SDNV104 - Réponse dynamique d'un patin frottant rigide soumis à une pression et une force de rappel

Résumé

On considère une masse en contact frottant avec un plan rigide. Elle est retenue par un ressort et on lui impose une pression latérale. Le frottement est modélisé par la loi de Coulomb. Le calcul est un calcul dynamique direct.

La solution de référence est analytique.

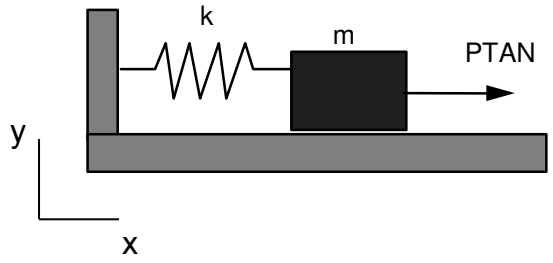
Les modélisations proposées utilisent DYNA_NON_LINE avec une loi de comportement élastique en 2D, pour deux solveurs. Le contact est géré par différentes méthodes disponibles dans AFFE_CHAR_MECA.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Le système considéré est constitué d'un patin : carré de $1\mathrm{m}$ sur $1\mathrm{m}$, posé sur un support. Il est soumis à son poids, à la force de rappel d'un ressort de raideur k et à une pression latérale. Le contact est un contact frottant.



1.2 Propriétés du modèle

Masse :	$7.10^3\,kg$
Raideur du ressort :	$24.10^3\,N/m$
Coefficient de Coulomb :	$0{,}3$
Pesanteur :	$70\,000\,Pa$
Pression Latérale :	$200\,000\,Pa$
Module d'Young du patin :	$2{,}1.10^{11}\,Pa$
Module d'Young du massif :	$1{,}0.10^{11}\,Pa$
Coefficient de poisson :	0

1.3 Conditions aux limites, conditions initiales et chargements

La masse repose sur le plan rigide à la cote $x=0$.

Les chargements de poids et de pression latéral sont appliqués avec une rampe qui atteint son maximum en 0,07 seconde.

Le support est encastré en x et en y.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

La solution de référence est analytique.

Si l'on considère le patin comme suffisamment rigide on peut l'assimiler à une masse ponctuelle, il existe alors une solution analytique à ce problème de masse-ressort frottant. On fait l'hypothèse que l'application du chargement se fait immédiatement (pas de rampe).

Comme $\frac{F_t}{F_n} > \mu$ il n'y a jamais de phase d'adhérence mais seulement du glissement. La force de frottement vaut donc $f = \mu F_n$

On peut écrire l'équation du mouvement ainsi :

$$m\ddot{x} + k x = F_t \pm f$$

On note : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Étape 1 : La force de frottement s'oppose au mouvement qui s'effectue d'abord suivant les x positifs

$$m\ddot{x} + k x = F - f$$

avec une abscisse et une vitesse initiale nulle. On a alors la solution suivante après prise en compte de ces conditions initiales :

$$x(t) = \frac{F-f}{k}(1 - \cos(\omega t))$$

ce résultat est valable tant que la vitesse reste positive soit $\dot{x} \geq 0$, c'est-à-dire jusqu'à $\omega . t = \pi$.

Le premier extremum de la courbe $x(t)$ est $x_1 = 2.\frac{F-f}{k}$.

Étape 2 : La force de frottement change de signe pour s'opposer au mouvement qui se fait maintenant suivant les x négatifs

$$m\ddot{x} + k x = F + f$$

l'abscisse initiale vaut x_1 , et la vitesse initiale est nulle. On a alors, en posant la nouvelle abscisse des temps comme origine à π / ω :

$x(t) = \frac{F+f}{k} + \frac{F-3\mathrm{f}}{k}\cos(\omega t)$, jusqu'à $\omega . t = \pi$.

Le deuxième extremum de la courbe $x(t)$ est $x_2 = \frac{4\mathrm{f}}{k}$.

Étape $2\mathrm{n}-1$ et $2\mathrm{n}$:

On sépare le mouvement selon le signe de la vitesse. Pour une étape impaire le mouvement se fait selon les x positifs. Pour une étape paire, le mouvement se fait suivant les x négatifs.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On démontre par récurrence le résultat suivant :

$$x_{2p-1}=x\left((2p-1)T\right)=\frac{2\left(F-(2p-1)f\right)}{k}$$

$$x_{2p}=x\left(2pT\right)=\frac{4pf}{k}$$

avec $T=\frac{\pi}{\omega}$ et $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$.

L'arrêt du mouvement se produit lorsque x_n est compris entre $\frac{F_t-f}{k}$ et $\frac{F_t+f}{k}$.

2.1 Résultats de référence

Les modélisation proposées ci dessous correspondent à la solution analytique jusqu'à l'arrêt du patin. Par soucis d'économie de temps de calcul, on ne teste que les deux premiers extremum.

Temps (s)	**Déplacement en x (m)**
1,697	14,917
3,393	3,500

2.2 Incertitude sur la solution

La solution analytique donne un résultat exact sous l'hypothèse de corps infiniment rigides. On suppose également que le chargement est appliqué directement (il ne dépend pas du temps).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation B

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD4. Un élément 2D_DIS_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA_NON_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE_CHAR_MECA / CONTACT, avec la méthode PENALISATION.

3.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 42 nombre de mailles et types : 26 QUAD4
26 SEG2

3.3 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, MULT_FRONT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,84	-0.5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

3.4 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, LDLT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation C

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD4. Un élément 2D_DIS_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA_NON_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE_CHAR_MECA / CONTACT, avec la méthode CONTINUE.

4.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 42 nombre de mailles et types : 26 QUAD4
26 SEG2

4.3 Valeurs testées pour la méthode CONTINUE, MULT_FRONT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,84	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

4.4 Valeurs tests pour la méthode CONTINUE, LDLT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation D

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD8. Un élément 2D_DIS_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA_NON_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE_CHAR_MECA / CONTACT, avec la méthode CONTINUE.

5.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 110 nombre de mailles et types : 26 QUAD 8
24 SEG3
2 SEG 2

5.3 Valeurs testées pour la méthode LAGRANGIEN, MULT_FRONT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,83	-0.,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

5.4 Valeurs testées pour la méthode LAGRANGIEN, LDLT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,83	-0.,5%
3,393	3,50	3,62	3,6%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation E

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est D_PLAN. Le patin et le support sont modélisés par des surfaces maillées en QUAD8. Un élément 2D_DIS_T représente le ressort, sa composante non nulle est dans la direction x.

On utilise l'opérateur DYNA_NON_LINE pour effectuer le calcul dynamique. Les efforts de contact sont pris en compte par AFFE_CHAR_MECA / CONTACT, avec la méthode PENALISATION.

6.2 Caractéristiques du maillage



Nombre de nœuds : 110 nombre de mailles et types : 26 QUAD 8
24 SEG3
2 SEG 2

6.3 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, MULT_FRONT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,50%
3,393	3,50	3,62	3,6%

6.4 Valeurs testées pour la méthode PENALISATION, LDLT

t	Référence	*Aster*	% différence
1,697	14,91	14,83	-0,50%
3,393	3,50	3,62	3,6%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sur l'ensemble de ce cas test sont satisfaisants, aussi bien en linéaire qu'en quadratique. Les valeurs obtenues sont à moins de 1% les unes des autres ; et moins de 4% de la solution de référence.

On note que la valeur de référence du deuxième point est plus faible que les deux autres, ce qui augmente artificiellement le pourcentage d'erreur.

Le choix des coefficients de la méthode pénalisée est délicat. Mais on constate qu'une fois les coefficients choisis, le résultat est stable vis à vis du choix des éléments finis et du solveur.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)