TTNP201-Transfert thermique avec conductivité dépendante du temps

Résumé :

Ce test consiste à imposer une conductivité variable fonction du temps lors d'un transfert thermique. On applique sur un bord du mur une condition de flux imposé et sur le bord opposé la température reste constante. La conductivité augmente avec le temps et on observe un saut de température sur le bord où l'on impose le flux.

Le problème est traité en PLAN, AXIS et 3D.
La solution de référence est obtenue par la méthode itérative de Crank-Nicholson.

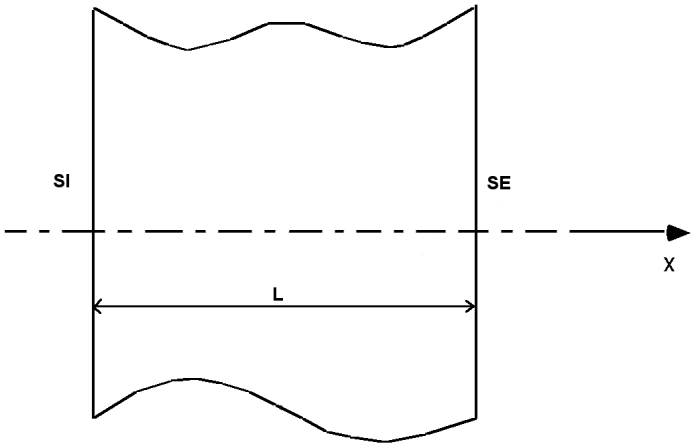
On teste la prise en compte d'un conductivité fonction du temps.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

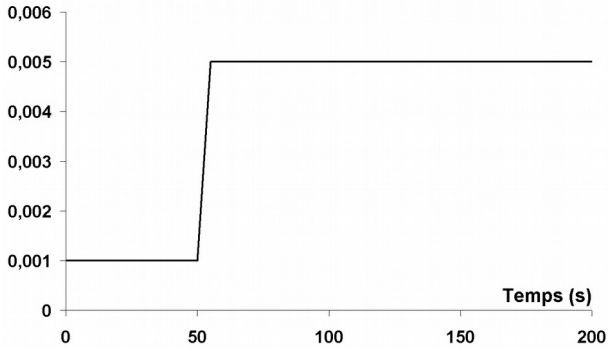
On considère un mur d'épaisseur $L=2\,m$.



1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés thermiques sont :

- $\rho\,Cp=1\,J/m^3\,°C$
- $\lambda(W/m\,°C)$ varie comme suit:



1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le bord SI , on impose un flux refroidissant de $-1\,W/m^2$.
Sur le bord SE , on impose une température de $100\,°C$.

1.4 Conditions initiales

A l'instant initial, la température est uniforme et égale à $100\,°C$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.5 Discrétisation temporelle

Le calcul se déroule sur 200s avec un pas de temps de : $0,1\,s$ entre 0 et 40s puis $0,05\,s$ entre 40s et 80s et enfin $0,1\,s$ jusqu'à 200s .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

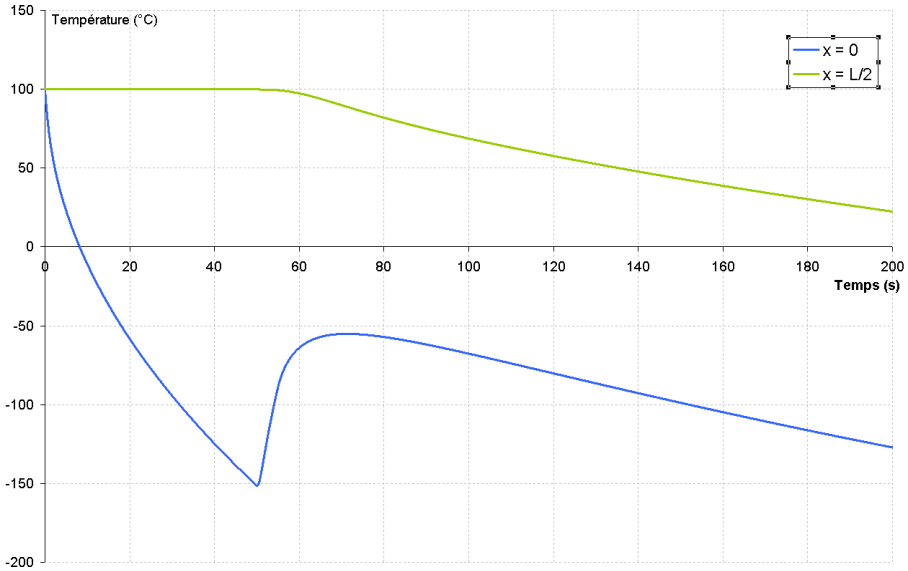
2.1 Méthode de calcul

Il faut résoudre : $\rho Cp\frac{dT(x,t)}{dt}=\lambda(t)\frac{dT(x,t)}{dx}$ avec la condition initiale $T(x,0)=100$ et les conditions aux limites : $-\lambda(t)\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}=-1$ et $T(L,t)=100$

On résout cette équation différentielle avec un schéma itératif de Crank-Nicholson [1] sous scilab.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On observe la température au bord $x=0$ et au milieu du mur $x=\frac{L}{2}$. Lorsque la conductivité augmente entre 50 et 55 secondes, la température au milieu diminue plus rapidement. La chaleur perdue se propage vers les bords où on observe un réchauffement. Ce phénomène est aussi observé lors de calcul de séchage lorsque le coefficient de diffusion dépend de la température. On voit alors une ré-humidification du bord.



Pour la référence du cas test, on relève les valeurs de la température en $x=0$ et en $x=\frac{L}{2}$ à différents instants correspondant à l'apparition du saut de température au pic et à la fin du calcul.

	50s	51s	72s	200s
x=0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
x=L/2	0,0000	Non testée	0,0000	0,0000

2.3 Incertitudes sur la solution

La méthode de résolution nécessite des pas en temps et en espace suffisamment petits pour capter correctement le pic de température. Ici on a utilisé $dx=0,05\,m$ et $dt=0,01\,s$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.4 Références bibliographiques

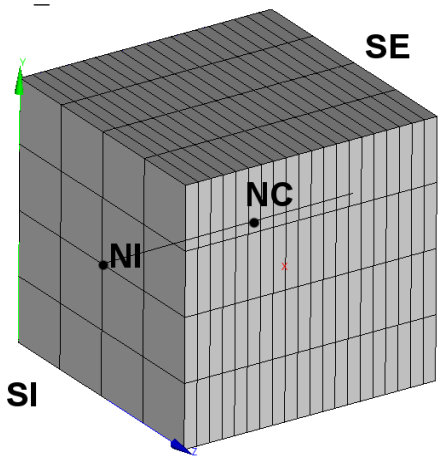
[1] J. Crank, The mathematics of diffusion, Oxford University Press, second edition 1975.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D_DIAG.



3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 320 éléments de type HEXA8.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point NI - *TEMP*	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		-151,52	2,00%
t=51s		-143,51	2,00%
t=72s		-55,17	0,50%
t=200s		-127,18	0,50%
Point NC - *TEMP*	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		99,85	0,50%
t=72s		88,24	0,50%
t=200s		22,43	0,50%

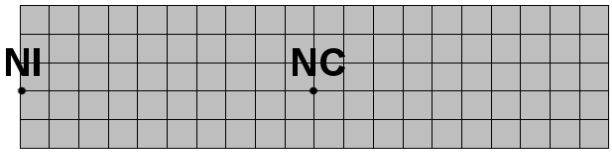
Les valeurs obtenues avec *Code_Aster* en version 10.3.18 sont testées en 'NON_REGRESSION' avec une précision de $0,1\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation PLAN_DIAG.



4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 100 éléments de type QUAD4.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point NI - $TEMP$	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		-151,52	2,00%
t=51s		-143,51	2,00%
t=72s		-55,17	0,50%
t=200s		-127,18	0,50%
Point NC - $TEMP$	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		99,85	0,50%
t=72s		88,24	0,50%
t=200s		22,43	0,50%

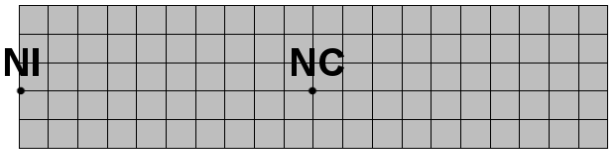
Les valeurs obtenues avec *Code_Aster* en version 10.3.18 sont testées en 'NON_REGRESSION' avec une précision de $0,1\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation AXIS_DIAG.



5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 100 éléments de type QUAD4.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point NI - $TEMP$	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		-151,52	2,00%
t=51s		-143,51	2,00%
t=72s		-55,17	0,50%
t=200s		-127,18	0,50%
Point NC - $TEMP$	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		99,85	0,50%
t=72s		88,24	0,50%
t=200s		22,43	1,00%

Les valeurs obtenues avec *Code_Aster* en version 10.3.18 sont testées en 'NON_REGRESSION' avec une précision de $0,1\%$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

La qualité des résultats est satisfaisante, on représente le pic de température au bord. Les erreurs restent inférieures à $1,6\%$ par rapport à la solution de référence. Les résultats peuvent être améliorés par un raffinement temporel et spatial.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)