SSNP505 - Plaque multi-fissurée en bitraction-cisaillement avec X-FEM

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider l'approche multi-fissuration avec X-FEM et jonction. Une plaque en déformation plane est sollicitée en bi-traction et cisaillement. Huit fissures sont introduites au centre de la plaque, dont deux avec jonction. On utilise alors RAFF_XFEM pour raffiner autour des fonds de fissure et CALC_G pour calculer les facteurs d'intensité des contraintes.

Un premier test permet de valider l'approche sans contact par comparaison des facteurs d'intensité des contraintes avec une solution semi-analytique. Puis on montre dans un second test que l'ajout du contact, qui corrige certaines interpénétrations, influence les résultats.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

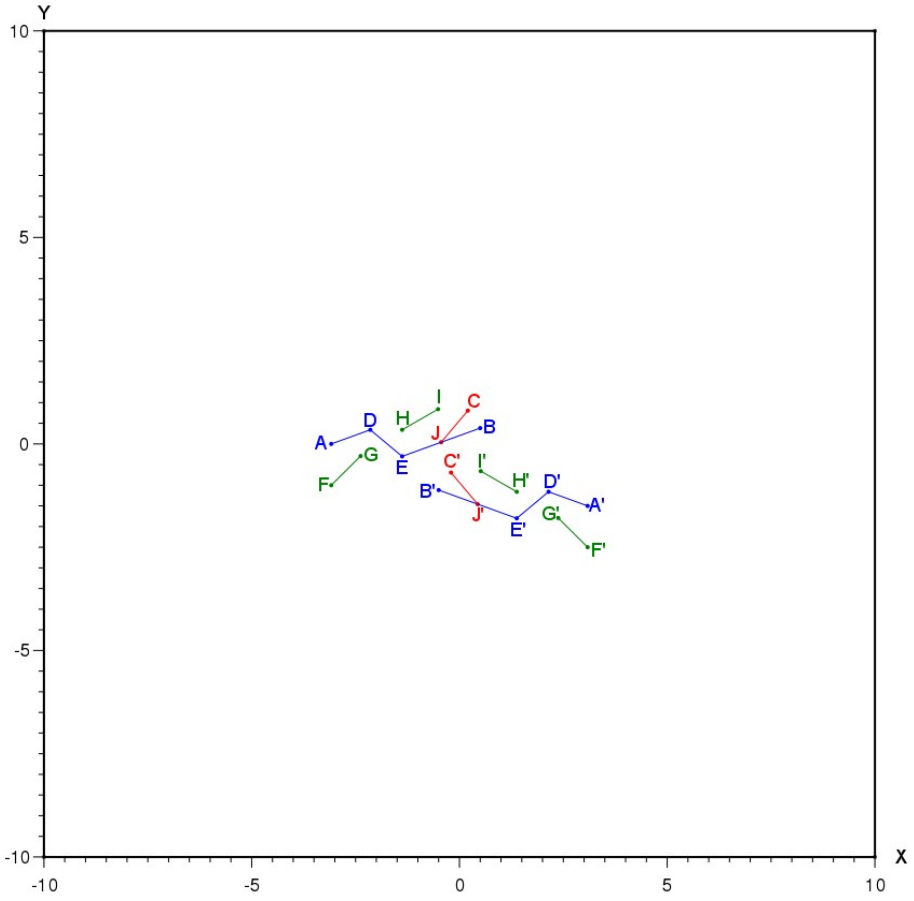
1.1 Géométrie

On considère une plaque carrée de côté $20\,m$ en déformations planes, centrée dans le repère (X,Y). Les fissures sont définies par les points A à J et A' à J', dont les coordonnées sont données dans le tableau 1. Les fissures sont représentées sur la figure 1.

Points	X	Y
A	−3,0851	0,75
B	0,50000	1,13327
C	0,20309	1,55730
D	−2,1454	1,09202
E	−1,3794	0,44923
F	−3,0851	−0,25
G	−2,3780	0,45711
H	−1,3794	1,09202
I	−0,5134	1,59202
J	−0,4397	0,79125

Points	X	Y
A'	3,08512	−0,75
B'	−0,5000	−0,3667
C'	−0,2031	0,05730
D'	2,14543	−0,4080
E'	1,37939	−1,0508
F'	3,08512	−1,75
G'	2,37802	−1,0429
H'	1,37939	−0,4080
I'	0,51336	0,09202
J'	0,43969	−0,7087

Tableau 1 : coordonnées des points définissant les fissures.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Figure 1 : position des points et des fissures.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope avec les propriétés suivantes :

- $E = 0,1\ MPa$
- $\nu = 0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose la contrainte $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sur tout le contour de la structure. Cela correspond à un chargement en bi-traction et cisaillement unitaire. Les modes rigides sont bloqués.

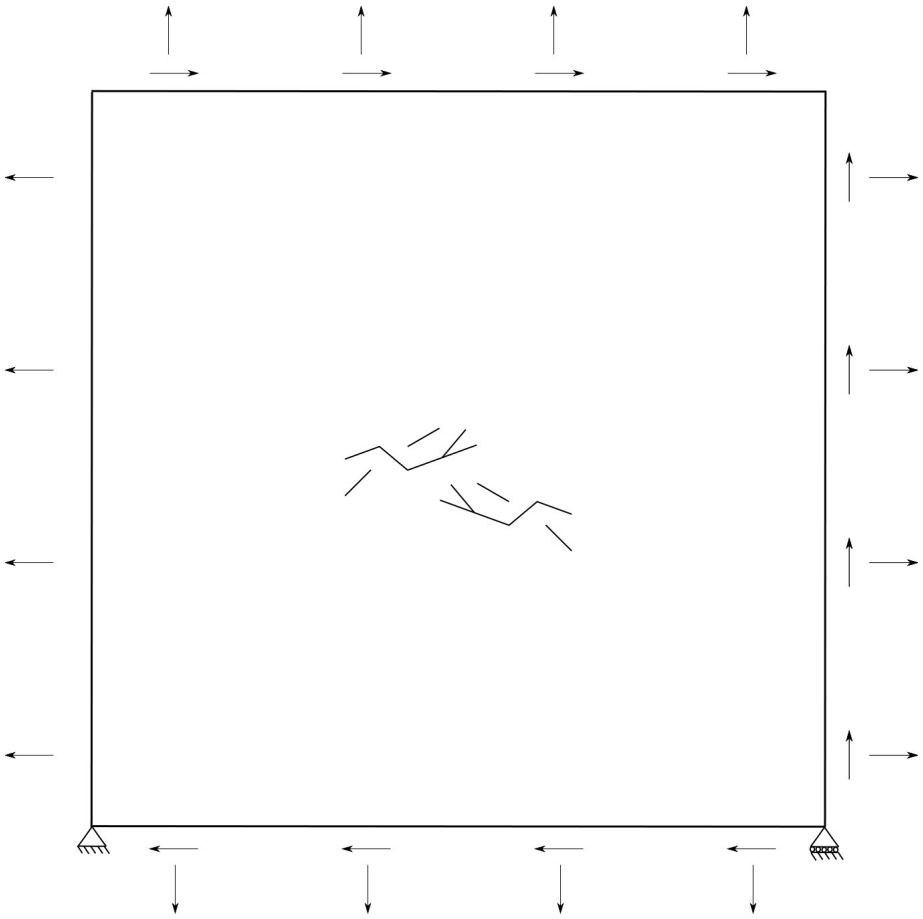


Figure 2 : chargement de la structure.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Le calcul des facteurs d'intensité des contraintes est obtenu dans [1] par une procédure semi-analytique qui consiste à superposer des profils de déplacements vérifiant des conditions de contraintes libres sur les lèvres des fissures.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On compare les valeurs de K_1 et K_2 données dans [1] aux fonds de fissures.

Points	K_1	K_2
A	1,7943	2,8522
B	1,9932	2,4042
C	-1,6920	-0,1337
F	0,0510	0,2894
G	-0,5317	0,1885
H	-0,0517	-0,1979
I	-0,1933	0,0213

Points	K_1	K_2
A'	3,7215	2,3379
B'	2,6700	1,0248
C'	5,3966	-0,1143
F'	4,3255	-0,1661
G'	3,6812	0,9279
H'	0,4157	-0,3947
I'	1,0043	0,0648

Tableau 2 : facteurs d'intensité des contraintes aux fonds de fissures obtenus dans [1].

2.3 Incertitudes sur la solution

Le nombre de chiffres significatifs donnés dans le tableau 2 reflète la qualité de la solution semi-analytique. On peut en effet vérifier la convergence vers ces chiffres dans le cas d'un maillage de plus en plus fin.

2.4 Références bibliographiques

[1] A. K. YAVUZ, S. L. PHOENIX, « Multiple Crack Analysis in Finite Plates », AIAA Journal, Vol 44, No 11, November 2006.

[2] M. SIAVELIS, M. GUITON, P. MASSIN, N. MOËS « Large sliding contact along branched discontinuities xith X-FEM », en relecture, 2012.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation D_PLAN. Les fissures sont introduites avec X-FEM à l'aide des opérandes GROUP_MA_FISS et GROUP_MA_FOND de l'opérateur DEFI_FISS_XFEM. Les points donnés dans le tableau 1 permettent en effet de générer facilement des lignes maillées représentant les fissures de la figure 1. Le contact éventuel entre les lèvres des fissures n'est pas pris en compte pour respecter l'hypothèse de contraintes libres sur les lèvres des fissures de la solution de référence.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage réglé initial composé de 400 mailles de type QUAD4 de la figure 3 est raffiné de manière adaptative en 3 itérations à l'aide des commandes RAFF_XFEM et MACR_ADAP_MAIL. On obtient le maillage final raffiné autour des fonds de fissures de la figure 4, composé de 17105 mailles de type QUAD4 et de 2076 mailles de type TRIA3.

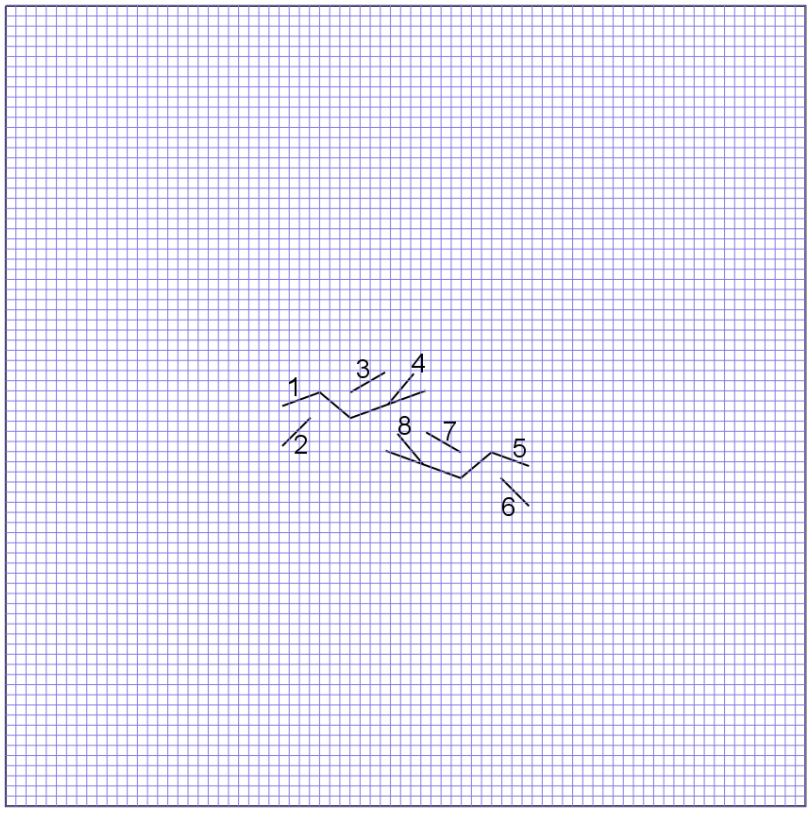


Figure 3 : maillage initial et numérotation des fissures.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

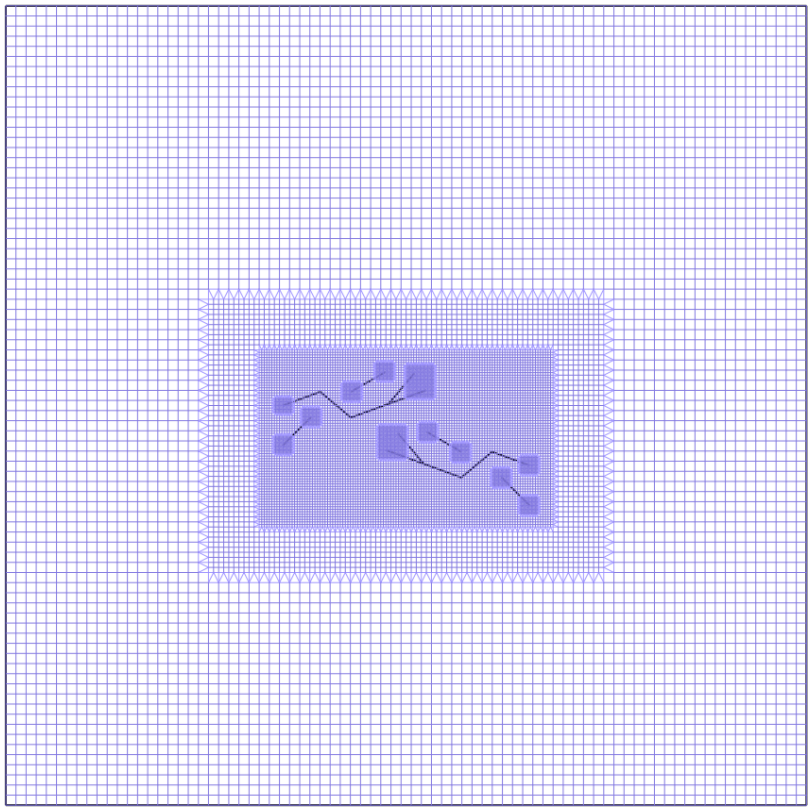


Figure 4 : maillage raffiné autour des fonds de fissure utilisé pour le calcul.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les facteurs d'intensité des contraintes sur les points des fonds de fissure par rapport aux valeurs données dans le tableau 2. Les facteurs d'intensité des contraintes sont calculés à l'aide de l'option CALC_K_G de l'opérateur CALC_G.

Les valeurs sont validées avec une tolérance de 1%. On note cependant qu'il est numériquement possible de converger vers la solution semi-analytique en raffinant le maillage.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point A - K_1	'ANALYTIQUE'	0,0000	1,1%
Point A - K_2	'ANALYTIQUE'	2,8522	1,1%
Point B - K_1	'ANALYTIQUE'	0,0000	1,1%
Point B - K_2	'ANALYTIQUE'	2,4042	1,1%
Point C - K_1	'ANALYTIQUE'	-1,6920	1,1%
Point C - K_2	'ANALYTIQUE'	-0,1337	1,1%
Point F - K_1	'ANALYTIQUE'	0,0510	1,1%
Point F - K_2	'ANALYTIQUE'	0,2894	1,1%
Point G - K_1	'ANALYTIQUE'	0,0000	1,1%
Point G - K_2	'ANALYTIQUE'	0,1885	1,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Point H - K_1	'ANALYTIQUE'	0,0000	1,1%
Point H - K_2	'ANALYTIQUE'	-0,1979	1,1%
Point I - K_1	'ANALYTIQUE'	0,0000	1,1%
Point I - K_2	'ANALYTIQUE'	0,0213	1,1%
Point A' - K_1	'ANALYTIQUE'	0,0000	1,1%
Point A' - K_2	'ANALYTIQUE'	2,3379	1,1%
Point B' - K_1	'ANALYTIQUE'	2,6700	1,1%
Point B' - K_2	'ANALYTIQUE'	1,0248	1,1%
Point C' - K_1	'ANALYTIQUE'	5,3966	1,1%
Point C' - K_2	'ANALYTIQUE'	-0,1143	1,1%
Point F' - K_1	'ANALYTIQUE'	4,3255	1,1%
Point F' - K_2	'ANALYTIQUE'	-0,1661	1,1%
Point G' - K_1	'ANALYTIQUE'	3,6812	1,1%
Point G' - K_2	'ANALYTIQUE'	0,9279	1,1%
Point H' - K_1	'ANALYTIQUE'	0,4157	1,1%
Point H' - K_2	'ANALYTIQUE'	-0,3947	1,1%
Point I' - K_1	'ANALYTIQUE'	1,0043	1,1%
Point I' - K_2	'ANALYTIQUE'	0,0648	1,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont les mêmes que celles de la modélisation A. On prend cependant en compte les efforts de contact éventuels entre les lèvres des fissures via l'opérateur DEFI_CONTACT afin de corriger les interpénétrations. L'hypothèse de contraintes libres sur les lèvres des fissures faite pour le calcul de la solution de référence n'est pas respectée pour les fissures où le contact est actif.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est le même que pour la modélisation A.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les facteurs d'intensité des contraintes sur les points des fonds de fissure comme pour la modélisation A. Les écarts liés à la prise en compte du contact sur certains points ne permettent pas de valider l'approche avec la solution semi-analytique de la section 2.1. On fait donc un test de non régression. Cependant l'erreur obtenue par rapport à une solution exacte devrait être du même ordre de grandeur que celle obtenue entre la solution de référence et la solution de la modélisation A. En effet, l'approximation cinématique permettant le calcul des facteurs d'intensité des contraintes est exactement identique pour les modélisation A et B. Seuls les efforts de contact sur certaines lèvres de fissures sont ici ajoutés par rapport à la modélisation A.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point A - K_1	'NON_REGRESSION'	1,7479	1,1%
Point A - K_2	'NON_REGRESSION'	2,7678	1,1%
Point B - K_1	'NON_REGRESSION'	1,2384	1,1%
Point B - K_2	'NON_REGRESSION'	3,1770	1,1%
Point C - K_1	'NON_REGRESSION'	-0,5836	1,1%
Point C - K_2	'NON_REGRESSION'	0,4408	1,1%
Point F - K_1	'NON_REGRESSION'	0,1656	1,1%
Point F - K_2	'NON_REGRESSION'	0,2810	1,1%
Point G - K_1	'NON_REGRESSION'	-0,3466	1,1%
Point G - K_2	'NON_REGRESSION'	0,1555	1,1%
Point H - K_1	'NON_REGRESSION'	-0,0002	1,1%
Point H - K_2	'NON_REGRESSION'	-0,0410	1,1%
Point I - K_1	'NON_REGRESSION'	-0,3366	1,1%
Point I - K_2	'NON_REGRESSION'	0,2531	1,1%
Point A' - K_1	'NON_REGRESSION'	3,6999	1,1%
Point A' - K_2	'NON_REGRESSION'	2,3679	1,1%
Point B' - K_1	'NON_REGRESSION'	2,6639	1,1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Point B' - K_2	'NON_REGRESSION'	1,0261	1,1%
Point C' - K_1	'NON_REGRESSION'	5,4041	1,1%
Point C' - K_2	'NON_REGRESSION'	-0,0961	1,1%
Point F' - K_1	'NON_REGRESSION'	4,3020	1,1%
Point F' - K_2	'NON_REGRESSION'	-0,1591	1,1%
Point G' - K_1	'NON_REGRESSION'	3,6790	1,1%
Point G' - K_2	'NON_REGRESSION'	0,9319	1,1%
Point H' - K_1	'NON_REGRESSION'	0,4022	1,1%
Point H' - K_2	'NON_REGRESSION'	-0,3641	1,1%
Point I' - K_1	'NON_REGRESSION'	0,9760	1,1%
Point I' - K_2	'NON_REGRESSION'	0,0989	1,1%

4.4 Remarques

La figure 5 montre la déformée obtenue. On note une correction des interpénétrations, qui est flagrante pour la fissure 4 avec l'ajout du contact. Cette correction est à l'origine des écarts obtenus sur les facteurs d'intensité des contraintes.

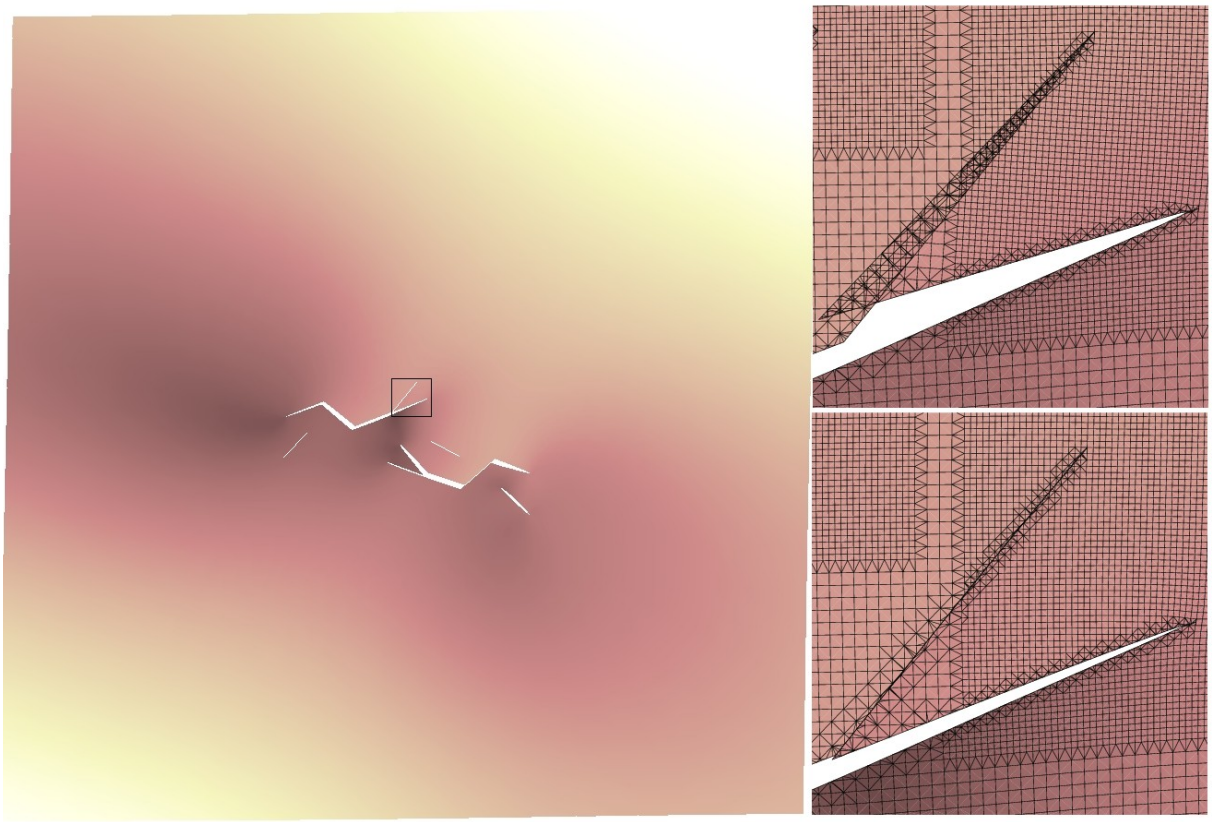


Figure 5 : déformée obtenue avec amplification x1000 (à gauche), zoom sur la fissure 4, sans et avec contact (à droite).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Le premier calcul sans contact permet de valider l'approche multi-fissuration avec jonctions en X-FEM par comparaison des facteurs d'intensité des contraintes à une solution de référence semi-analytique (qui ne prend pas en compte les efforts sur les lèvres des fissures). On note cependant des interpénétrations, bien que la structure soit essentiellement sollicitée en traction. La correction apportée par le second calcul, avec prise en compte du contact, montre que les nouvelles valeurs obtenues pour les facteurs d'intensité des contraintes peut conduire à de légères déviations des directions de propagation [2].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)