TTLL01 - Choc thermique sur un mur infini

Résumé :

Thermique linéaire transitoire,
éléments 2D et 3D (7 modélisations),
intérêts du test :

- teste l'algorithme de thermique linéaire transitoire avec changement de pas de temps,
- température imposée (avec discontinuité),
- archivage de certains pas de temps.

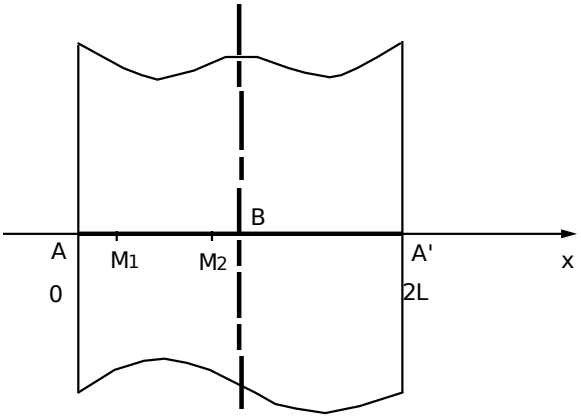
Le choc est modélisé de 2 façons différentes :

- par une rampe linéaire : $\Delta T = 100.$ en 10^{-3} seconde,
- par une vrai discontinuité de température imposée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



$\bar{A}A' = 2\mathrm{L} = 2\,m$
$x(M1) = 0.2\,m$
$x(M2) = 0.8\,m$

1.2 Propriétés de matériaux

$\lambda = 1\,W/m°C$
$\rho C_P = 1\,J/m^3°C$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- $A : T(0,t) = T_p = 100°C$

  pour $t > 0$
- $A' : T(2\mathrm{L},t) = T_p = 100°C$

1.4 Conditions initiales

$T(x,0) = 0°C$ pour tout x

1.5 Précisions concernant les modélisations

Discrétisation en temps (t) :

Le choc thermique exige une discrétisation "fine" en temps près de $t = 0$.

Le but du test étant de valider les différents éléments (différentes modélisations), nous avons choisi une unique discrétisation en temps :

10	pas pour	$[0., 1.\mathrm{E}-3]$	soit	$\Delta t = 10^{-4}\,s$
9	pas pour	$[1.\mathrm{E}-3, 1.\mathrm{E}-2]$	soit	$\Delta t = 10^{-3}\,s$
9	pas pour	$[1.\mathrm{E}-2, 1.\mathrm{E}-1]$	soit	$\Delta t = 10^{-2}\,s$
9	pas pour	$[1.\mathrm{E}-1, 1.]$	soit	$\Delta t = 10^{-1}\,s$
10	pas pour	$[1., 2.]$	soit	$\Delta t = 10^{-1}\,s$

Le choc est défini de deux manières différentes :

- pour la modélisation B, il s'agit d'un vrai choc (T_p est discontinu) :

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$\begin{cases} T_p^-(A)=0. \\ T_p^+(A)=100. \end{cases}$$

- pour les modélisations A, C, D, E, F, G, il s'agit d'une rampe linéaire :

$$\begin{cases} T_p(A)_{t=0}=0. \\ T_p(A)_{t=10^{-3}}=100. \end{cases}$$

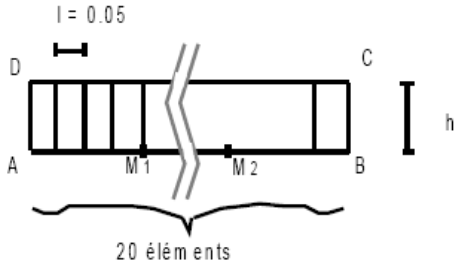
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$\frac{T(x,t)-T_p}{T_0-T_p}=\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\left(\frac{n\pi x}{2L}\right)\exp\left\{-\left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2.\frac{\lambda}{\rho C_p}.t\right\}$$

$x=$ abscisse
$t=$ Temps
$T_0=$



points	nœuds
M1	N9
M2	N33

Température initiale
$T_p=$ Température imposée
$n=$ $1,3,5,...$

2.2 Résultats de référence

Températures aux points $M1$ ($x=0.2$) et $M2$ ($x=0.8$), et à différents instants ($t=0.1,0.2,0.7$ et 2.0).
Les valeurs de références sont celles données dans le guide VPCS.

2.3 Incertitude sur la solution

Série numérique.

2.4 Références bibliographiques

- J.F. SACCADURA : Initiation aux transferts thermiques, Paris, Technique et documentation (1982).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

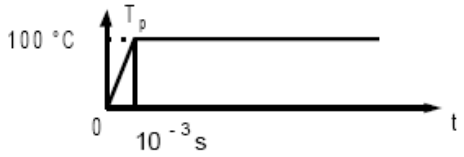
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments.

Conditions limites :
Sur $[BC]$, $[AB]$ et $[DC]$: $j=0$
sur $[AD]$: T_p est imposée

Conditions initiales :
$T=0.°C$
On fixe ici la durée du choc à $10.^{-3}s$



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 103
Nombre de mailles et types : 20 QUAD8

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

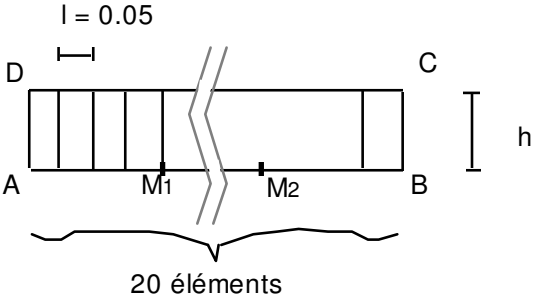
Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)N9$		
$t=0.1$	65.48	–0.28
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	–0.15
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)N33$		
$t=0.1$	8.09	–0.67
$t=0.2$	26.37	–2.20
$t=0.7$	78.47	–0.54
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

QUAD8
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments.

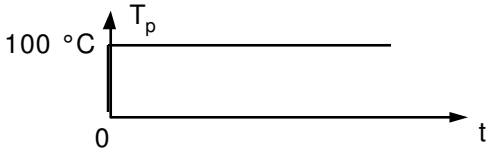


points	nœuds
M1	N9
M2	N33

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée $T_p = 100°C$



Conditions initiales
On affecte directement la température de 100°C à l'instant 0.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 103
Nombre de mailles et types : 20 QUAD8

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

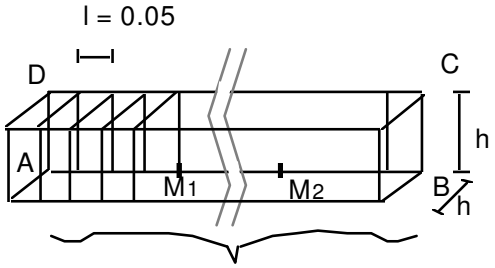
Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)\,N9$		
$t=0.1$	65.48	–0.17
$t=0.2$	75.58	0.35
$t=0.7$	93.01	–0.14
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)\,N33$		
$t=0.1$	8.09	0.28
$t=0.2$	26.37	–1.89
$t=0.7$	78.47	–0.51
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation C

7.1 Caractéristiques de la modélisation

HEXA8
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments.



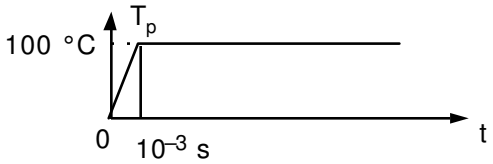
20 éléments HEXA8

points	nœuds
M1	N21 à N24
M2	N69 à N72

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0 °C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84
Nombre de mailles et types : 20 HEXA8

8 Résultats de la modélisation C

8.1 Valeurs testées

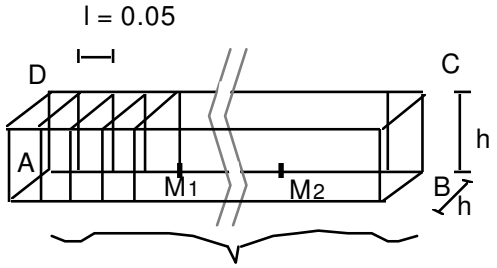
Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)\,N21$		
$t=0.1$	65.48	–0.26
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	–0.15
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)\,N69$		
$t=0.1$	8.09	–1.31
$t=0.2$	26.37	–2.30
$t=0.7$	78.47	–0.53
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

9 Modélisation D

9.1 Caractéristiques de la modélisation

HEXA20
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments.



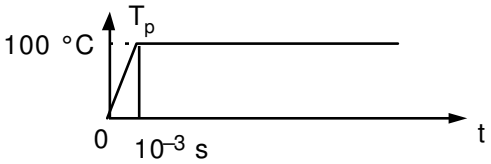
20 éléments HEXA20

points	nœuds
M1	N57 à N64
M2	N201 à N208

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0 °C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 248
Nombre de mailles et types : 20 HEXA20

10 Résultats de la modélisation D

10.1 Valeurs testées

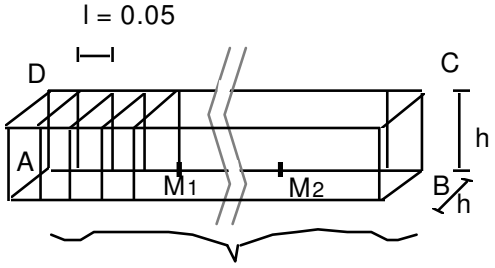
Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)\,N57$		
$t=0.1$	65.48	–0.28
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	–0.15
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)\,N201$		
$t=0.1$	8.09	–0.67
$t=0.2$	26.37	–2.20
$t=0.7$	78.47	–0.54
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

11 Modélisation E

11.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA6
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur h = 1.0 avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 2 pentaèdres.



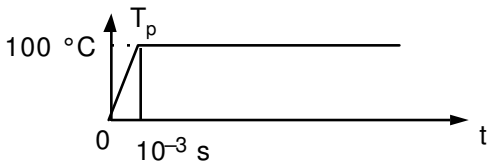
20 éléments PENTA6

points	nœuds
M1	N21 à N24
M2	N69 à N72

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0 °C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84
Nombre de mailles et types : 40 PENTA6

12 Résultats de la modélisation E

12.1 Valeurs testées

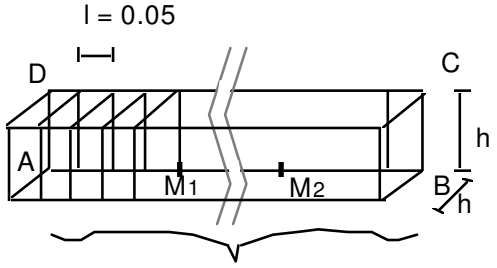
Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)\,N21$		
$t=0.1$	65.48	–0.26
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	–0.15
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)\,N69$		
$t=0.1$	8.09	–1.31
$t=0.2$	26.37	–2.30
$t=0.7$	78.47	–0.53
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

13 Modélisation F

13.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA15
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur h = 1.0 avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 2 pentaèdres.



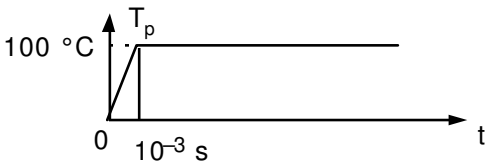
20 éléments PENTA15

points	nœuds
M1	N62 à N70
M2	N218 à N226

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0 °C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 269
Nombre de mailles et types : 40 PENTA15

14 Résultats de la modélisation F

14.1 Valeurs testées

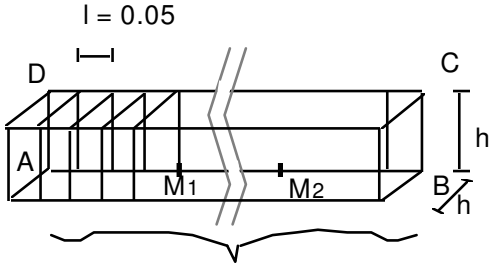
Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)\,N62$		
$t=0.1$	65.48	–0.28
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	–0.15
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)\,N218$		
$t=0.1$	8.09	–0.67
$t=0.2$	26.37	–2.20
$t=0.7$	78.47	–0.54
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

15 Modélisation G

15.1 Caractéristiques de la modélisation

TETRA4
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 5 tétraèdres.



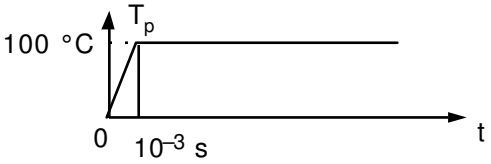
20 éléments TETRA4

points	nœuds
M1	N12, N17
M2	N48, N53

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0 °C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

15.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84
Nombre de mailles et types : 100 TETRA4

16 Résultats de la modélisation G

16.1 Valeurs testées

Identification		Référence	% différence
$M1(x=0.2)$			
t = 0.1	N12	65.48	–0.17
	N17	65.49	–0.33
t = 0.2	N12	75.58	+0.34
	N17	75.58	+0.29
t = 0.7	N12	93.01	–0.14
	N17	93.01	–0.16
t = 2.0	N12	99.72	–0.02
	N17	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)$			
t = 0.1	N48	8.09	–0.11
	N53	8.09	–1.43
t = 0.2	N48	26.37	–1.96
	N53	26.37	–2.39
t = 0.7	N48	78.47	–0.51
	N53	78.47	–0.55
t = 2.0	N48	99.13	–0.05
	N53	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

16.2 Remarques

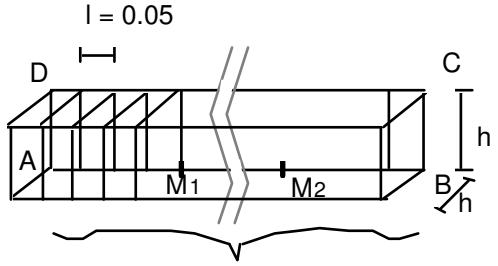
En début de transitoire, on observe des valeurs légèrement différentes entre les nœuds situés dans un plan $x=constante$ (<3 pour 1000). Cette anomalie semble être due à la modélisation en tétraèdres à 4 nœuds. Les résultats restent néanmoins corrects par rapport aux autres éléments 3D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

17 Modélisation J

17.1 Caractéristiques de la modélisation

TETRA4_D
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 5 tétraèdres.
On utilise la modélisation 3D_DIAG appliquée à des TETRA4, qui correspond au lumpage de la matrice de masse thermique.



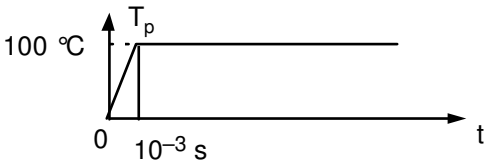
20 éléments TETRA4_D

points	nœuds
M1	N12, N17
M2	N48, N53

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0°C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

17.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84
Nombre de mailles et types : 100 TETRA4

18 Résultats de la modélisation J

18.1 Valeurs testées

Identification		Référence	% différence
$M1(x=0.2)$			
t = 0.1	N12	65.48	–0.21
	N17	65.49	–0.36
t = 0.2	N12	75.58	+0.34
	N17	75.58	+0.29
t = 0.7	N12	93.01	–0.15
	N17	93.01	–0.16
t = 2.0	N12	99.72	–0.02
	N17	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)$			
t = 0.1	N48	8.09	+1.16
	N53	8.09	–0.15
t = 0.2	N48	26.37	–1.77
	N53	26.37	–2.20
t = 0.7	N48	78.47	–0.52
	N53	78.47	–0.57
t = 2.0	N48	99.13	–0.05
	N53	99.13	–0.05

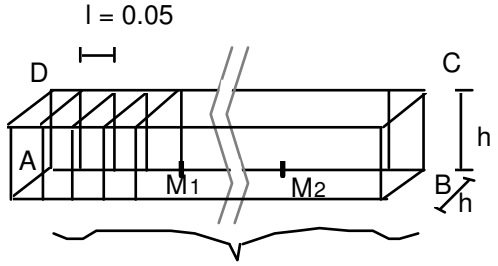
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

19 Modélisation K

19.1 Caractéristiques de la modélisation

PENTA6_D
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments. Chaque cube est découpé en 2 pentaèdres.
On utilise la modélisation 3D_DIAG appliquée à des PENTA6, qui correspond au lumpage de la matrice de masse thermique.



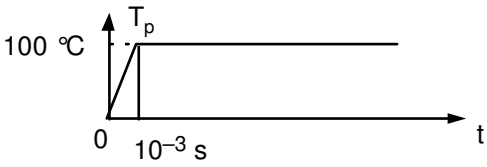
20 éléments PENTA6_D

points	nœuds
M1	N21 à N24
M2	N69 à N72

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0°C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

19.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84
Nombre de mailles et types : 40 PENTA6

20 Résultats de la modélisation K

20.1 Valeurs testées

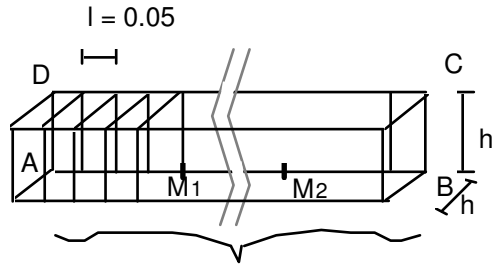
Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)$		
$t=0.1$	65.48	–0.30
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	–0.15
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)$		
$t=0.1$	8.09	–0.03
$t=0.2$	26.37	–2.14
$t=0.7$	78.47	–0.55
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

21 Modélisation L

21.1 Caractéristiques de la modélisation

HEXA8_D
On ne maille que la moitié de l'épaisseur du mur par raison de symétrie ; la modélisation est faite sous une hauteur et une épaisseur $h=1.0$ avec une seule couche d'éléments.
On utilise la modélisation 3D_DIAG appliquée à des HEXA8, qui correspond au lumpage de la matrice de masse thermique.



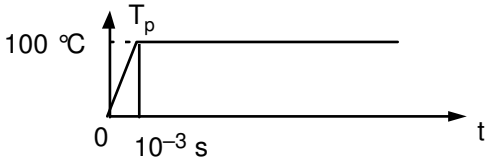
20 éléments HEXA8_D

points	nœuds
M1	N21 à N24
M2	N69 à N72

Conditions limites

sur [BC], [AB] et [DC] : $\phi = 0$

sur [AD] : T_p est imposée



Conditions initiales
T = 0°C
On fixe ici la durée du choc à 10^{-3} s.

21.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 84
Nombre de mailles et types : 20 HEXA8

22 Résultats de la modélisation L

22.1 Valeurs testées

Identification	Référence	% différence
$M1(x=0.2)$		
$t=0.1$	65.48	–0.30
$t=0.2$	75.58	+0.31
$t=0.7$	93.01	–0.15
$t=2.0$	99.72	–0.02
$M2(x=0.8)$		
$t=0.1$	8.09	–0.03
$t=0.2$	26.37	–2.10
$t=0.7$	78.47	–0.55
$t=2.0$	99.13	–0.05

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

23 Synthèse des résultats

Au bout de 0.7 s l'erreur est nettement inférieure à 1% pour les différents éléments thermiques 2D (QUAD8) et 3D (HEXA8 - HEXA20 - PENTA6 - PENTA15 - TETRA4) utilisés.

Il ne semble pas que le lumpage améliore le résultat numérique.

Il conviendrait de tester les éléments lumpés avec un vrai saut comme dans la modélisation B.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)