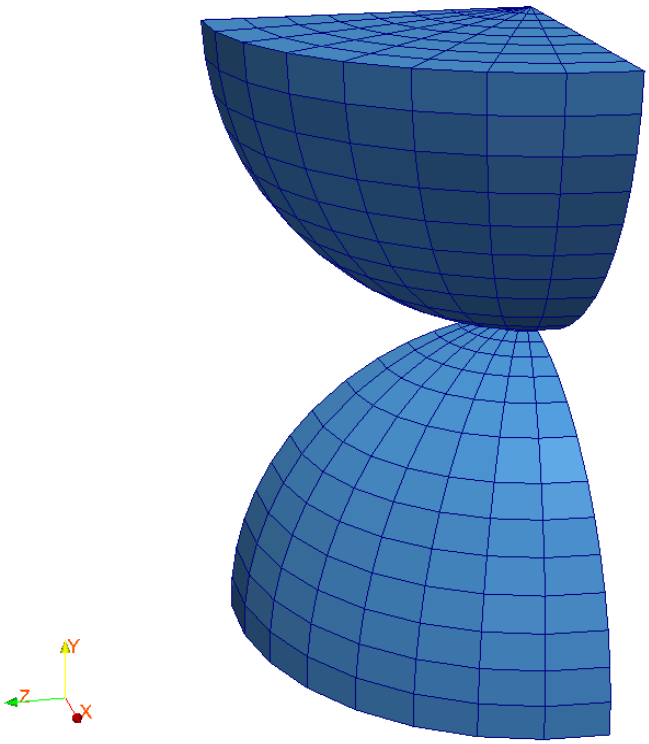
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Modélisation I

10.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Un seul calcul avec les paramètres par défaut du contact est réalisé. Dans cette modélisation, les points H et H_p (resp. I et I_p) sont les mêmes points (par rapport à ceux décrits dans la géométrie) mais situés sur les deux faces supportant les conditions de symétrie.

10.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 3698.

Mailles : 192 TETRA4, 5872 PENTA6, 224 PYRAM5.

10.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (algorithme 'CONTRAINTE')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M5884$ point G	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	14,0%
σ_{yy} maille $M5884$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%
σ_{yy} maille $M5896$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%
σ_{yy} maille $M5908$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%
σ_{yy} maille $M5920$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

σ_{yy} maille $M5932$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%
σ_{yy} maille $M5944$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%
σ_{yy} maille $M5956$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%
σ_{yy} maille $M5968$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	2,0%
DX point G	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX point H	'AUTRE_ASTER'	-0,11343 mm	4,0%
DZ point H_p	'AUTRE_ASTER'	-0,11343 mm	4,0%
DY point H	'AUTRE_ASTER'	-0,16291 mm	2,0%
DY point H_p	'AUTRE_ASTER'	-0,16291 mm	2,0%
DX point I	'AUTRE_ASTER'	-0,17845 mm	3,0%
DZ point I_p	'AUTRE_ASTER'	-0,17845 mm	3,0%
DY point I	'AUTRE_ASTER'	-0,62966 mm	0,1%
DY point I_p	'AUTRE_ASTER'	-0,62966 mm	0,1%

10.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation diffèrent jusqu'à 4 % de la référence (modélisation A) : c'est parce que la non-linéarité géométrique du contact est volontairement résolue grossièrement (critère fixé à 5 %). On constate que le maillage rayonnant permet de conserver l'axisymétrie du problème, c'est pourquoi les résultats obtenus en chaque maille qui concoure au point G sont similaires.

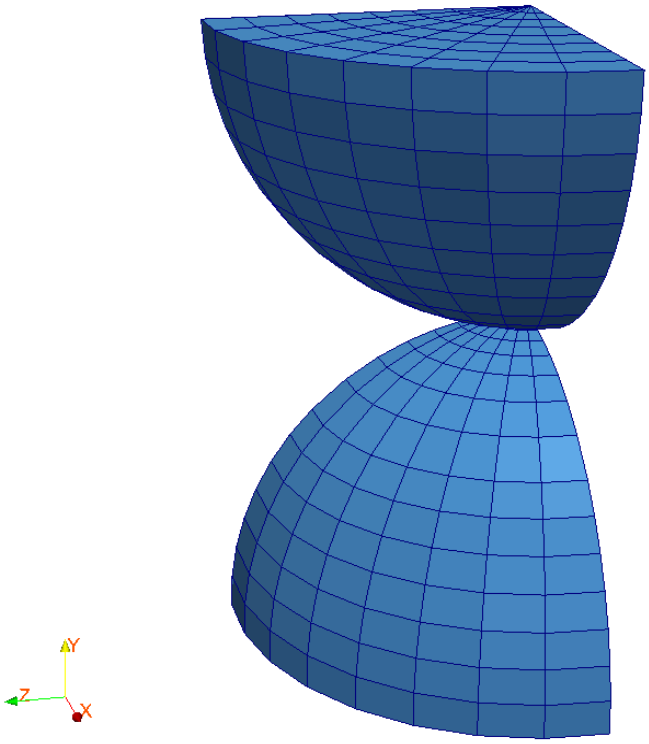
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation J

11.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Un seul calcul avec une variante de l'algorithme de contact par défaut est réalisé.
Dans cette modélisation, les points H et H_p (resp. I et I_p) sont les mêmes points (par rapport à ceux décrits dans la géométrie) mais situés sur les deux faces supportant les conditions de symétrie.

11.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 3698.

Mailles : 192 TETRA4, 5872 PENTA6, 224 PYRAM5.

11.3 Grandeurs testées et résultats

Premier calcul (algorithme 'GCP')

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} maille $M5884$ point G	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	14,0%
σ_{yy} maille $M5884$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%
σ_{yy} maille $M5896$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%
σ_{yy} maille $M5908$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

σ_{yy} maille $M5920$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%
σ_{yy} maille $M5932$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%
σ_{yy} maille $M5944$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%
σ_{yy} maille $M5956$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%
σ_{yy} maille $M5968$ point G	'AUTRE_ASTER'	-3176,3 N	0,1%
DX point G	'ANALYTIQUE'	0 mm	1.0E-10
DX point H	'AUTRE_ASTER'	-0,11343 mm	0,1%
DZ point H_p	'AUTRE_ASTER'	-0,11343 mm	0,1%
DY point H	'AUTRE_ASTER'	-0,16291 mm	0,1%
DY point H_p	'AUTRE_ASTER'	-0,16291 mm	0,1%
DX point I	'AUTRE_ASTER'	-0,17845 mm	0,1%
DZ point I_p	'AUTRE_ASTER'	-0,17845 mm	0,1%
DY point I	'AUTRE_ASTER'	-0,62966 mm	0,1%
DY point I_p	'AUTRE_ASTER'	-0,62966 mm	0,1%

11.4 Remarques

Les résultats obtenus dans cette modélisation tridimensionnelle sont en très bon accord avec la solution analytique ainsi que la référence (modélisation A). On constate de plus que le maillage rayonnant permet de conserver l'axisymétrie du problème, c'est pourquoi les résultats obtenus en chaque maille qui concoure au point G sont similaires.
Les résultats diffèrent de ceux obtenus par la modélisation I non pas à cause de l'algorithme de résolution du contact mais car le critère de convergence géométrique n'est pas le même (5 % en modélisation I, 1 % en modélisation J).

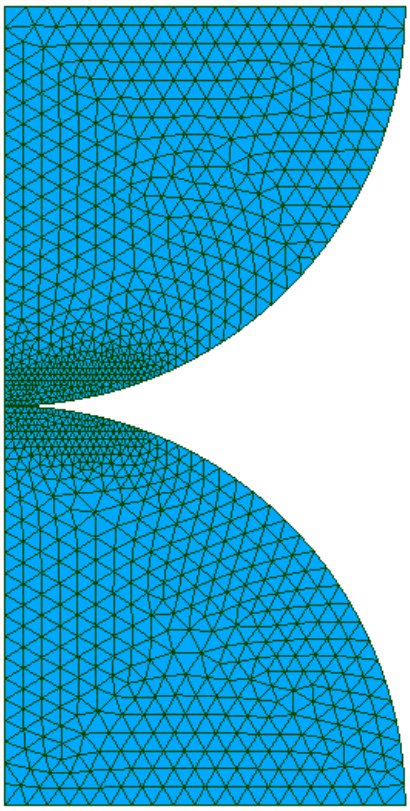
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Modélisation K

12.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Un seul calcul est réalisé avec appariement Mortar et découpage LAC.

12.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 1099.

Mailles : 2008 TRIA3.
Les maillages sont incompatibles au niveau de la zone de contact.

12.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} au point G instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%
σ_{yy} Au point G' instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%

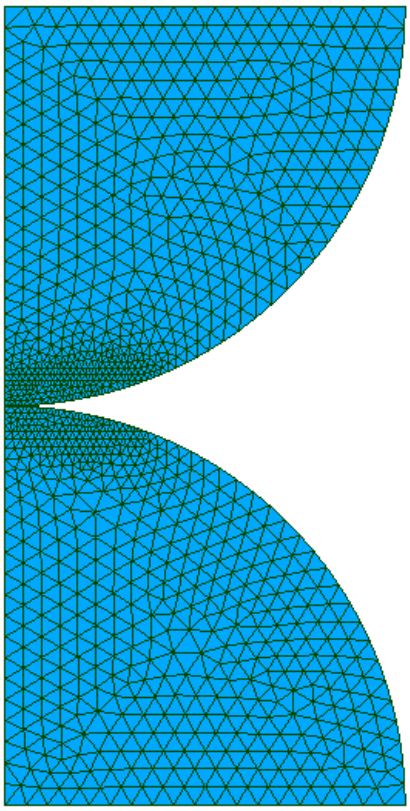
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Modélisation L

13.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Un seul calcul est réalisé avec appariement Mortar et découpage LAC.

13.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 4204.

Mailles : 2008 TRIA6.
Les maillages sont incompatibles au niveau de la zone de contact.

13.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} au point G instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%
σ_{yy} Au point G' instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%

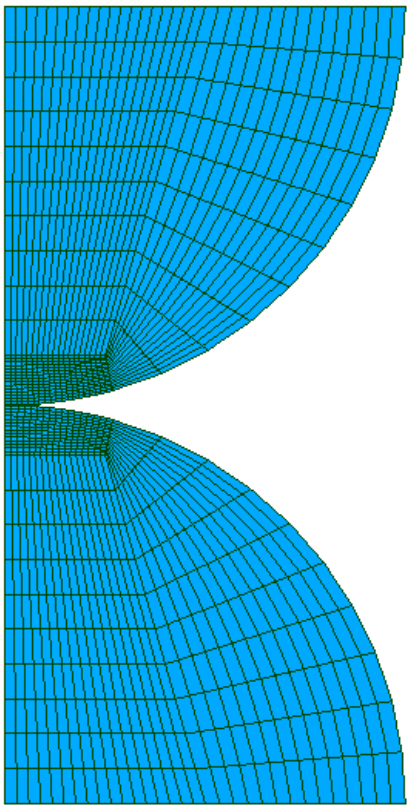
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

14 Modélisation M

14.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Un seul calcul est réalisé avec appariement Mortar et découpage LAC.

14.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 1260.

Mailles : 1173 QUAD4.
Les maillages sont incompatibles au niveau de la zone de contact.

14.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} au point G instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%
σ_{yy} Au point G' instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%

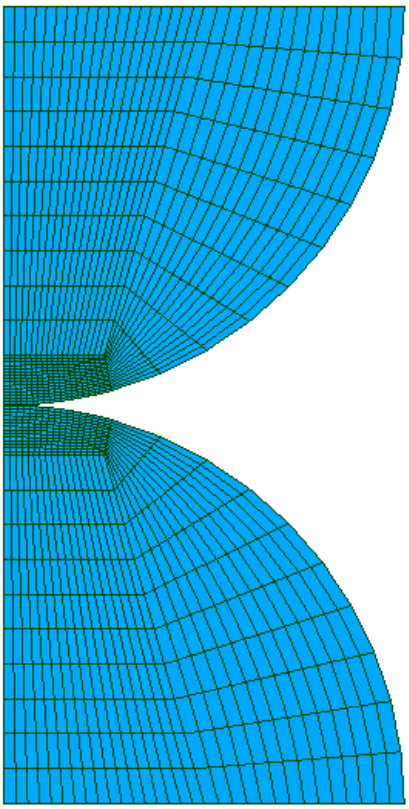
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

15 Modélisation N

15.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS. Un seul calcul est réalisé avec appariement Mortar et découpage LAC.

15.2 Caractéristiques du maillage



Nœuds : 3691.

Mailles : 1173 QUAD8.
Les maillages sont incompatibles au niveau de la zone de contact.

15.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
σ_{yy} au point G instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%
σ_{yy} Au point G' instant 1.0	'ANALYTIQUE'	-2798,3 N	5,0%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

16 Synthèse des résultats

La comparaison dans chacune des modélisations à la référence analytique (limitée au point G) est satisfaisante.

La non-régression des résultats est assurée en testant les déplacements en deux nœuds du bord, H et I. Ces nœuds occupant des positions légèrement différentes selon les modélisations, il ne faut pas chercher à les comparer entre modélisations.

Ce test en géométrie courbe met en évidence, l'utilité de certains paramètres d'appariement tels que :

– le lissage : il s'agit d'un processus de modifications des normales qui servent à écrire les conditions de contact. Bien que les maillages de sphère soient symétriques on constate toujours en pratique un léger décalage sur le dernier point de la surface de contact. Le lissage des normales permet ici de retrouver la symétrie. Ce paramètre s'avère aussi utile pour améliorer la convergence géométrique des modélisations utilisant des maillages grossier (c'est le cas des modélisations $2D$ de ce test).
– L'appariement nodal ou la moyenne de normales (maître-esclave) : peu utilisées en général, ces deux options d'appariement, comme le lissage, permettent de retrouver la symétrie du problème.

La modélisation A où le contact est remplacé par une liaison unilatérale met également en avant le rôle très important joué par la réactualisation géométrique sur la précision des contraintes. En effet cette modélisation permet de supprimer la non-linéarité géométrique de ce problème, elle fournit donc **une solution de référence**. Ainsi lorsque l'on compare les résultats obtenus sur le même problème $3D$ par les modélisations A, I et J, on constate que :
– les valeurs de déplacements obtenues par la modélisation I présentent des écarts allant jusqu'à 4 % par rapport aux deux autres modélisations
– les modélisations A et J trouvent une pression de Hertz identique, tandis que la modélisation I trouve une pression 10% plus faible
– dans la modélisation I le critère géométrique est satisfait à 5% près alors qu'il l'est à 1% dans la modélisation J

Il paraît donc important de satisfaire au mieux le critère géométrique pour obtenir la meilleure précision possible sur les valeurs de contraintes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)