TPLL101 - Chauffage par effet Joule d'un cylindre creux

Résumé :

On impose des courants électriques à l'intérieur et à l'extérieur d'un cylindre creux de longueur finie, puis on calcule la température établie sous l'effet d'une source de chaleur produite par effet Joule. La solution de référence est analytique.

Le domaine d'application est la thermique linéaire stationnaire.

Le modèle est axisymétrique.

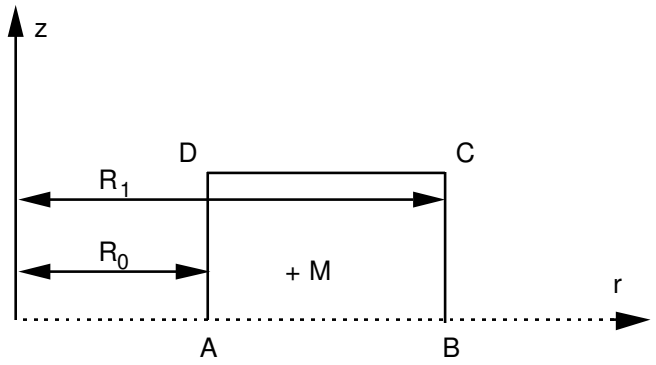
Le test est effectué sur les éléments QUAD8 et TRIA6 pour la première modélisation, axisymétrique (AXIS). Avec des éléments TETRA4 pour la seconde modélisation, 3D.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Axisymétrique



	A	B	C	D	M
r	1.	2.7182	2.7182	1.	1.8591
z	0.	0.	0.1	0.1	0.025

1.2 Propriétés de matériaux

Caractéristique électrique : conductivité électrique $\sigma = 1.\Omega^{-1}m^{-1}$

Caractéristiques thermiques : $\lambda = 2.10^{-2} W/m°C$ $C_P = 0.$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Calcul électrique :

$j.n = -10$ sur DA
$j.n = 3.6787944$ sur BC

Calcul thermique

$T = 0.$ sur DA

$T = 0.$ sur BC

$FLUX = 0.$ sur AB

$FLUX = 0.$ sur CD

1.4 Conditions initiales

Calcul stationnaire.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Problème élastostatique V potentiel électrique

Dans le volume $\Delta V=0.$

Conditions aux limites NEUMANN $\begin{cases} j.n=0. & \text{sur } CD \text{ et } AB \\ j.n=-10. & \text{sur } AD \\ j.n=3.6787944 & \text{sur } BC \end{cases}$

conductivité électrique $\sigma=1.$

$$j.n=-\sigma \nabla V$$

Solution axisymétrique

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right)=0 \Rightarrow V=V_0 \log\frac{r}{A}$$

Les conditions aux limites sur AD et BC imposent :

$$V_0=10.$$

Remarque :

La connaissance de A n'est pas nécessaire pour le calcul thermique.

- Problème thermique T la température

$-\lambda \Delta T=s$ avec une source volumique $s=\sigma (\nabla V)^2$

Conditions aux limites : $T=0.$ sur DA et BC

$$-\lambda \nabla T.n=0 \text{ sur } DC \text{ et } AB$$

Solution axisymétrique :

$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)=-\frac{\sigma}{1}\frac{v_0^2}{r^2}$ ⇒ compte tenu des conditions aux limites

$$T(r)=-\frac{1}{2}\sigma\frac{v_0^2}{\lambda}\log\left(\frac{r}{R_0}\right)\log\left(\frac{r}{R_1}\right)$$

2.2 Résultats de référence

$T=588.9313\,°C$ (température au point M).

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation AXIS avec des éléments THAXSE2, THAXTR3 et THAXQU4.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 72 mailles de type TRIA3 et 44 mailles de type QUAD4.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Température au point M	'ANALYTIQUE'	588.9313	0.1%

On teste la source de chaleur (à partir d'un potentiel électrique via la loi d'Ohm) :

Identification	Type de référence	Valeur de référence
SOUR_ELGA au 1er point de Gauss de la maille M67	'NON_REGRESSION'	13.7076

3.4 Remarques

Les conditions aux limites du problème électrique sont toutes des conditions de NEUMANN. Néanmoins, on retrouve la solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation 3D avec des éléments THER_FACE3 et THER_TETRA4.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 716 mailles de type TRIA3 et 910 mailles de type TETRA4.

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Température au point M	'ANALYTIQUE'	588.9313	1.0%

On teste la source de chaleur (à partir d'un potentiel électrique via la loi d'Ohm) au premier point de Gauss de la maille M_{834} :

Identification	Type de référence	Valeur de référence
SOUR_ELGA au 1er point de Gauss de la maille M834	'NON_REGRESSION'	41.7093

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

En plus du test présenté, on a effectué un calcul sur structure (COTHAA). Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux obtenus à l'aide du Code CASTEM 2000. On obtient des résultats très proches.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)