# SSLX100 - Mélange 3D - Coque - Poutre en flexion

**Résumé :**

Ce test permet de valider pour un calcul élastique linéaire :

- un mélange de différents modèles mécaniques : modèle 3D (élément HEXA20), modèles de coque (éléments DKT, ou éléments COQUE_3D) et modèle de poutre (éléments POU_D_E),
- des relations linéaires entre degrés de liberté, construites notamment avec les raccords [R3.03.03] et [R3.03.06].

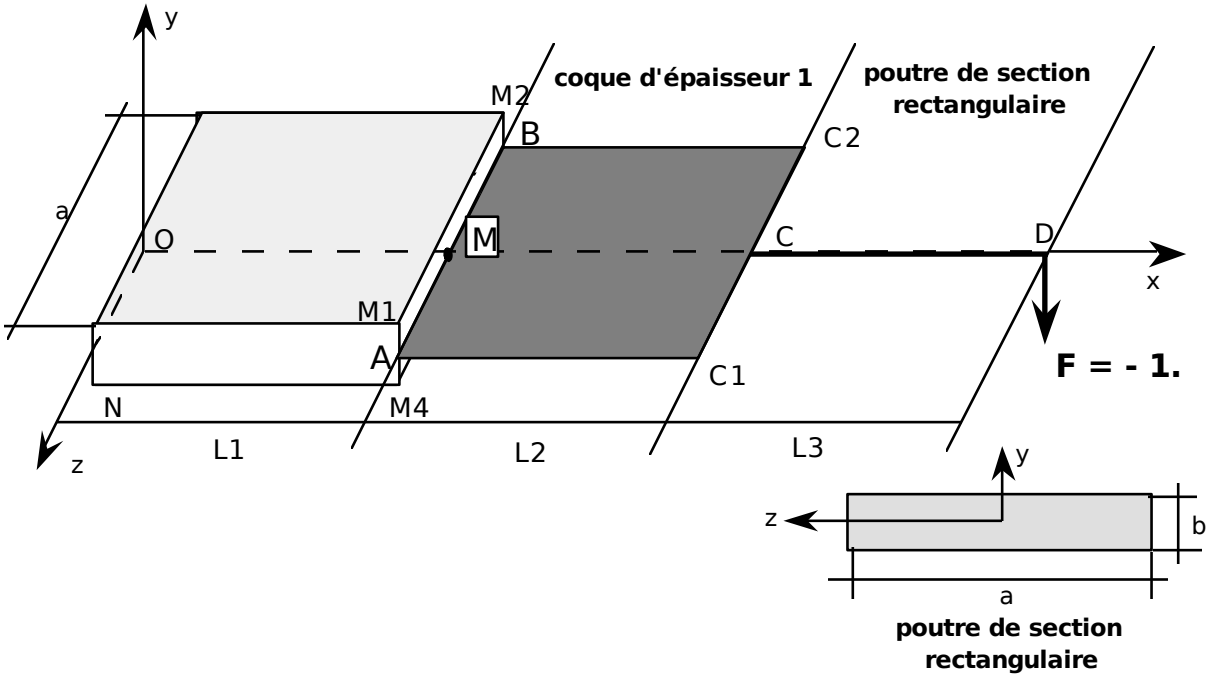
Le test s'appuie sur la solution analytique **élastique** d'une poutre en flexion. Le nombre réduit d'éléments pour les différents **modèles** conduit à une solution médiocre, qui est cependant améliorée nettement avec l'emploi de conditions aux limites appropriées à la théorie des poutres.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




L1 = L2 = L3 = 10 mm
b = 1 mm
a = 3 mm

## 1.2 Propriétés de matériaux

$E=200\,000\,MPa$

$\nu=0.3$

$\nu=0.0$ permet d'éviter la variation de courbure orthogonale induite par l'effet de Poisson dans les plaques, qui provoque un écart entre les théories de poutres et de plaques, hors de la fibre moyenne.

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

- force $F_y=-1$ (charge 1) ou couple $C_z=1$ (charge 2)
- définies ou appliqués sur la fibre neutre
- encastrement de la section $x=0$
- continuité des déplacements de translation sur $AB$
- continuité des déplacements de translation en $C$
- égalité des déplacements de rotation autour de $z$ sur $C1-C2$
- pour les points $M$ de la section ( $M1$ $M2$ $M4$ ) les déplacements de translation $u(M)$ dépendent linéairement du déplacement de rotation $\varphi_z$ des points $P$ de $AB$

$$u(M)=-\varphi_z(P).y+dx(P)$$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique, *structure isostatique*.

La flèche élastique, les contraintes et déformations axiales élastiques et le moment fléchissant en tout point d'abscisse $x$ sont donnés par :

- Charge n°1 : force $F_y=-1$

$M_y(x)=F_y.L(1-x/L)$ (= $E.I_z.u_y''(x)$ en élasticité)
$u_y(x)=F_yL.x^2.(3-x/L)/(6.E.I_z)$ (en élasticité)
$\varepsilon_{xx}(x,y)=-F_y.L(1-x/L).y/(E.I_z)$ (en élasticité)
$\sigma_{xx}(x,y)=-F_y.L(1-x/L).y/I_z$ (en élasticité)

- Charge n°2 : couple $C_z=1$ ou rotation $dr_z=C_{z.L}/(E.I_z)$

$M_y(x)=C_z$ (= $E.I_z.u_y''(x)$ en élasticité)
$u_y(x)=C_z.x^2/(2.E.I_z)$ (en élasticité)
$\sigma_{xx}(x,y)=-C_z.y/I_z$ (en élasticité)
$\varepsilon_{xx}(x,y)=-C_z.y/(E.I_z)$ (en élasticité)

avec :

$L=L1+L2+L3=30\,mm$
$I_z=a.h^3/12=0.25\,mm^4$
$dr_z=0.0006$

## 2.2 Résultats de référence

Flèches, contraintes et déformations axiales et moments fléchissants en 4 points de l'axe de la poutre.

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

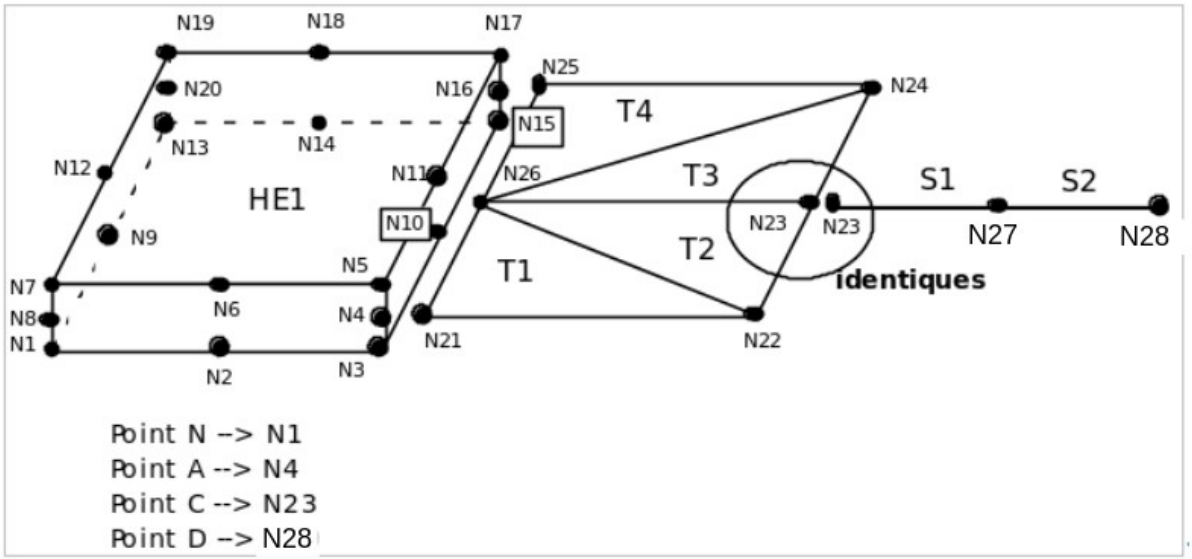


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation mixtes : 3D, DKT et POU_D_E




Charge n°1 : force $F_y$
Encastrement total sur la section en $O$

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 28
Nombre de mailles et types : 1 HEXA20 , 4 TRIA3 / DKT , 2 SEG2/ POU_D_E

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

- Charge n°1 : force $F_y$

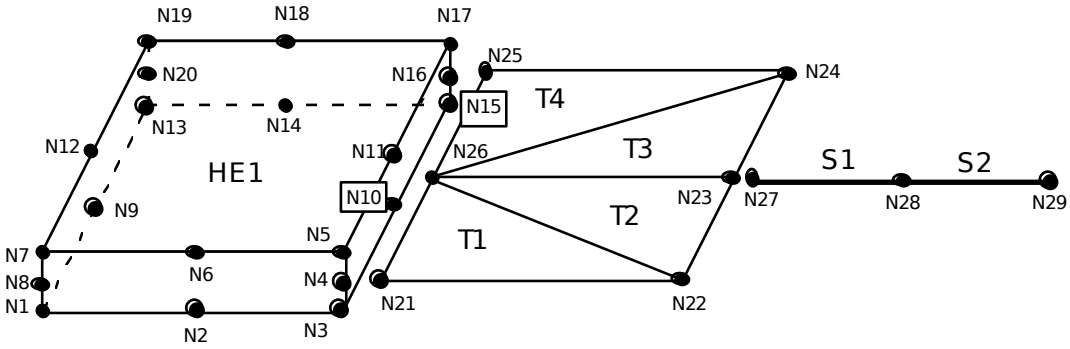
| Identification | Type de Référence | Référence | Tolérance ( % ) |
|---|---|---|---|
| $uN$ (nœud $N1$ ) | ANALYTIQUE | 0. | 1,00E-006 |
| $uM$ (nœud $N26$ ) | ANALYTIQUE | –0.0267 | 14.0 |
| $uA$ (nœud $N4$ ) | ANALYTIQUE | –0.0267 | 14.0 |
| $uC1$ (nœud $N22$ ) | ANALYTIQUE | –0.0933 | 8.40 |
| $uC$ (nœud $N23$ ) | ANALYTIQUE | –0.0933 | 8.30 |
| $uD$ (nœud $N28$ ) | ANALYTIQUE | –0.18 | 6.40 |


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation mixte : 3D, DKT, POU_D_E et DIS_TR




Point N --> N1
Point A --> N4
Point C --> N23
Point D --> N29

Charge n°1 : force $F_y$
Encastrement sur la section en $O$ réalisé par une liaison 3D_POUTRE entre la face $N1\,N13\,N19\,N7$ et un élément discret situé sur l'origine.

Relation supplémentaire, par rapport à la modélisation $A$, entre $C_1$ $C_2$ et $C$, introduite par LIAISON_ELEM : 'COQ_POU'.

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 29

Nombre de mailles et types : 1 HEXA20 , 4 TRIA3 / DKT , 2 SEG2/ POU_D_E , 1 POI1/DIS_TR , 1 QUAD8 , 2 SEG2/BORD_DKT

## 4.3 Grandeurs testées et résultats

- Charge n°1 : force $F_y$

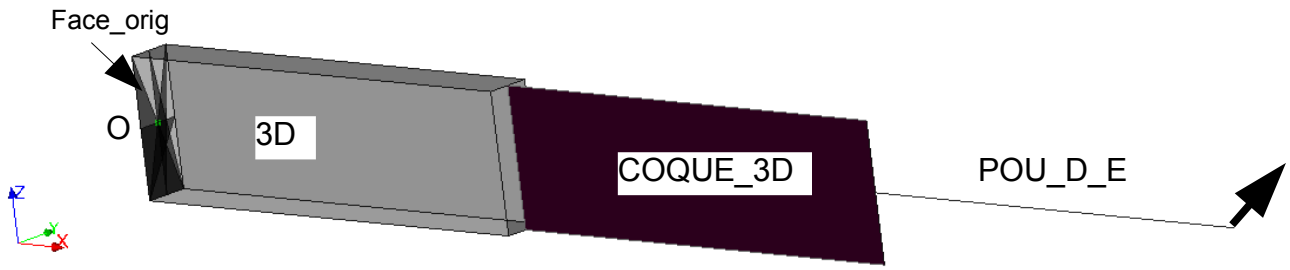
| Identification | Type de Référence | Référence | Tolérance ( % ) |
|---|---|---|---|
| $uN$ (nœud $N1$ ) | ANALYTIQUE | 0. | |
| $uM$ (nœud $N26$ ) | ANALYTIQUE | –0.0267 | 3.0 |
| $uA$ (nœud $N4$ ) | ANALYTIQUE | –0.0267 | 3.0 |
| $uC1$ (nœud $N22$ ) | ANALYTIQUE | –0.0933 | 1.0 |
| $uC$ (nœud $N23$ ) | ANALYTIQUE | –0.0933 | 1.0 |
| $uD$ (nœud $N29$ ) | ANALYTIQUE | –0.18 | 1.0 |
| | | | |
| $M_z$ (nœud $N27$ ) | ANALYTIQUE | –10. | 1.0 |
| $M_z$ (nœud $N29$ ) | ANALYTIQUE | 0. | 1.0 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

Modélisation mixte: 3D , COQUE_3D, DIS_TR, POU_D_E.




- Force $F_y$
- Encastrement sur la section en $O$ réalisé par une liaison 3D_POUTRE entre la face et un élément « Face_orig » discret situé sur l'origine $O$.

- Relation supplémentaire entre le COQUE_3D et la poutre par LIAISON_ELEM : 'COQ_POU'.
- Cette modélisation valide aussi la non-regression de CALC_FERAILLAGE (densité de ferraillage dans les plaques et coque) sur les COQUE_3D.

## 5.1 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 33 .

Nombre de mailles et types : 3D / 1 HEXA20 , 1 QUAD8, COQUE_3D / 1 QUAD9, 1 SEG3 / DIS_TR / 1 POI1/ POU_D_E 2 SEG2

## 5.2 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de Référence | Référence | Tolérance ( % ) |
|---|---|---|---|
| $DY$ (nœud $N26$ ) | ANALYTIQUE | –0.0267 | 3.0 |
| $DY$ (nœud $N4$ ) | ANALYTIQUE | –0.0267 | 3.0 |
| $DY$ (nœud $N22$ ) | ANALYTIQUE | –0.0933 | 1.0 |
| $DY$ (nœud $N23$ ) | ANALYTIQUE | –0.0933 | 1.0 |
| $DY$ (nœud $N29$ ) | ANALYTIQUE | –0.18 | 1.0 |
| Moment | | | |
| $M_{FZ}$ (nœud $N27$ ) | ANALYTIQUE | –10. | 1.0 |
| $M_{FZ}$ (nœud $N29$ ) | ANALYTIQUE | 0. | 1.0 |
| Ferraillage | | | |
| $DNSXS$ (maille $C1$ ) | NON-RÉGRESSION | 2.30587085238E-06 | 1.0E-6 |
| $DNSYI$ (maille $C1$ ) | NON-RÉGRESSION | 2.29077876872E-06 | 1.0E-6 |
| $SIGMBE$ (maille $C1$ ) | NON-RÉGRESSION | 130714.081463 | 1.0E-6 |

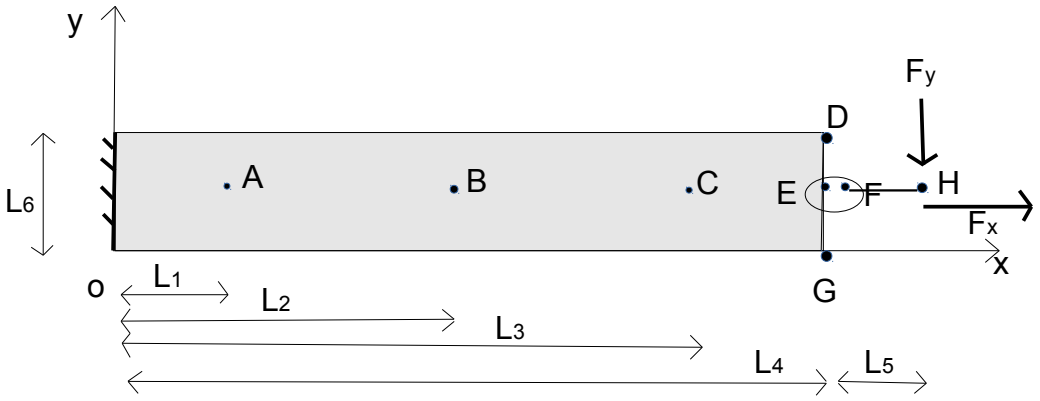


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation mixte: C_PLAN , 2D_DIS_TR

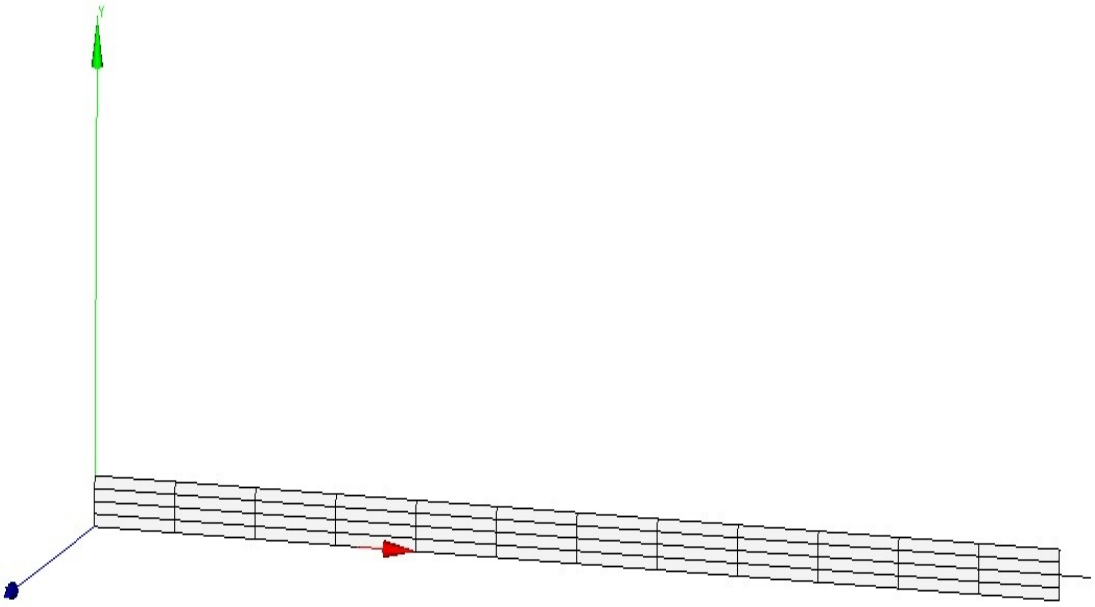



$L_1 = 5$ $L_2 = 15$ $L_3 = 25$ $L_4 = 30$ $L_5 = L_6 = 1$

En $H$ : charge n°1 : force $F_x$ , charge n°2 : $F_y$
Déplacements $u_x$ et $u_y$ nuls sur le bord gauche de la partie 2D.

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 179
Nombre de mailles et types : 8 SEG3, 1 SEG2, 48 QUAD8 (=12 x 4)




Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de Référence | Référence | Tolérance ( % ) |
|---|---|---|---|
| Charge 1 : *force* $F_x$ | | | |
| $u_x(A)$ (nœud $N13$ ) | ANALYTIQUE | 2,50 | 1.0e-5 |
| $u_x(B)$ (nœud $N75$ ) | ANALYTIQUE | 7,50 | 1.0e-5 |
| $u_x(C)$ (nœud $N131$ ) | ANALYTIQUE | 12,50 | 1.0e-5 |
| $u_x(D)$ (nœud $N141$ ) | ANALYTIQUE | 15,00 | 1.0e-5 |
| $u_x(E)$ (nœud $N133$ ) | ANALYTIQUE | 15,00 | 1.0e-5 |
| $u_x(F)$ (nœud $N178$ ) | ANALYTIQUE | 15,00 | 1.0e-5 |
| $u_x(G)$ (nœud $N125$ ) | ANALYTIQUE | 15,00 | 1.0e-5 |
| $u_x(H)$ (nœud $N179$ ) | ANALYTIQUE | 15,25 | 1.0e-5 |
| Charge 2 : *force* $F_y$ | | | |
| $u_y(A)$ (nœud $N13$ ) | ANALYTIQUE | 2.125e-2 | 1.0e-2 |
| $u_y(B)$ (nœud $N75$ ) | ANALYTIQUE | -1.6875e-1 | 1.0e-2 |
| $u_y(C)$ (nœud $N131$ ) | ANALYTIQUE | -4,0625 | 1.0e-2 |
| $u_y(D)$ (nœud $N141$ ) | ANALYTIQUE | -0,54 | 1.0e-2 |
| $u_y(E)$ (nœud $N133$ ) | ANALYTIQUE | -0,54 | 1.0e-2 |
| $u_y(F)$ (nœud $N178$ ) | ANALYTIQUE | -0,54 | 1.0e-2 |
| $u_y(G)$ (nœud $N125$ ) | ANALYTIQUE | -0,54 | 1.0e-2 |
| $u_y(H)$ (nœud $N179$ ) | ANALYTIQUE | -0,54 | 1.0e-2 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

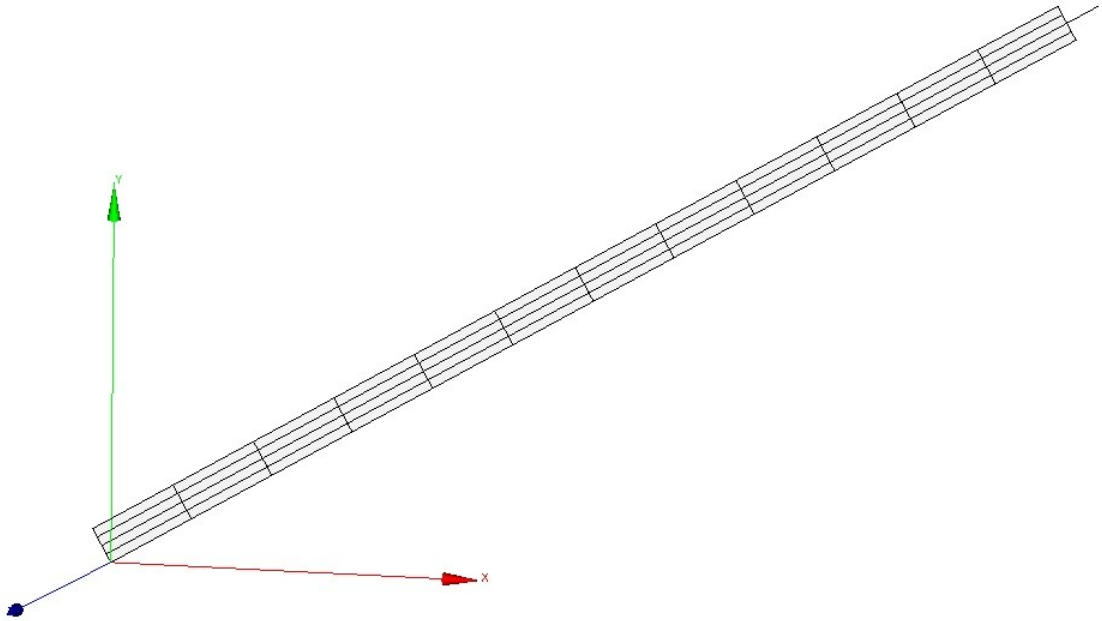
# 7 Modélisation E

## 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation G = Modélisation F ( C_PLAN , 2D_DIS_TR) + rotation de 30° à l'origine.

## 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 179
Nombre de mailles et types : 8 SEG3, 1 SEG2, 48 QUAD8 (=12 x 4)




## 7.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de Référence | Référence | Tolérance ( % ) |
|---|---|---|---|
| Charge 1 : *force* $F_x$ | | | |
| $u_x(A)$ (nœud $N13$ ) | ANALYTIQUE | 2,165064 | 1.0e-6 |
| $u_x(B)$ (nœud $N75$ ) | ANALYTIQUE | 6,495191 | 1.0e-6 |
| $u_x(C)$ (nœud $N131$ ) | ANALYTIQUE | 10,825318 | 1.0e-6 |
| $u_x(D)$ (nœud $N141$ ) | ANALYTIQUE | 12,990381 | 1.0e-6 |
| $u_x(E)$ (nœud $N133$ ) | ANALYTIQUE | 12,990381 | 1.0e-6 |
| $u_x(F)$ (nœud $N178$ ) | ANALYTIQUE | 12,990381 | 1.0e-6 |
| $u_x(G)$ (nœud $N125$ ) | ANALYTIQUE | 12,990381 | 1.0e-6 |
| $u_x(H)$ (nœud $N179$ ) | ANALYTIQUE | 13,208874 | 1.0e-6 |
| Charge 2 : *force* $F_y$ | | | |
| $u_y(A)$ (nœud $N13$ ) | ANALYTIQUE | -1.8403e-2 | 1.0e-2 |
| $u_y(B)$ (nœud $N75$ ) | ANALYTIQUE | -0,146142 | 1.0e-2 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $u_y(C)$ | (nœud $N131$ ) | ANALYTIQUE | -0,351823 | 1.0e-2 |
| $u_y(D)$ | (nœud $N141$ ) | ANALYTIQUE | -0,467654 | 1,5 |
| $u_y(E)$ | (nœud $N133$ ) | ANALYTIQUE | -0,467654 | 1.0e-2 |
| $u_y(F)$ | (nœud $N178$ ) | ANALYTIQUE | -0,467654 | 1.0e-2 |
| $u_y(G)$ | (nœud $N125$ ) | ANALYTIQUE | -0,467654 | 1,5 |
| $u_y(H)$ | (nœud $N179$ ) | ANALYTIQUE | -0,467654 | 1.0e-2 |

## 7.4 Remarques

Les valeurs analytiques de déplacement sont celles de la modélisation G multipliées par le cosinus de $30$ degrés.

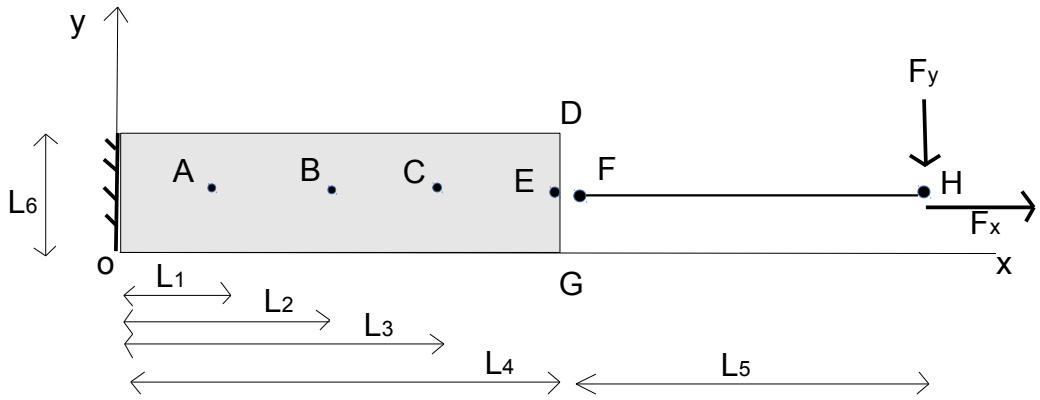


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 8 Modélisation F

## 8.1 Caractéristiques de la modélisation

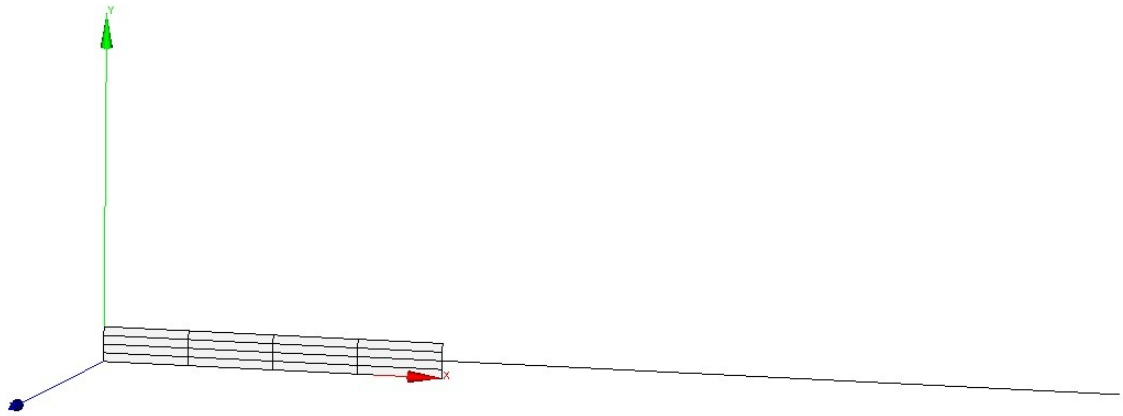
Modélisation mixte: C_PLAN , POU_D_E




$L_1 = 2,5$ $L_2 = 5$ $L_3 = 7,5$ $L_4 = 10$ $L_5 = 20$ $L_6 = 1$

## 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 67
Nombre de mailles et types : 8 SEG3, 1 SEG2, 16 QUAD8 (=4 x 4)



## 8.3 Grandeurs testées et résultats



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| Identification | Type de Référence | Référence | Tolérance ( % ) |
|---|---|---|---|
| Charge 1 : *force* $F_x$ | | | |
| $u_x(A)$ (nœud $N12$ ) | ANALYTIQUE | 1,25 | 1.0e-6 |
| $u_x(B)$ (nœud $N13$ ) | ANALYTIQUE | 2,50 | 1.0e-6 |
| $u_x(C)$ (nœud $N14$ ) | ANALYTIQUE | 3,75 | 1.0e-6 |
| $u_x(D)$ (nœud $N25$ ) | ANALYTIQUE | 5,00 | 1.0e-6 |
| $u_x(E)$ (nœud $N15$ ) | ANALYTIQUE | 5,00 | 1.0e-6 |
| $u_x(F)$ (nœud $N66$ ) | ANALYTIQUE | 5,00 | 1.0e-6 |
| $u_x(G)$ (nœud $N5$ ) | ANALYTIQUE | 5,00 | 1.0e-6 |
| $u_x(H)$ (nœud $N67$ ) | ANALYTIQUE | 15,00 | 1.0e-6 |
| Charge 2 : *force* $F_y$ | | | |
| $u_y(A)$ (nœud $N12$ ) | ANALYTIQUE | -5.46875e-3 | 1.0e-2 |
| $u_y(B)$ (nœud $N13$ ) | ANALYTIQUE | -2.125e-2 | 1.0e-2 |
| $u_y(C)$ (nœud $N14$ ) | ANALYTIQUE | -4.640625e-2 | 1.0e-2 |
| $u_y(D)$ (nœud $N25$ ) | ANALYTIQUE | -0,08 | 1.0e-2 |
| $u_y(E)$ (nœud $N15$ ) | ANALYTIQUE | -0,08 | 1.0e-2 |
| $u_y(F)$ (nœud $N66$ ) | ANALYTIQUE | -0,08 | 1.0e-2 |
| $u_y(G)$ (nœud $N5$ ) | ANALYTIQUE | -0,08 | 1.0e-2 |
| $u_y(H)$ (nœud $N67$ ) | ANALYTIQUE | -0,54 | 1.0e-3 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 9 Synthèse des résultats

Les cas étudiés sont :

| Modélisation | Liaisons |
|---|---|
| A : 3D, DKT et POU_D_E | LIAISON_GROUP |
| B : 3D, DKT, POU_D_E et DIS_TR | LIAISON_GROUP ; LIAISON_ELEM : 3D_POU, COQ_POU |
| C : 3D, COQUE_3D, POU_D_E et DIS_TR | LIAISON_GROUP ; LIAISON_ELEM : 3D_POU, COQ_POU |
| D : C_PLAN , 2D_DIS_TR | LIAISON_ELEM : 2D_POU |
| E : C_PLAN , 2D_DIS_TR | LIAISON_ELEM : 2D_POU |
| F : C_PLAN , POU_D_E | LIAISON_ELEM : 2D_POU |

- Le maillage est très grossier en éléments $3D$ et plaque. Le test mérite une modélisation plus fine, étant donné que les résultats sont influencés par la façon de décrire les conditions d'encastrement en $O$. La modélisation $A$ conduit à une erreur de $14\%$ au maximum,
- cependant avec une bonne prise en compte de ces conditions, la solution est nettement meilleure (la modélisation $B$ conduit à une erreur de $3\%$ maximum).
- Les comparaisons des contraintes et efforts donnent de bons résultats (modélisation $B$). Pour l'élément de coque $1D$, les résultats sont très bons.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)