TTLV01 – Sphère : échange de chaleur par convection

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique transitoire linéaire.

Il s'agit d'un problème tridimensionnel représenté par quatre modélisations, l'une volumique, les trois autres axisymétriques.

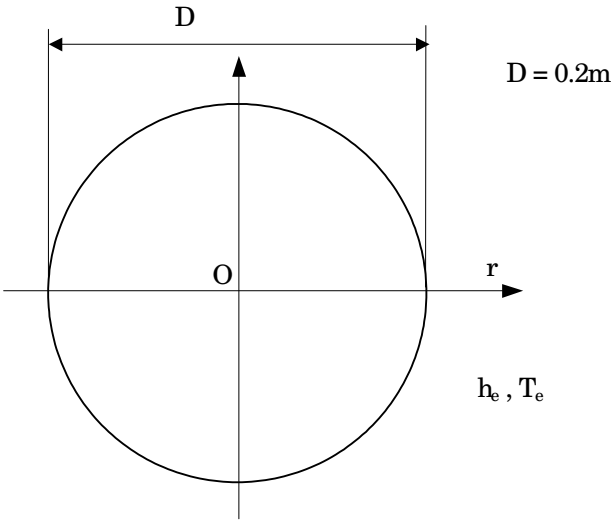
Les fonctionnalités testées sont les suivantes :
- éléments thermiques volumiques,
- éléments thermiques axisymétriques,
- algorithme de thermique transitoire,
- conditions limites : convection.

Les résultats sont comparés avec ceux fournis par VPCS.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

$\lambda = 48.822\, W/m°C$	conductivité thermique
$c_p = 669.0\, J/kg°C$	chaleur spécifique
$\rho = 7200\, kg/m^3$	masse volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Convection sur surface externe avec air :

- $h_e = 232.5\, W/m^2°C$,
- $T_e = 1000°C$.

1.4 Conditions initiales

Température initiale : $T(t=0) = 20°C$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche TTLV01/89 du guide VPCS.

- calcul des coefficients,
- lecture sur abaque de Gurney-Lurie.

2.2 Résultats de référence

Température en surface et au centre de la sphère pour t compris entre $400\,s$ et $2400\,s$

2.3 Incertitude sur la solution

< 2%

En dessous de $600\,s$, l'incertitude augmente (lecture difficile des abaques).

2.4 Références bibliographiques

- Guide de validation des progiciels de calcul de structures. Société Française des Mécaniciens, AFNOR 1990 ISBN 2-12-486611-7

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

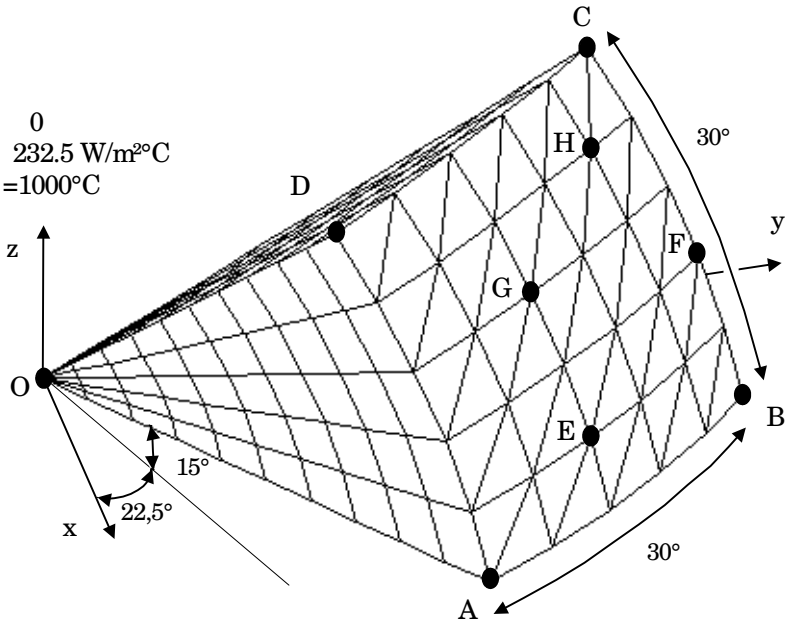
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (PENTA6 et TETRA4)

Conditions limites:

- faces OAB, OAD, ODC, OBC $\phi = 0$
- face ABCD $h = 232.5$ W/m²°C, $T_{ext} = 1000$°C



Point	Noeud
O	N291
A	N292
B	N345
C	N234
D	N179
E	N254
F	N133
G	N5
H	N198

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 361
Nombre de mailles et types : 450 PENTA6, 50 TETRA4 (et 50 TRIA3)

3.3 Remarques

On prend, pour la chaleur volumique, $CP = \rho c_p = 4816800.0\, J/m^3\,°C$.

La condition limite $\varphi = 0.$ est implicite sur les bords libres.

Discrétisation du temps : 36 intervalles

de	0 à	100 secondes :	8	intervalles de	$12.5\, s.$
de	100 à	300 secondes :	8	intervalles de	$25.0\, s.$
de	300 à	700 secondes :	8	intervalles de	$50.0\, s.$
de	700 à	1400 secondes :	7	intervalles de	$100.0\, s.$
de	1400 à	2400 secondes :	5	intervalles de	$200.0\, s.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
			différence	tolérance	différence	tolérance
Températures :						
Au centre ($O:N291$)	$T(°C)$					
t = 400 s	334	340.56	1.965%	5.%	6.56	20.
t = 600 s	500	493.15	-1.371%	5.%	-6.85	20.
t = 800 s	618	610.27	-1.252%	5.%	-7.73	20.
t = 1000 s	706	700.18	-0.824%	5.%	-5.82	20.
t = 1200 s	774	769.35	-0.600%	5.%	-4.65	20.
t = 1400 s	828	822.57	-0.656%	5.%	-5.43	20.
t = 1600 s	872	863.33	-0.994%	5.%	-8.67	20.
t = 1800 s	902	894.73	-0.806%	5.%	-7.27	20.
t = 2000 s	923	918.91	-0.443%	5.%	-4.09	20.
t = 2200 s	942	937.54	-0.474%	5.%	-4.46	20.
t = 2400 s	956	951.89	-0.430%	5.%	-4.11	20.
En surface($A:N292$)	$T(°C)$					
t = 400 s	461	474.82	2.998%	5.%	13.8	20.
t = 600 s	608	596.37	-1.913%	5.%	-11.6	20.
t = 800 s	696	689.64	-0.914%	5.%	-6.36	20.
t = 1000 s	774	761.24	-1.648%	5.%	-12.8	20.
t = 1200 s	828	816.33	-1.410%	5.%	-11.7	20.
t = 1400 s	868	858.70	-1.071%	5.%	-9.30	20.
t = 1600 s	902	891.16	-1.202%	5.%	-10.8	20.
t = 1800 s	923	916.17	-0.741%	5.%	-6.83	20.
t = 2000 s	942	935.42	-0.698%	5.%	-6.58	20.
t = 2200 s	956	950.26	-0.601%	5.%	-5.74	20.
t = 2400 s	962	961.69	-0.033%	5.%	-0.314	20.

4.2 Remarques

Les écarts relatifs sont supérieurs à 2% pour $t=400.s$, inférieurs pour $t\geq 600.s$

En surface, les résultats calculés par *Code_Aster* sont symétriques par rapport à la diagonale AC. L'écart maximal observé, en relatif comme en absolu, est de 0.29% soit $1.4°C$, entre le point A ($N291$) et le point D ($N179$) à l'instant $t=400.s$. Ces écarts diminuent en valeur absolue lorsque le temps augmente.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

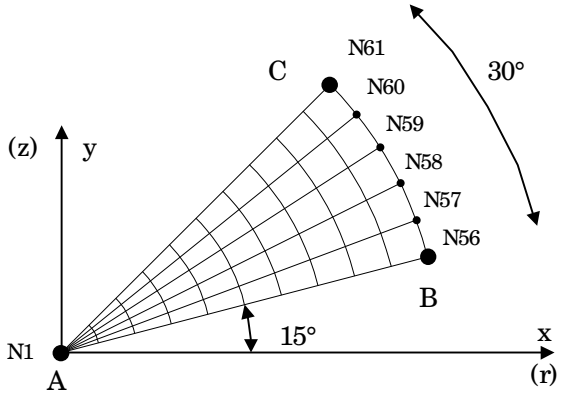
5.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS (TRIA3, QUAD4)

Conditions limites:

- coté AB, AC $\phi = 0$
- coté BC $h = 232.5\ W/m^2°C$
  $T_{ext} = 1000°C$

Point	Noeud
A	N1
B	N56
C	N61



5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 61
Nombre de mailles et types : 45 QUAD4, 5 TRIA3 (et 5 SEG2)

5.3 Remarques

On prend, pour la chaleur volumique, $CP = \rho c_p = 4816800.0\ J/m^3\ °C$.

La condition limite $\varphi = 0.$ est implicite sur les bords libres.

Discrétisation du temps : 36 intervalles

de	0 à	100 secondes :	8	intervalles de	$12.5\ s.$
de	100 à	300 secondes :	8	intervalles de	$25.0\ s.$
de	300 à	700 secondes :	8	intervalles de	$50.0\ s.$
de	700 à	1400 secondes :	7	intervalles de	$100.0\ s.$
de	1400 à	2400 secondes :	5	intervalles de	$200.0\ s.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
			différence	tolérance	différence	tolérance
Températures :						
Au centre (A : N1)	$T(°C)$					
t = 400 s	334	339.95	1.780%	5.%	5.95	20.
t = 600 s	500	492.47	-1.506%	5.%	-7.53	20.
t = 800 s	618	609.59	-1.361%	5.%	-8.41	20.
t = 1000 s	706	699.55	-0.914%	5.%	-6.45	20.
t = 1200 s	774	768.78	-0.675%	5.%	-5.22	20.
t = 1400 s	828	822.05	-0.718%	5.%	-5.95	20.
t = 1600 s	872	862.88	-1.046%	5.%	-9.12	20.
t = 1800 s	902	894.34	-0.849%	5.%	-7.66	20.
t = 2000 s	923	918.58	-0.479%	5.%	-4.42	20.
t = 2200 s	942	937.26	-0.503%	5.%	-4.74	20.
t = 2400 s	956	951.65	-0.455%	5.%	-4.35	20.
En surface (N : N56)	$T(°C)$					
t = 400 s	461	475.14	3.068%	5.%	14.1	20.
t = 600 s	608	596.46	-1.899%	5.%	-11.5	20.
t = 800 s	696	689.58	-0.922%	5.%	-6.42	20.
t = 1000 s	774	761.11	-1.666%	5.%	-12.9	20.
t = 1200 s	828	816.15	-1.431%	5.%	-11.8	20.
t = 1400 s	868	858.51	-1.093%	5.%	-9.49	20.
t = 1600 s	902	890.97	-1.223%	5.%	-11.0	20.
t = 1800 s	923	915.99	-0.760%	5.%	-7.01	20.
t = 2000 s	942	935.26	-0.715%	5.%	-6.74	20.
t = 2200 s	956	950.11	-0.616%	5.%	-5.89	20.
t = 2400 s	962	961.56	-0.046%	5.%	-0.441	20.

6.2 Remarques

Les écarts relatifs sont supérieurs à 2% pour $t=400.s$, inférieurs pour $t\geq 600.s$
L'écart maximal observé entre deux nœuds sur la surface, en relatif comme en absolu, est de 0.012% soit $0{,}055\,°C$, entre le point B ($N56$) et le point C ($N61$) à l'instant $t=400.s$. Ces écarts diminuent en valeur absolue lorsque le temps augmente.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation C

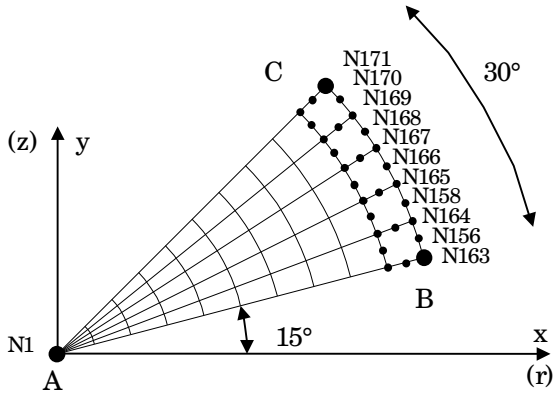
7.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS (TRIA6, QUAD8)

Conditions limites:

- coté AB, AC $\phi = 0$
- coté BC $h = 232.5\ W/m^2°C$
  $T_{ext} = 1000°C$

Point	Noeud
A	N1
B	N163
C	N171



7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 171
Nombre de mailles et types : 45 QUAD8, 5 TRIA6 (et 5 SEG3)

7.3 Remarques

On prend, pour la chaleur volumique, $CP = \rho c_p = 4816800.0\ J/m^3\ °C$.

La condition limite $\varphi = 0.$ est implicite sur les bords libres.

Discrétisation du temps : 36 intervalles

de	0 à	100 secondes :	8	intervalles de	$12.5\ s.$
de	100 à	300 secondes :	8	intervalles de	$25.0\ s.$
de	300 à	700 secondes :	8	intervalles de	$50.0\ s.$
de	700 à	1400 secondes :	7	intervalles de	$100.0\ s.$
de	1400 à	2400 secondes :	5	intervalles de	$200.0\ s.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
			différence	tolérance	différence	tolérance
Températures :						
Au centre (A : N1)	$T(°C)$					
t = 400 s	334	341.10	2.126%	5.%	7.10	20.
t = 600 s	500	493.15	-1.370%	5.%	-6.85	20.
t = 800 s	618	609.65	-1.303%	5.%	-8.05	20.
t = 1000 s	706	699.70	-0.893%	5.%	-6.30	20.
t = 1200 s	774	768.80	-0.672%	5.%	-5.20	20.
t = 1400 s	828	822.00	-0.725%	5.%	-6.00	20.
t = 1600 s	872	862.78	-1.058%	5.%	-9.22	20.
t = 1800 s	902	894.22	-0.863%	5.%	-7.78	20.
t = 2000 s	923	918.45	-0.493%	5.%	-4.55	20.
t = 2200 s	942	937.14	-0.516%	5.%	-4.86	20.
t = 2400 s	956	951.54	-0.467%	5.%	-4.46	20.
En surface (N : N163)	$T(°C)$					
t = 400 s	461	474.78	2.989%	5.%	13.8	20.
t = 600 s	608	596.02	-1.971%	5.%	-12.0	20.
t = 800 s	696	689.12	-0.989%	5.%	-6.88	20.
t = 1000 s	774	760.65	-1.725%	5.%	-13.3	20.
t = 1200 s	828	815.72	-1.483%	5.%	-12.3	20.
t = 1400 s	868	858.12	-1.138%	5.%	-9.88	20.
t = 1600 s	902	890.63	-1.261%	5.%	-11.4	20.
t = 1800 s	923	915.69	-0.792%	5.%	-7.31	20.
t = 2000 s	942	935.00	-0.743%	5.%	-7.00	20.
t = 2200 s	956	949.90	-0.639%	5.%	-6.10	20.
t = 2400 s	962	961.37	-0.065%	5.%	-0.625	20.

8.2 Remarques

Les écarts relatifs sont supérieurs à 2% pour $t=400.s$, inférieurs pour $t\geq 600.s$
Les écarts observés entre les résultats calculés par *Code_Aster* sur deux nœuds de la surface extérieure, sont inférieurs à $0,011°C$ (soit 0.002%).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation D

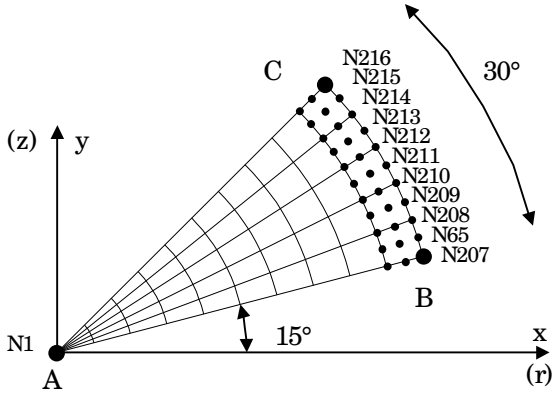
9.1 Caractéristiques de la modélisation

AXIS (TRIA6, QUAD9)

Conditions limites:

- coté AB, AC $\phi = 0$
- coté BC $h = 232.5\ W/m^2°C$
  $T_{ext} = 1000°C$

Point	Noeud
A	N1
B	N207
C	N216



9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 216
Nombre de mailles et types : 45 QUAD9, 5 TRIA6 (et 5 SEG3)

9.3 Remarques

On prend, pour la chaleur volumique, $CP = \rho c_p = 4816800.0\ J/m^3\ °C$.

La condition limite $\varphi = 0.$ est implicite sur les bords libres.

Discrétisation du temps : 36 intervalles

de	0 à	100 secondes :	8	intervalles de	$12.5\ s.$
de	100 à	300 secondes :	8	intervalles de	$25.0\ s.$
de	300 à	700 secondes :	8	intervalles de	$50.0\ s.$
de	700 à	1400 secondes :	7	intervalles de	$100.0\ s.$
de	1400 à	2400 secondes :	5	intervalles de	$200.0\ s.$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
			différence	tolérance	différence	tolérance
Températures :						
Au centre (A : N1)	$T(°C)$					
t = 400 s	334	341.10	2.125%	5.%	7.10	20.
t = 600 s	500	493.14	-1.371%	5.%	-6.86	20.
t = 800 s	618	609.95	-1.303%	5.%	-8.05	20.
t = 1000 s	706	699.70	-0.893%	5.%	-6.30	20.
t = 1200 s	774	768.79	-0.673%	5.%	-5.21	20.
t = 1400 s	828	821.99	-0.726%	5.%	-6.01	20.
t = 1600 s	872	862.78	-1.058%	5.%	-9.22	20.
t = 1800 s	902	894.22	-0.863%	5.%	-7.78	20.
t = 2000 s	923	918.45	-0.493%	5.%	-4.55	20.
t = 2200 s	942	937.13	-0.516%	5.%	-4.87	20.
t = 2400 s	956	951.54	-0.467%	5.%	-4.46	20.
En surface (N : N207)	$T(°C)$					
t = 400 s	461	474.78	2.989%	5.%	13.8	20.
t = 600 s	608	596.01	-1.971%	5.%	-12.0	20.
t = 800 s	696	689.12	-0.989%	5.%	-6.88	20.
t = 1000 s	774	760.65	-1.725%	5.%	-13.4	20.
t = 1200 s	828	815.72	-1.483%	5.%	-12.3	20.
t = 1400 s	868	858.12	-1.138%	5.%	-9.88	20.
t = 1600 s	902	890.63	-1.261%	5.%	-11.4	20.
t = 1800 s	923	915.69	-0.792%	5.%	-7.31	20.
t = 2000 s	942	935.00	-0.743%	5.%	-7.00	20.
t = 2200 s	956	949.89	-0.639%	5.%	-6.11	20.
t = 2400 s	962	961.37	-0.065%	5.%	-0.626	20.

10.2 Remarques

Les écarts relatifs sont supérieur à 2% pour $t=400.s$, inférieurs pour $t\geq 600.s$
Les résultats calculés par *Code_Aster* sur les nœuds de la surface extérieure sont quasiment identiques (maximum : $5.10^{-5}°C$ soit 10^{-7} en relatif).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont satisfaisants. L'écart maximum obtenu (3%) se situe sur la surface extérieure de la sphère pour l'instant t le plus faible. Cet écart diminue lorsque l'instant t augmente.

Quel que soit la modélisation, les résultats sont toujours plus précis au centre qu'à la surface extérieure de la sphère.

A découpage identique les résultats entre les éléments linéaires et quadratiques sont sensiblement les mêmes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)