TTNL100 - Source thermique non-linéaire, solution homogène en espace

Résumé :

Ce test vérifie le calcul thermique en présence d'un chargement de source non-linéaire, dépendant de la température.

La solution de référence est analytique. La pièce considérée dans les modélisations est constituée d'un seul élément dont les dimensions n'importent pas sur la solution.

On vérifie les mailles suivantes :

- Modélisation A :
  - TRIA3, TRIA6, QUAD4, QUAD8 et QUAD9 pour la modélisation PLAN,
  - TRIA3,QUAD4 pour la modélisation PLAN_DIAG ,
- Modélisation B : PENTA6 pour la modélisation 3D

La température étant homogène dans l'élément, le calcul peut être considéré comme 0D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La pièce considérée dans les deux modélisations est un élément unique.

La température étant homogène dans l'élément, le calcul peut être considéré comme 0D.

1.2 Propriétés du matériau

$\lambda = 0$	conductivité thermique
$\rho C = 2$	chaleur volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Chargement de source volumique non-linéaire, fonction de la température :
$s(T) = 2 - 2 \times w \times T$ avec $w = 2$

Les conditions aux limites sont adiabatiques, ce qui correspond au défaut dans *Code_Aster* .

La plage temporelle $[0.;1.]$ est discrétisée en 100 pas de temps (durée de chaque pas de temps égale à 0.01).

1.4 Conditions initiales

$T0 = 0$ dans tout l'élément.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans ce problème, les conditions aux limites sont adiabatiques, la température initiale est constante égale à T_0 et le chargement est réduit à la source de chaleur fonction de la température $r(T)=r_0-r_1 T$ où r_1 est positif pour des questions de stabilité thermique. Ces conditions assurent bien une solution homogène en espace. L'équation de la chaleur se réduit à :

$$\rho C_p \dot{T}=r_0-r_1 T \ ; \ T(0)=T_0 \qquad \text{[éq1]}$$

Par normalisation, on peut se ramener sans perte de généralité à l'équation suivante :

$$\dot{u}=1-\omega u \ ; \ u(0)=0 \qquad \text{[éq2]}$$

La solution de cette équation différentielle du premier ordre est alors :

$$u(t)=\frac{1}{\omega}(1-e^{-\omega t})$$

Plutôt que de remonter de u solution de [éq2] à T solution de [éq1], on préfère adopter le jeu de paramètres suivants, sans prêter garde aux unités, qui conduit à $T=u$: $T_0=0$, $r_0=\rho C$ et $r_1=\omega r_0$.

2.2 Résultats de référence

Le cas-test est mené avec $\omega=2$ et on examine la température à $t=1$ en un nœud quelconque de l'élément. Les données sont les suivantes :

Conductivité thermique	LAMBDA	0.
Capacité calorifique volumique	RHO_CP	2.
Température initiale	T_0	0.
Source de chaleur	r_0 r_1	2. 4.

Grandeur testée	T ($t=1$)
Valeur de référence	0.432 332

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation PLAN puis PLAN_DIAG .

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué d'une seule maille pour chacun des type s suivant .

Modélisations	Mailles
PLAN	TRIA3 TRIA6 QUAD4 QUAD8 QUAD9
PLAN_DIAG	TRIA3 QUAD4

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la température à $t=1$ en un nœud quelconque de l'élément.

La solution est conforme à la valeur analytique à moins de 0.1 %.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D .

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est constitué d'une seule maille de type PENTA6 .

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la température à $t=1$ en un nœud quelconque de l'élément.

La solution est conforme à la valeur analytique à moins de 0.1 %.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Les résultats sont conformes à la solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)