SSNP136 – Test de fondation filante avec la loi de Cam-Clay

Résumé
On réalise un test de fondation filante à l'aide de la loi de Cam-Clay. Les solutions calculées sont comparées à des résultats issus du code éléments finis FLAC.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Description du modèle

Le modèle de fondation filante est constitué d'une fondation rigide de largeur B égale à $2\,m$ posée sur un demi-plan représentant un sol poro-élasto-plastique. La fondation est considérée comme étant infiniment longue, de sorte que le problème peut se ramener sur un plan vertical ($2\mathrm{D}$) contenant une section de la fondation (Figure 1). Un déplacement vertical dirigé vers le bas est imposé sur la fondation, et on observe l'évolution du comportement du sol situé sous celle-ci. Le problème présentant également une symétrie par rapport au plan vertical partageant la fondation sur sa longueur en deux parties égales, on représente seulement une moitié du problème. On représente ainsi le sol par un carré de $10\,m$ de coté, suffisamment grand pour ne pas perturber l'évolution du comportement du sol autour de la fondation (hypothèse du demi-plan infini pour le sol).

Le comportement du sol est modélisé par la loi de Cam-Clay. On suppose également la présence d'un fluide (eau) *en condition saturée* (couplage hydro-mécanique).

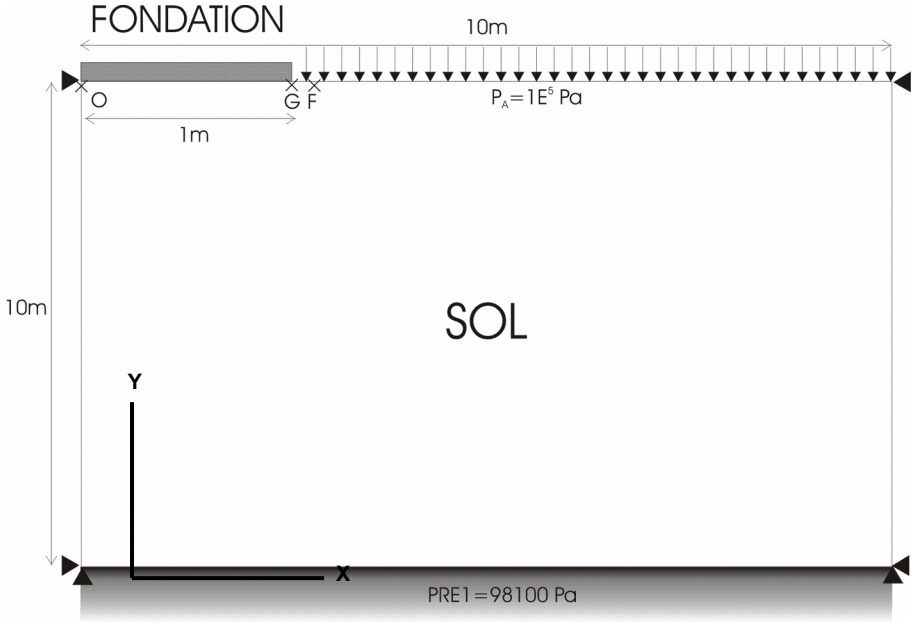


Figure 1 : modèle de la fondation filante.

1.2 Conditions aux limites et conditions initiales

Les conditions aux limites mécaniques sont :

- $Ux=0$ sur les bords latéraux (symétrie horizontale) ;
- $Uy=0$ sur le bord inférieur (symétrie verticale suffisamment loin de la fondation) ;
- une pression imposée $P_A=1.\mathrm{E}^{+5}\,Pa$ (pression atmosphérique) sur le bord supérieur, supposé à l'air libre ;

Les conditions hydrauliques sont :

- Pression interstitielle $PRE1=98100\,Pa$ sur le bord inférieur (drainage vers le bas).

On rappelle que l'absence de conditions aux limites explicites revient pour l'hydraulique à imposer un flux nul sur les bords (condition de non-drainage).
Les conditions initiales dans le sol sont :

- <u>dans le cas sans eau</u>

$$\sigma_y=\rho_S.g.(h-y)+P_A$$
$$\sigma_x=K_0.(\sigma_y-P_A)+P_A$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- dans le cas avec eau

$$\sigma_y = \rho_h . g . (h - y) + P_A$$
$$\sigma_x = K_0 . (\sigma_y - P_A) + P_A$$
$$PRE1 = \rho_e . g . (h - y)$$

ρ_S, ρ_e et $\rho_h = \rho_S + n . \rho_e$ représentent les masses volumiques de sol, de fluide et homogénéisée, respectivement ;
n représente la porosité du sol ;
h représente l'épaisseur du sol (ou la cote de la surface libre), avec $h = 10\,m$;
P_A représente la partie fixe de la contrainte initiale dans le sol, égale à la pression atmosphérique $1.\mathrm{E}^{+5}\,Pa$;
K_0 représente le coefficient de poussée des terres, ici égale à 1.

1.3 Propriétés de matériaux

Les paramètres anélastiques de la loi de Cam-Clay sont :

- la porosité : $n = 0.5$ (correspond à un indice des vides initial $e_0 = \frac{n}{1-n} = 1$) ;
- le coefficient de compressibilité élastique : $\kappa = 0.05$ (pente élastique dans le plan [e, ln(P)]) ;
- le coefficient de compressibilité plastique : $\lambda = 0.2$ (pente plastique dans le plan [e, ln(P)]) ;
- le pente de la droite d'état critique : M = 1.02 (correspond à un angle de frottement de 25.85°) ;
- la pression critique : $P_{CR} = P_{CO}/2 = trace(\sigma)/6 = \sigma_x/3 + \sigma_y/6$;

Les paramètres élastiques du sol sont :

- la masse volumique des grains : $\rho_S = 1900\,kg/m^3$;
- le coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$;
- le module d'Young[1] : $E = 10\,Mpa$;
- les paramètres permettant de contrôler la traction: $K^{cam} = Ptrac = 0$.

Enfin, les paramètres hydrauliques sont:

- la masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1000\,kg/m^3$;
- la viscosité : $\nu = 0.001$;
- la perméabilité intrinsèque[2] : $K^{\mathrm{int}} = 1.\mathrm{E}^{-12}\,m^3/kg/s$;
- le coefficient de compressibilité de l'eau : $K_e = 1.\mathrm{E}^{+10}$;

---

1 On doit choisir un jeu de données (E, ν) satisfaisant la relation : $E < \frac{3(1+\nu)P_0(1+e_0)}{\kappa}$ *à l'état initial*.

Dans notre cas, avec $E = 10\mathrm{MPa}$ et $\nu = 0.3$, on a :

$E < \frac{3(1+\nu)P_0(1+e_0)}{\kappa} = 156.\mathrm{P}_{co}$, où P_{co} représente la pression de consolidation initiale du sol.

Or $P_{co} = trace(\sigma_0)/3$ est strictement croissante en fonction de la profondeur. La valeur minimale de P_{co} est donc atteinte à la surface libre, et vaut $P_{co,min} = P_A = 10^{+5}\,Pa$. Donc $E = 10\mathrm{MPa} < 15\,MPa$.

2 La conductivité hydraulique s'écrit : $\lambda = \frac{\rho_e g K^{\mathrm{int}}}{\nu} \approx 1.\mathrm{E}^{-5}\,m/s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.4 Chargements

Les chargements sont les suivants :

- la pesanteur $g=9.81\,m/s^2$, dirigée vers le bas ;
- un déplacement vertical descendant imposé à la fondation, variant linéairement de 0 à $D_Y=-0.05\,m$ entre $t_0=0\,s$ et $t_1=1.\mathrm{E}^{+7}\,s$.

Si on considère un pas de temps compris entre $1.\mathrm{E}^{+5}s$ et $1.\mathrm{E}^{+6}s$, on obtient une distance caractéristique de diffusion du fluide entre chaque pas de temps comprise entre $1\,m$ et $10\,m$. Comparée à la taille caractéristique de la fondation ($2\,m$), on peut considérer que le *régime permanent est atteint entre chaque pas de temps*.

1.5 Résultats

Les solutions sont post-traitées aux points O, G et F situés directement sous la fondation, en termes de trajectoires de chargement dans le plan (P',Q). On s'intéresse également à l'évolution de la résultante de la force verticale sur la largeur B de la fondation, en fonction de son enfoncement. On compare les solutions obtenues par Code_Aster à celles calculées par FLAC.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Modélisation A

2.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation A est *bidimensionnelle* et *statique non-linéaire*. Le calcul est réalisé en *mécanique pure*, sans couplage hydro-mécanique (équivalent d'un sol parfaitement drainé).

On peut vérifier dans un premier temps la cohérence de l'état initial (notamment des conditions aux limites avec l'état de pré-consolidation du sol) : l'équilibre mécanique doit être établi lorsque seule la pesanteur agit, donc l'état du système ne doit pas évoluer.

Le déplacement vertical est imposé au GROUP_MA = 'APPUI' représentant l'interface entre la fondation et le sol, et varie entre $0.$ et $-0.05\,m$ en 20 pas de temps entre $t=0.\,s$ et $t=1.\mathrm{E}^{+7}\,s$.

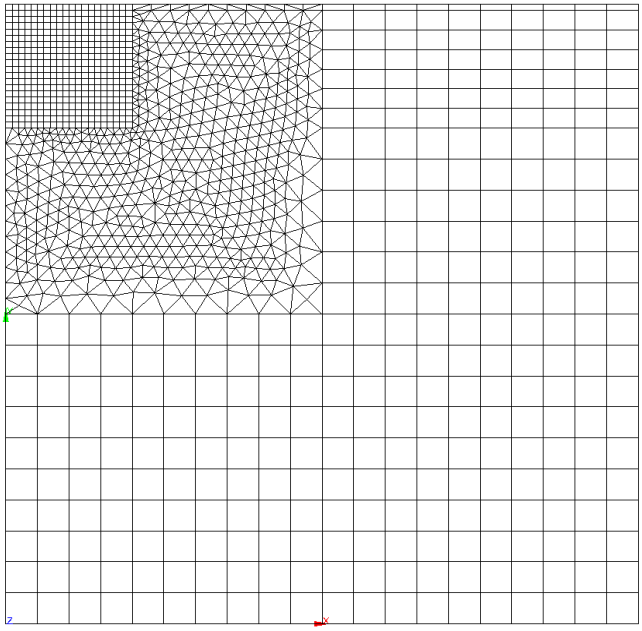


Figure 2 : maillage de la fondation filante pour la modélisation A.

2.2 Grandeurs testées et résultats

Les solutions sont calculées aux points O et F et comparées à des références FLAC. Elles sont d'abord données en termes de contrainte équivalente Q en fonction de la pression de consolidation effective P', et récapitulées dans les tableaux suivants :

$$P'=\frac{1}{3}.trace(\sigma') \;;\qquad Q=\sqrt{\frac{3}{2}s:s} \text{ (où } s=\sigma'-P'.1 \text{)}$$

Au point O :

P' [Pa]	Code_Aster [Pa]	FLAC [Pa]	erreur relative
102000	434	450	-0.035%
110000	19662	20000	-1.689%
120000	25837	26060	-0.855%
130000	29290	29490	-0.679%
146000	34006	34040	-0.100%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Au point F :

P' [Pa]	Code_Aster [Pa]	FLAC [Pa]	erreur relative
101900	227	76	+199%
100000	4945	4950	-0.110%
98000	9941	10420	-4.593%
96000	15283	16830	-9.190%
94000	20036	21870	-8.385%

On calcule ensuite la résultante des forces exercées sur la fondation en fonction de son enfoncement. Celle-ci est également comparée à la solution donnée par FLAC :

UY [m]	Code_Aster [N/m]	FLAC [N/m]	erreur relative
-0.005	-110105	-108500	+1.479%
-0.02	-129224	-125800	+2.722%
-0.04	-149470	-144600	+3.368%
-0.06	-167066	-160900	+3.832%
-0.0875	-188825	-181100	+4.266%

2.3 Commentaires

La comparaison des solutions données par les deux codes dans les tableaux précédents montre une convergence relativement satisfaisante. Seul l'écart au point F pour $P'=101900\ Pa$ paraît élevé en relatif ($+199\%$), mais est en réalité d'un ordre de grandeur en absolu acceptable par rapport aux autres points.

Pour mieux cerner la comparaison entre les différentes solutions obtenues par Code_Aster et FLAC, on présente sur la Figure **3** la comparaison des trajets de chargements aux points O, G et F dans le plan (P',Q), et sur la Figure **4** la comparaison des résultantes des forces sur la fondation.

En terme de trajet de chargement dans le plan (P',Q) (FIG.**3**), si les solutions coïncident assez bien au point O, elles présentent des écarts relatifs au point F, mais plus significatifs au point G. Ces écarts peuvent s'expliquer par la conjonction de deux facteurs :

- d'une part, les deux codes ne post-traitent pas les solutions de la même façon : Code_Aster aux nœuds et FLAC aux points de Gauss[3] ;
- d'autre part, les points G et F sont situés autour de l'extrémité de la fondation, qui est un endroit assez critique puisque c'est la frontière entre les zones de compression (sous la fondation) et de dilatation du sol (en dehors de la fondation). Les gradients de contrainte y sont élevés d'un point de Gauss à l'autre, et l'on peut ainsi comprendre qu'une extrapolation aux nœuds à partir des points de Gauss les plus proches ne soit qu'imparfaitement représentative des valeurs réelles en ces points de Gauss.

En termes de résultante des forces (figure **4**), les solutions données par Code_Aster et FLAC coïncident relativement bien, mais ont tendance à s'écarter au fur et à mesure que l'enfoncement de la fondation augmente.

3 On pourrait aussi récupérer les solutions de Code_Aster aux points de Gauss, mais il est difficile d'automatiser l'intercomparaison des solutions obtenues par les deux codes dans ce cas-là (TEST_RESU ne le permet pas).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

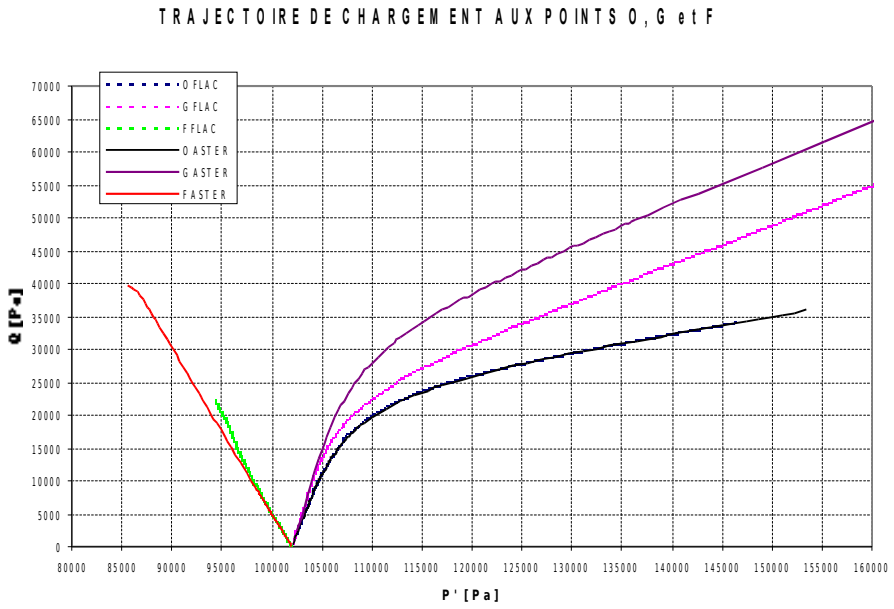


Figure 3 : comparaison des trajets de chargement dans le plan (P',Q) aux points O, G et F donnés par Code_Aster et FLAC pour la modélisation A.

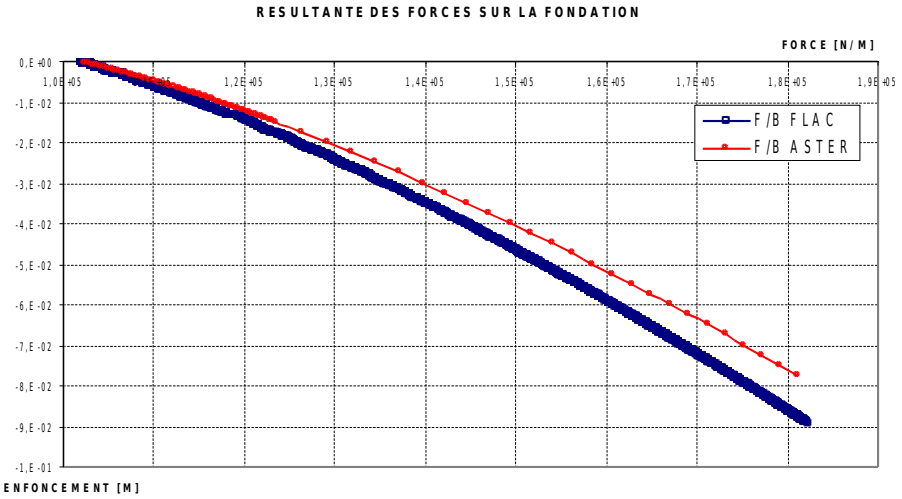


Figure 4 : comparaison des résultantes des forces exercées sur la fondation données par Code_Aster et FLAC pour la modélisation A.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)