TTNL302 - Mur infini soumis à un flux constant avec propriétés variables

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique transitoire non linéaire.

Il s'agit d'un problème 1D linéique représenté par cinq modélisations, l'une plane, les quatre autres volumiques.

Les fonctionnalités testées sont les suivantes :
- élément de thermique plan,
- élément de thermique volumique,
- algorithme de thermique transitoire non-linéaire,
- propriétés variables,
- condition limite : flux imposé.

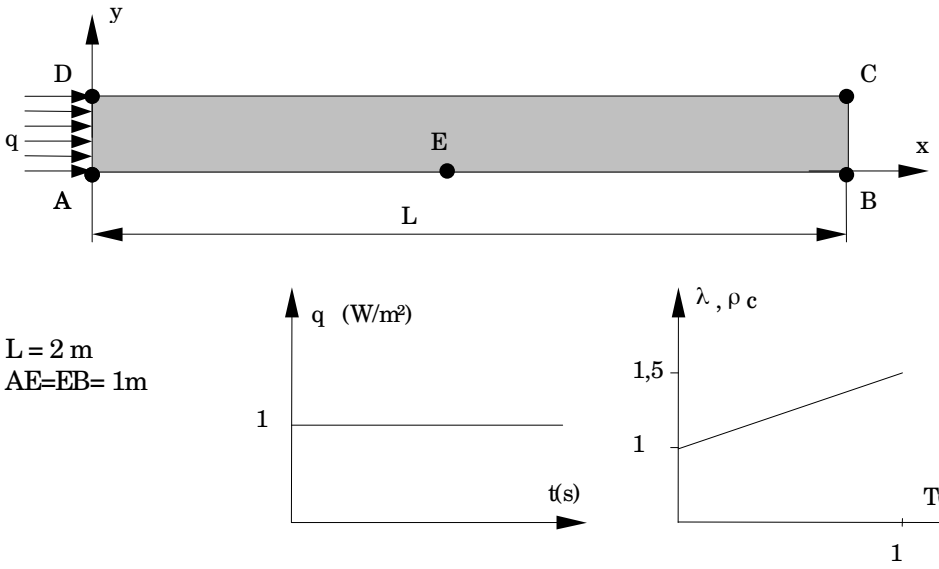
L'intérêt du test réside dans la prise en compte de propriétés variables (conductivité thermique et chaleur volumique).

Les résultats sont comparés à une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés du matériau

$\lambda = 1.0 + 0.5\,T \; W/m.°C$ Conductivité thermique

$\rho c = 1.0 + 0.5\,T \; J/m^{3}.°C$ Chaleur volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

- coté $[AD]$: flux imposé $q = 1\,W/m^2$ pour $t > 0$,
- cotés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ $\varphi = 0.$

1.4 Conditions initiales

$T(x,0) = 0°C$ pour tout x

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution semi-analytique faisant intervenir les fonctions d'erreur :

$$T(x,t)=2\left\{\sqrt{\left[1+2\sqrt{(t/\pi)}\exp\left(\frac{-x^2}{4t}\right)+x.erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{(t)}}\right)\right]}-1\right\}$$

avec $erfc(x)=\frac{2}{\pi}\int_x^\infty e^{-t^2}dt$

où $x=$ abscisse
$t=$ temps

Cette formule n'est valable que pour $\lambda(T)=\rho c(T)=1.+0.5T$

2.2 Résultats de référence

Température aux points A ($x=0$) et E ($x=1$) aux instants t suivants : $t=0.1,0.3,0.5,0.7$ et $1s$

2.3 Incertitude sur la solution

Inconnue, due à l'évaluation des fonctions d'erreur.

2.4 Références bibli ographiques

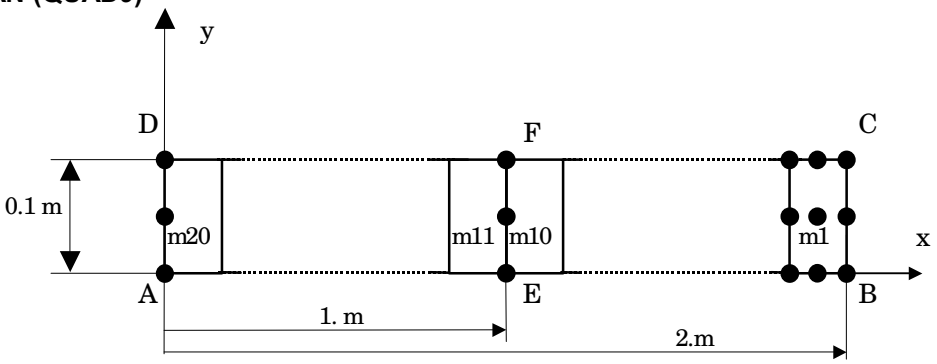
- Segal, N. Praagman, "A fast implementation of explicit time stepping algorithms with the finite element method for a class of nonlinear evolution problems", Int. J. num. Meth. Engng, vol 23, pp 155-168, 1986.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

PLAN (QUAD9)



Conditions limites:

- cotés AB, BC, CD $\phi = 0$
- coté AD $q = 1\ W/m^2°C$

Point	x	y	Noeud
A	0.0	0.0	N1
D	0.0	0.1	N3
E	1.0	0.0	N61
F	1.0	0.1	N63

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 123
Nombre de mailles et types : 20 QUAD9

3.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour $[0.,5.D-2]$ soit $\Delta t = 5.D^{-3}$

19 pas pour $[5.D-2,1.D0]$ soit $\Delta t = 5.D^{-2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
Température $(°C)$				
Noeud N1 $t=0.1s$	0.330	0.329	0.204%	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.544	0.048%	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	0.075%	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.789	0.036%	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.254%	1%
Noeud N3 $t=0.1s$	0.330	0.329	0.204%	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.544	0.048%	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	0.075%	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.789	0.036%	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.254%	1%
Noeud N61 $t=0.1s$	0.004	0.004	**1.161%**	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	**0.377%**	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.573%	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.616%	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	**3.951%**	1%
Noeud N63 $t=0.1s$	0.004	0.004	**1.161%**	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	**0.377%**	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.573%	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.616%	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	**3.951%**	1%

4.2 Remarques

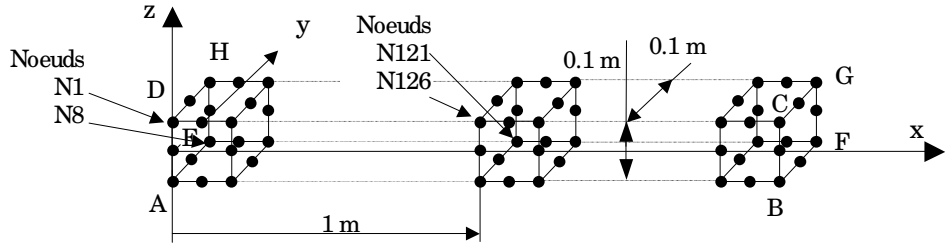
L'erreur relative est au maximum de 3.9%.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA20)



Conditions limites:

- faces ABCD, ABFE $\phi = 0$
- faces EFGH, DCGH $\phi = 0$
- face BFGC $\phi = 0$
- face AEHD $q = 1\ W/m^2$

Noeuds	x	y	z
N1	0.0	0.0	0.05
N8	0.0	0.1	-0.05
N121	1.0	0.0	-0.05
N126	1.0	0.1	0.05

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 248
Nombre de mailles et types : 20 HEXA20

5.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour $[0., 5.D-2]$ soit $\Delta t = 5.D^{-3}$

19 pas pour $[5.D-2, 1.D0]$ soit $\Delta t = 5.D^{-2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	*Aster*	% différence	tolérance
Température $(°C)$				
Noeud N1 t = 0.1 s	0.330	0.330	0.129	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.543	0.149	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	0.154	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.788	0.092	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.222	1%
Noeud N8 t = 0.1s	0.330	0.330	0.129	1%
" " t = 0.3s	0.544	0.543	0.149	1%
" " t = 0.5s	0.682	0.681	0.154	1%
" " t = 0.7s	0.789	0.788	0.092	1%
" " t = 1.0s	0.918	0.920	0.222	1%
Noeud N121 t = 0.1s	0.004	0.004	**10.931**	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	**0.242**	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.587	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.619	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	**3.95**	1%
Noeud N126 t = 0.1s	0.004	0.004	**10.931**	1%
" " t = 0.3s	0.071	0.071	**0.242**	1%
" " t = 0.5s	0.160	0.161	0.587	1%
" " t = 0.7s	0.247	0.251	1.619	1%
" " t = 1.0s	0.366	0.380	**3.95**	1%

6.2 Remarques

L'erreur relative est au maximum de 3.95%, sauf pour $x=1$ à l'instant $t=0.1\mathrm{s}$ l'erreur est de 11%. Cette erreur a été obtenue pour la plus petite valeur de la température ($T=0.004\,°C$). Cet écart s'explique par le fait que la fonction d'erreur en ce point est de 0.025347 et que l'incertitude sur le calcul de la fonction d'erreur est inconnue.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation C

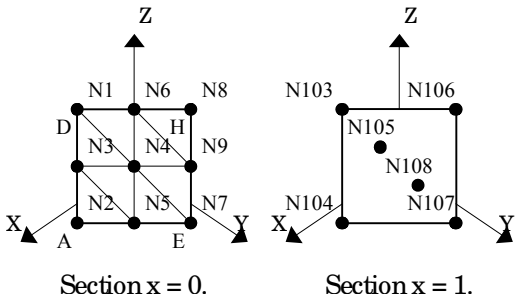
7.1 Caractéristiques de la modélisation

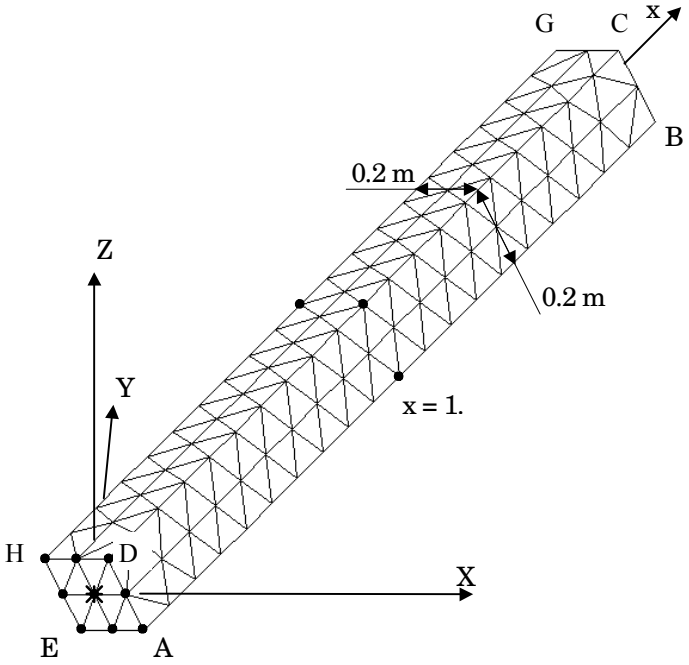
3D (TETRA4)

Axe longitudinal x suivant la trisectrice (X=Y=Z)

Conditions limites:

- faces ABCD, ABFE $\phi = 0$
- faces EFGH, DCGH $\phi = 0$
- face BFGC $\phi = 0$
- face AEHD $q = 1$ W/m²





7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 224
Nombre de mailles et types : 692 TETRA4 (et 8 TRIA3)

7.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour $[0., 5.D-2]$ soit $\Delta t = 5.D^{-3}$

19 pas pour $[5.D-2, 1.D0]$ soit $\Delta t = 5.D^{-2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

Identification		Référence	*Aster*	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
				différence	tolérance	différence	tolérance
Températures en $°C$:							
Face	x = 0.m						
Noeud N7	t = 0.1s	0.330	0.3295	-0.162%	1.%	-0.000536	0.005
" "	t = 0.3s	0.544	0.5425	-0.273%	1.%	-0.00149	0.005
" "	t = 0.5s	0.682	0.6796	-0.351%	1.%	-0.00239	0.005
" "	t = 0.7s	0.789	0.7861	-0.362%	1.%	-0.00285	0.005
" "	t = 1.0s	0.918	0.9165	-0.159%	1.%	-0.00146	0.005
Noeud N5	t = 0.1s	0.330	0.3279	-0.627%	1.%	-0.00207	0.005
" "	t = 0.3s	0.544	0.5418	-0.406%	1.%	-0.00221	0.005
" "	t = 0.5s	0.682	0.6791	-0.422%	1.%	-0.00288	0.005
" "	t = 0.7s	0.789	0.7858	-0.409%	1.%	-0.00323	0.005
" "	t = 1.0s	0.918	0.9162	-0.192%	1.%	-0.00176	0.005
Section	x = 1.m						
Noeud N107	t = 0.1s	0.00394	0.004140	**5.085%**	1.%	0.000200	0.005
" "	t = 0.3s	0.0706	0.07013	-0.665%	1.%	-0.000470	0.005
" "	t = 0.5s	0.160	0.1596	-0.228%	1.%	-0.000364	0.005
" "	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.730%	1.%	0.00180	0.005
" "	t = 1.0s	0.366	0.3766	**2.889%**	1.%	**0.0106**	0.005
Noeud N108	t = 0.1s	0.00394	0.004002	**1.577%**	1.%	0.0000621	0.005
" "	t = 0.3s	0.0706	0.06937	**-1.742%**	1.%	-0.00123	0.005
" "	t = 0.5s	0.160	0.1586	-0.895%	1.%	-0.00143	0.005
" "	t = 0.7s	0.247	0.2476	0.238%	1.%	0.000587	0.005
" "	t = 1.0s	0.366	0.3753	**2.534%**	1.%	**0.00928**	0.005

8.2 Remarques

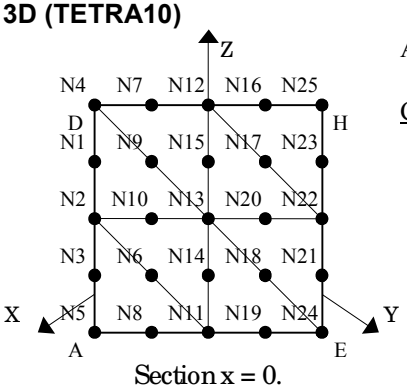
Les nœuds choisis correspondent aux résultats extrêmes sur une même section.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

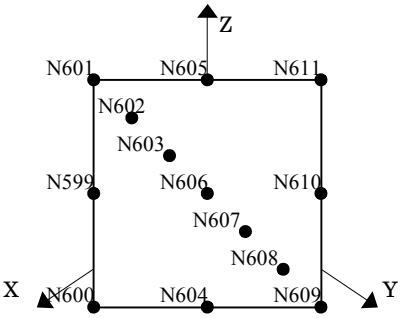
9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (TETRA10)



Section x = 0.

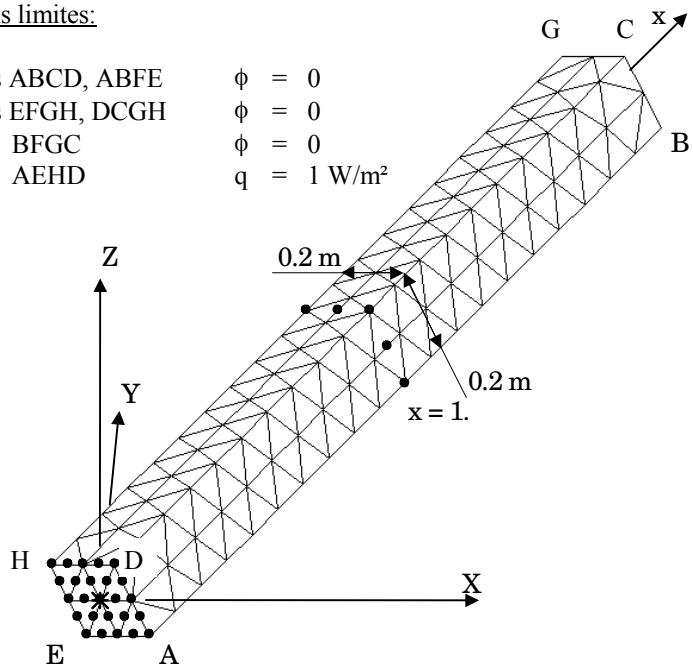


Section x = 1

Axe longitudinal x suivant la trisectrice (X=Y=Z)

Conditions limites:

- faces ABCD, ABFE $\phi = 0$
- faces EFGH, DCGH $\phi = 0$
- face BFGC $\phi = 0$
- face AEHD $q = 1\ W/m^2$



9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1310
Nombre de mailles et types : 697 TETRA10 (et 8 TRIA6)

9.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour $[0.,5.D-2]$ soit $\Delta t = 5.D^{-3}$

19 pas pour $[5.D-2,1.D0]$ soit $\Delta t = 5.D^{-2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

Identification		Référence	*Aster*	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
				différence	tolérance	différence	tolérance
Températures en $°C$:							
Face	x = 0.m						
Noeud N4	t = 0.1s	0.330	0.3291	-0.281%	1.%	-0.000926	0.005
" "	t = 0.3s	0.544	0.5423	-0.318%	1.%	-0.00173	0.005
" "	t = 0.5s	0.682	0.6794	-0.383%	1.%	-0.00261	0.005
" "	t = 0.7s	0.789	0.7860	-0.384%	1.%	-0.00303	0.005
" "	t = 1.0s	0.918	0.9164	-0.180%	1.%	-0.00165	0.005
Noeud N25	t = 0.1s	0.330	0.3292	-0.255%	1.%	-0.000843	0.005
" "	t = 0.3s	0.544	0.5423	-0.314%	1.%	-0.00171	0.005
" "	t = 0.5s	0.682	0.6794	-0.382%	1.%	-0.00261	0.005
" "	t = 0.7s	0.789	0.7860	-0.383%	1.%	-0.00303	0.005
" "	t = 1.0s	0.918	0.9163	-0.180%	1.%	-0.00165	0.005
Section	x = 1.m						
Noeud N606	t = 0.1s	0.00394	0.004331	**9.913%**	1.%	0.000391	0.005
" "	t = 0.3s	0.0706	0.07021	-0.551%	1.%	-0.000389	0.005
" "	t = 0.5s	0.160	0.1596	-0.251%	1.%	-0.000402	0.005
" "	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.710%	1.%	0.00175	0.005
" "	t = 1.0s	0.366	0.3764	**2.855%**	1.%	**0.0104**	0.005
Noeud N611	t = 0.1s	0.00394	0.004332	**9.944%**	1.%	0.000392	0.005
" "	t = 0.3s	0.0706	0.07021	-0.550%	1.%	-0.000388	0.005
" "	t = 0.5s	0.160	0.1596	-0.251%	1.%	-0.000402	0.005
" "	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.710%	1.%	0.00175	0.005
" "	t = 1.0s	0.366	0.3764	**2.855%**	1.%	**0.0104**	0.005

10.2 Remarques

Les résultats calculés sont quasiment identiques sur les nœuds d'une même section.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation E

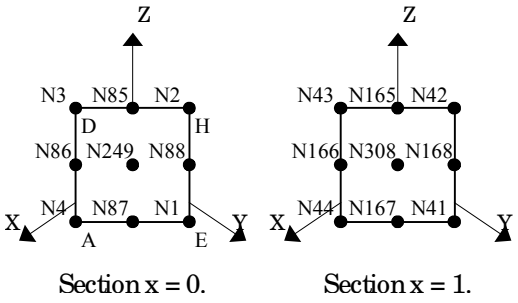
11.1 Caractéristiques de la modélisation

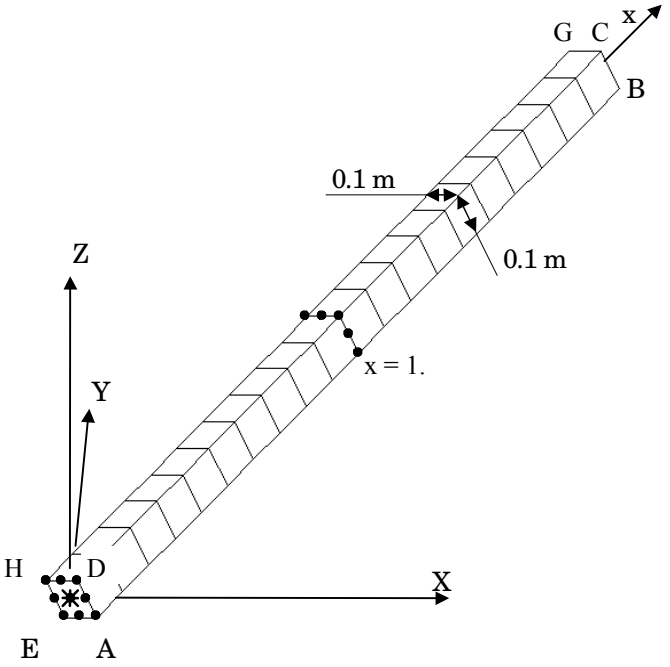
3D (HEXA27)

Axe longitudinal x suivant la trisectrice (X=Y=Z)

Conditions limites:

- faces ABCD, ABFE $\phi = 0$
- faces EFGH, DCGH $\phi = 0$
- face BFGC $\phi = 0$
- face AEHD $q = 1\ W/m^2$





11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 369
Nombre de mailles et types : 20 HEXA27 (et 1 QUAD9)

11.3 Remarques

La discrétisation en pas de temps est la suivante :

10 pas pour $[0., 5.D-2]$ soit $\Delta t = 5.D^{-3}$

19 pas pour $[5.D-2, 1.D0]$ soit $\Delta t = 5.D^{-2}$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

Identification		Référence	*Aster*	Ecart relatif (%)		Ecart absolu (°C)	
				différence	tolérance	différence	tolérance
Températures en $°C$:							
Face	x = 0.m						
Noeud N249	t = 0.1s	0.330	0.3291	-0.283%	1.%	-0.000933	0.005
" "	t = 0.3s	0.544	0.5423	-0.317%	1.%	-0.00173	0.005
" "	t = 0.5s	0.682	0.6794	-0.376%	1.%	-0.00256	0.005
" "	t = 0.7s	0.789	0.7860	-0.378%	1.%	-0.00298	0.005
" "	t = 1.0s	0.918	0.9165	-0.168%	1.%	-0.00154	0.005
Section	x = 1.m						
Noeud N308	t = 0.1s	0.00394	0.004331	**9.926%**	1.%	0.000391	0.005
" "	t = 0.3s	0.0706	0.07021	-0.554%	1.%	-0.000391	0.005
" "	t = 0.5s	0.160	0.1596	-0.227%	1.%	-0.000363	0.005
" "	t = 0.7s	0.247	0.2488	0.726%	1.%	0.00179	0.005
" "	t = 1.0s	0.366	0.3766	**2.886%**	1.%	**0.0106**	0.005

12.2 Remarques

Les résultats calculés sont identiques (à 10^{-7} près) sur les nœuds d'une même section.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Synthèse des résultats

Les cinq modélisations effectuées, ont le même découpage dans le sens de propagation de la température, elles se différencient uniquement par leur type de mailles.

Les cinq modélisations donnent des résultats dont certaines valeurs dépassent la tolérance fixée initialement (1%). L'écart maximum est de 9.9%. Il apparaît pour la plus petite valeur de référence située au milieu du mur et au début du transitoire.

Un maillage plus fin associé à une discrétisation temporelle plus fine devraient améliorer la qualité des résultats.

De plus, la solution de référence fait intervenir une fonction d'erreur dont la précision est inconnue.

Les résultats sont considérés comme acceptables compte tenu des points évoqués ci-dessus.

Ce test a permis de tester des mailles hexaédriques et tétraédriques en thermique non-linéaire transitoire ainsi que les principales commandes thermiques suivantes:

- DEFI_MATERIAU associé au mot clé THER_NL, permettant de définir les caractéristiques d'un matériau dont les caractéristiques varient en fonction de la température (conductivité et enthalpie),
- THER_NON_LINE commande permettant la résolution d'un problème non linéaire thermique stationnaire ou non.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)