SSNA103 - Calage des paramètres du modèle de Weibull

Résumé :

Ce test valide la commande RECA_WEIBULL permettant l'identification des paramètres m et σ_u du modèle de Weibull.

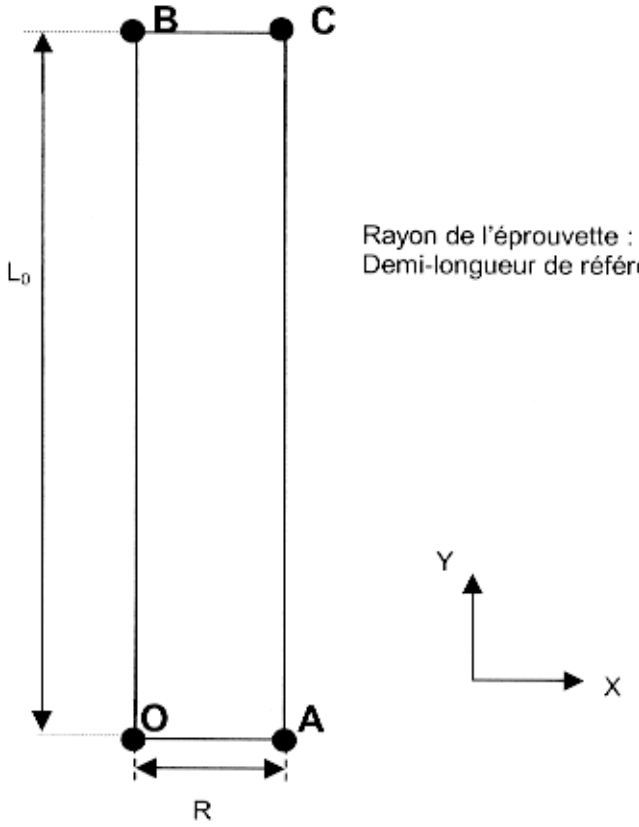
L'identification est réalisée à l'aide d'une base de données constituée de 45 essais, tous réalisés sur éprouvettes cylindriques lisses à trois températures différentes, $-150\,°C$, $-100\,°C$ et $-50\,°C$. Cette base de données est obtenue par tirage aléatoire d'un échantillon représentatif de la loi statistique de Weibull correspondant à des valeurs de m et σ_u fixées arbitrairement.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

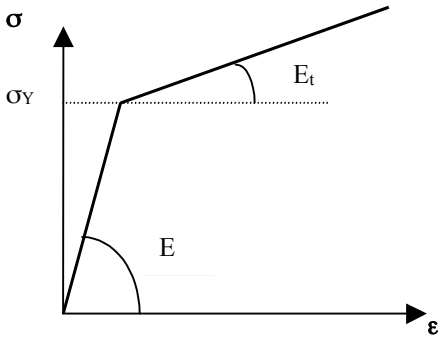
Chaque essai est réalisé sur une éprouvette cylindrique lisse. Pour des raisons évidentes de symétries, une modélisation 2D axisymétrique du quart de la structure est suffisante.



Rayon de l'éprouvette : R = 68 mm.
Demi-longueur de référence pour la mesure de l'élongation : L_0 = 203,5 mm

1.2 Propriétés du matériau

On décrit le comportement du matériau étudié par une loi élasto-plastique de Von Mises à écrouissage isotrope linéaire, 'VMIS_ISOT_LINE'. Les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les déformations linéarisées.



Le coefficient de Poisson ne dépend pas de la température, $\nu = 0,3$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les valeurs du module d'Young E, du module tangent E_t et de la limite d'élasticité sont données dans le tableau suivant :

Température $[°C]$	**–150**	**–100**	**–50**
$E[MPa]$	200000	200000	200000
$Et[MPa]$	2000	2000	2000
$\sigma_Y[MPa]$	750	700	650

1.3 Conditions aux limites et chargements

En se rapportant à la figure du §1.1 les conditions aux limites et chargements sont les suivants :

Sur le segment BC ($Y=L_0$), déplacement imposé suivant la direction OY :

$T[°C]$ **Déplacement (** $l-l_0$ **) à la rupture pour une longueur de référence** l_0 **de** $203.5\,mm$ $[mm]$

Les résultats pour chaque température sont classés par ordre croissant

-50	10,68	28,78	30,31	31,66	32,53	33,90	34,38	35,82	36,69	37,09	37,37	37,49	38,45	39,77	44,39
-100	20,57	21,68	23,32	24,37	24,66	25,59	25,84	27,51	28,44	29,30	29,68	30,16	30,18	30,20	30,95
-150	11,33	14,70	14,79	14,90	18,62	18,87	19,00	19,37	19,61	20,07	21,19	22,79	23,28	24,17	24,41

Sur le segment OA ($Y=0$) déplacements bloqués suivant la direction OY.
Sur le segment OB ($X=0$) déplacements bloqués suivant la direction OX.

1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Aucun calcul n'est nécessaire pour obtenir la solution de référence. Les valeurs m et σ_u (M et SIGM_REFE dans l'option WEIBULL de DEFI_MATERIAU) que l'on cherche à identifier sont connues et permettent de générer la base des données expérimentales. Ainsi, les élongations à rupture sont déterminées de la façon suivante :

Pour chaque couple m et σ_u associé à une température d'essai, un échantillon de 15 valeurs de contrainte de Weibull à la rupture ont été déterminées par tirage aléatoire compte tenu de la loi statistique suivante :

$$P_f(\sigma_w)=1-\exp[-(\frac{\sigma_w}{\sigma_u})^m]$$

La contrainte de Weibull est définie par :

$$\sigma_w=\sqrt[m]{\sum_i (\sigma_I^i)^m \frac{V_i}{V_0}}$$

La sommation porte sur les volumes de matière V_i plastifiés, σ_I^i désignant la contrainte principale maximale dans chacun de ces volumes (le volume V_0 (VOLU_REFE dans l'option WEIBULL de DEFI_MATERIAU) est égal à $(50\mu m^3)$).

Dans le cas d'une sollicitation en traction simple avec l'hypothèse des petites déformations, la contrainte de Weibull, σ_W, s'exprime en fonction de l'élongation à la rupture $(l-l_0)/l_0$., selon :

$$\sigma_w=[E_t(\frac{l-l_0}{l_0})+(1-\frac{E_t}{E})\sigma_Y]\sqrt[m]{\frac{V}{V_0}}$$

On déduit donc de cette expression et du tirage aléatoire précédent les valeurs des allongements à rupture reportées dans le tableau du [§1.3].

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les grandeurs de références de m et σ_u utilisées pour créer les bases d'essais expérimentaux sont les suivantes :

Température $[°C]$	**–50**	**–100**	**–150**
m	24	24	24
σ_u $[MPa]$	2800	2700	2600

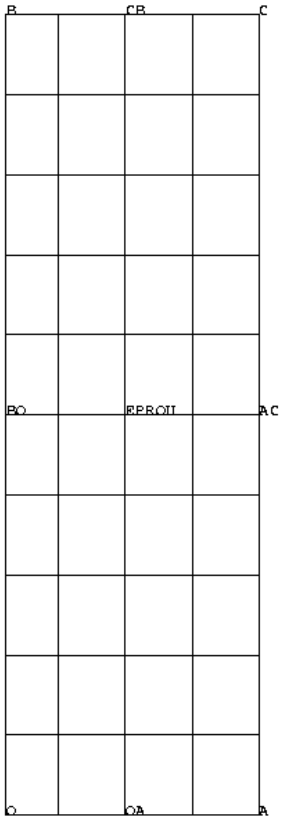
2.3 Incertitudes sur la solution

L'incertitude sur la solution ne peut pas être déterminée de façon précise. Elle peut être assez élevée. En effet, les valeurs de références ne peuvent être retrouvées que si l'on considère des populations expérimentales composées d'un nombre infini d'échantillons.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques du maillage




```
GROUP_MA : CB
GROUP_MA : BO
GROUP_MA : OA
```

Nombre de nœuds : 149
Nombre de mailles et types : 40 éléments QUAD8

3.2 Grandeurs testées et résultats

Identification d'un m commun aux trois bases expérimentales et d'un σ_u par base.

Température $[°C]$	Référence		Valeurs calculées			
			MAXI_VRAI		REGR_LINE	
	m	σ_u $[MPa]$	m	σ_u $[MPa]$	m	σ_u $[MPa]$
–50	24	2800	26,7	2536	16,1	4983
–100	24	2700	26,7	2428	16,1	4642
–150	24	2600	26,7	2372	16,1	4555

3.3 Remarques

En utilisant la méthode du maximum de vraisemblance, bien que l'écart entre les valeurs de (m , σ_u) obtenues avec RECA_WEIBULL et leurs valeurs de référence reste non négligeable, il est conforme au résultat cherché compte tenu du nombre relativement faible d'échantillons utilisés pour le recalage

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

(15 par température). Pour obtenir les valeurs de référence il faudrait considérablement augmenter le nombre d'échantillons par température ($N>1000$). L'écart constaté reste cependant raisonnable (de l'ordre de 10%). Par ailleurs, la croissance de σ_u en fonction de la température est respectée.
Avec la méthode de régression linéaire, l'écart est plus important.

4 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus montrent que la procédure de calage automatique des paramètres du modèles de Weibull fonctionne et donne des résultats cohérents avec les résultats théoriques attendus.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)