TPLS102 – Poutre épaisse en contraintes planes – variation de température linéaire suivant la largeur

Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le calcul des contraintes dans une poutre épaisse en contraintes planes soumise a une variation de la température suivant la largeur.

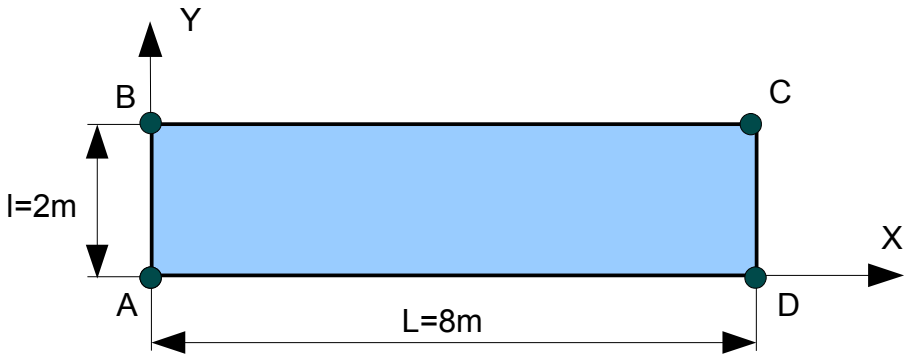
Modélisations :

- Modélisation A : DKT avec des mailles TRIA3
- Modélisation B : DKT avec des mailles QUAD4

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Épaisseur = $0.1\mathrm{m}$.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope dont les propriétés sont :

- $E=20\,000\,Pa$
- $\nu=0.3$
- $\alpha=10^{-5}/°C$

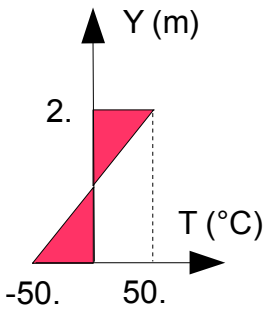
1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :

- Sur les bords AB et CD : $DX=DZ=0$
- Sur le bord BC : $DY=0$

Chargement

- Le chargement appliqué est un chargement de température
  - Constant suivant X et Z
  - Variable suivant l'axe Y : $T(Y)=50\mathrm{Y}-50$



1.4 Conditions initiales

Néant

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La solution de référence pour le calcul des contraintes dans la poutre est donnée dans [1], [2].

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Contraintes σ_{xx}, σ_{yy} et σ_{xy} suivant l'axe Y.

$\sigma_{xx}(Y)=-10\mathrm{Y}+10$

$\sigma_{yy}(Y)=0.$

$\sigma_{xy}(Y)=0.$

$Y(m)$	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}
0.0	$10.0\,Pa$	$0.0\,Pa$	$0.0\,Pa$
0.5	$5.0\,Pa$	$0.0\,Pa$	$0.0\,Pa$
1.0	$0.0\,Pa$	$0.0\,Pa$	$0.0\,Pa$
1.5	$-5.0\,Pa$	$0.0\,Pa$	$0.0\,Pa$
2.0	$-10.0\,Pa$	$0.0\,Pa$	$0.0\,Pa$

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution Analytique

2.4 Références bibliographiques

[1] M.H. SADR-LAHIDJANI :"Modélisation et analyse des plaques et coques minces élastiques soumises a des champs de température", Thèse de Doctorat UTC, 1984.

[2] J. PITER, HARTEL H. "Improved stress evaluation under thermal load for simple finite element", I.J.N.M.E, Vol. 15, 1507-1515 ,1980.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT avec 3 couches dans l'épaisseur.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 2048 éléments de type TRIA3.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les contraintes sur la peau inférieure, moyenne et supérieure dans deux couches.

- Couche n°1 : $-0.05\text{m} < Z < -0.0167\,m$

Identification			Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
INF	$X=0.0\text{m}$ $Y=0.0\text{m}$ $Z=-0.05\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	10.	2.0%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.6
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	0.05
MOY	$X=0.0\text{m}$ $Y=1.0\text{m}$ $Z=-0.0333\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	0.	0.05
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.2
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	0.0035
SUP	$X=0.0\text{m}$ $Y=2.0\text{m}$ $Z=-0.0167\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	−10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Couche n°3 : $0.0167\text{m} < Z < 0.05\text{m}$

Identification			Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
INF	$X = 4.0\text{m}$ $Y = 0.0\text{m}$ $Z = 0.0167\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-4}
MOY	$X = 4.0\text{m}$ $Y = 1.0\text{m}$ $Z = 0.0333\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-4}
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-4}
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-3}
SUP	$X = 4.0\text{m}$ $Y = 2.0\text{m}$ $Z = 0.05\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	$-10.$	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-4}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT avec 5 couches dans l'épaisseur

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1024 éléments de type QUAD4.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les contraintes sur la peau inférieure, moyenne et supérieure dans deux couches.

- Couche n°2 : $-0.03\text{m} < Z < -0.01\text{m}$

Identification			Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
INF	$X=0.0\text{m}$ $Y=0.0\text{m}$ $Z=-0.03\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
MOY	$X=0.0\text{m}$ $Y=1.0\text{m}$ $Z=-0.04\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
SUP	$X=0.0\text{m}$ $Y=2.0\text{m}$ $Z=-0.01\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	$-10.$	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- Couche n°5 : $0.03\text{m} < Z < 0.05\text{m}$

Identification			Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
INF	$X=4.0\text{m}$ $Y=0.0\text{m}$ $Z=0.03\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	10.	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
MOY	$X=4.0\text{m}$ $Y=1.0\text{m}$ $Z=0.04\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}
SUP	$X=4.0\text{m}$ $Y=2.0\text{m}$ $Z=0.05\text{m}$	*SIXX*	'ANALYTIQUE'	$-10.$	1.5%
		SIYY	'ANALYTIQUE'	0.	0.5
		SIXY	'ANALYTIQUE'	0.	10^{-6}

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

On constate pour la contrainte σ_{xx} un écart maximum de :

- 2.0% avec des mailles TRIA3
- 1.5% avec des mailles QUAD4.

Un maillage plus fin dans le sens de la variation de la température permettrait d'obtenir de meilleurs résultats.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)