RCCM09 - Opérateur POST_RCCM : calcul du facteur d'amorçage

Résumé :

Ce test de thermo-mécanique statique linéaire permet de valider le calcul du facteur d'amorçage avec la commande POST_RCCM (option AMORCAGE, résultats de type EVOLUTION).

La solution analytique est simple, et permet de tester le post-traitement au sens du RCC_M.

La modélisation A du cas test consiste en un ensemble de tests unitaires, où les contraintes sont directement fournies et non calculées, pour vérifier le bon fonctionnement du calcul du facteur d'amorçage.

La modélisation B correspond à la résolution complète (modélisation, calcul des contraintes et estimation des facteurs d'amorçage) d'un problème de référence présenté ci-après.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence de la modélisation B

1.1 Géométrie

Le problème de référence est plan. On considère une plaque rectangulaire, de largeur W, comportant une fissure débouchante de longueur a.

On s'intéresse au facteur d'amorçage lié à la singularité géométrique en P, la structure étant soumise à plusieurs chargements mécaniques transitoires.

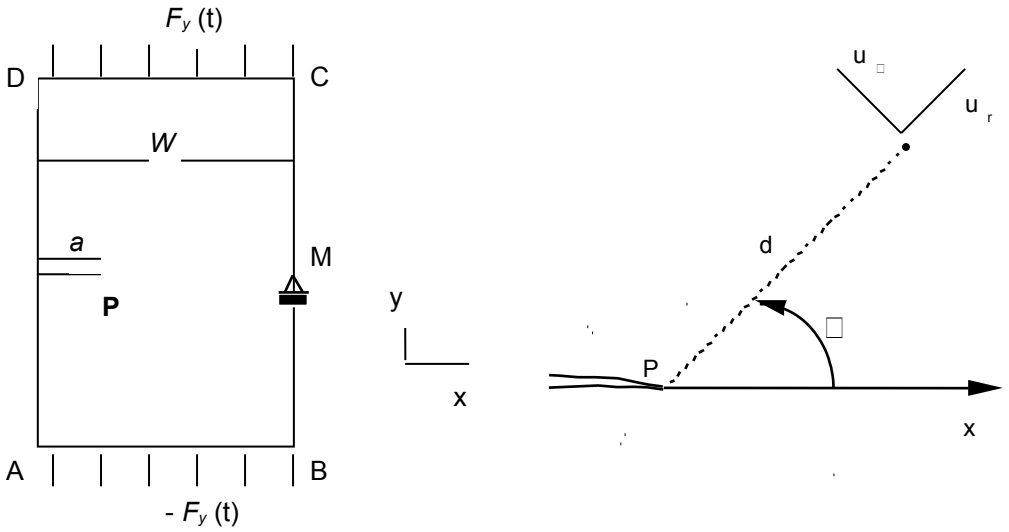


Figure 1.1-a : Définition du problème de référence et du repère local

1.2 Propriétés matériaux

Les propriétés matériau retenues sont les suivantes :

1) module d'Young : $E=2.E+05\,MPa$;
2) coefficient de Poisson : $\nu=0,3$.

Les caractéristiques propres au calcul du facteur d'amorçage au sens RCC-M correspondent au cas d'un alliage Ni-Cr-Fe (inconel) :

1) paramètres de la loi d'amorçage : A_AMORC = 7091 et B_AMORC = -0,1823 ;
2) paramètre de la contrainte efficace : R_AMORC = 1,63 ;
3) distance d à la singularité : D_AMORC = $0,046\,mm$.

La loi d'amorçage s'exprime de la façon suivante :

$$\Delta\sigma_{eff}(d)=\text{A_AMORC}.(N_a)^{\text{B_AMORC}}$$

avec N_a le nombre de cycles acceptables et en prenant la relation suivante entre amplitude de variation des contraintes réelle $\Delta\sigma_{\theta\theta}$ et efficace $\Delta\sigma_{eff}$:

$$\Delta\sigma_{eff}=\frac{\Delta\sigma_{\theta\theta}}{1-R/_{\text{R_AMORC}}}$$, avec R rapport de charge.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

La structure est soumise à deux chargements mécaniques transitoires ; tous les chargements consistent en une force linéique F_y imposée sur les segments AB et CD.
Les mouvements de corps rigides sont bloqués au point M.

Transitoire 1 :

$t=0\text{s} \quad |F_y|=0 \quad ; \quad t=1\text{s} \quad |F_y|=100\ f^0$

Transitoire 2 :

$t=0\text{s} \quad |F_y|=10\ f^0 \quad ; \quad t=1\text{s} \quad |F_y|=110\ f^0 \quad ; \quad t=2\text{s} \quad |F_y|=50\ f^0$

où $f^0=3\ N.mm^{-1}$.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Résultats de référence

2.1.1 Calcul des facteurs d'intensité des contraintes

La solution de référence pour une fissure débouchante de profondeur *a* dans une plaque d'épaisseur W sollicitée en mode I pur (force σ suivant l'axe y) est la suivante :

$$K_I = Y\,\sigma\sqrt{a}\text{ , avec }\ Y = 1.99 - 0.41\frac{a}{W} + 18.7\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 38.48\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 53.85\left(\frac{a}{W}\right)^4$$

Application numérique : pour une fissure de $15\,mm$ de profondeur ($W = 72\,mm$) et le chargement f^0, on obtient $K_I = 2{,}874\,MPa.\sqrt{mm}$.

2.1.2 Calcul des contraintes autour du fond de fissure

La solution analytique pour la contrainte sur un cercle de rayon r autour du fond de fissure, obtenue pour une fissure en milieu infini, est la suivante :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left(3\cos\frac{\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2}\right)$$

Application numérique : pour le chargement f^0 et pour un rayon $r = R_{AMORC} = 0{,}046\,mm$, on obtient :

$\theta = 0$: $\sigma_{\theta\theta} = 53.5\,MPa$; $\theta = \pi/2$: $\sigma_{\theta\theta} = 18.9\,MPa$

2.1.3 Calcul du facteur d'amorçage

Le facteur d'amorçage associé à la singularité géométrique en P est calculé analytiquement en suivant la procédure prescrite dans le RCC-M [3]. Tous les instants fournis sont considérés comme des extrema locaux et sont donc retenus dans le calcul.

On note s^0 la valeur de $\sigma_{\theta\theta}$ relevée à un rayon r du fond de fissure, à un angle θ donné pour le chargement f^0. On peut construire alors le tableau des amplitudes de variation de $\sigma_{\theta\theta}$ pour toutes les combinaisons possibles :

			Transitoire 1		Transitoire 2		
			$Nb_{occur} = i$		$Nb_{occur} = j$		
			$t=0$	$t=1$	$t=0$	$t=1$	$t=2$
Transitoire 1	$Nb_{occur} = i$	$t=0$		$100\,s°$	$10\,s°$	$110\,s°$	$50\,s°$
		$t=1$			$90\,s°$	$10\,s°$	$50\,s°$
Transitoire 2	$Nb_{occur} = j$	$t=0$				$100\,s°$	$40\,s°$
		$t=1$					$60\,s°$
		$t=2$					

La prise en compte du rapport de charge R de chaque combinaison permet de calculer l'amplitude de variation des contraintes efficaces $\Delta\sigma_{eff}$:

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

			Transitoire 1		Transitoire 2		
			$Nb_{occur}=i$		$Nb_{occur}=j$		
			$t=0$	$t=1$	$t=0$	$t=1$	$t=2$
Transitoire 1	$Nb_{occur}=i$	$t=0$		$100\,s°$	$10\,s°$	$110\,s°$	$50\,s°$
		$t=1$			$95{,}6\,s°$	$22{,}6\,s°$	$72{,}1\,s°$
Transitoire 2	$Nb_{occur}=j$	$t=0$				$105{,}9\,s°$	$45{,}6\,s°$
		$t=1$					$83{,}6\,s°$
		$t=2$					

Le calcul du facteur d'amorçage FA s'effectue selon un processus itératif :

1) identification du transitoire de nombre d'occurrences non nul conduisant au maximum de $\Delta\sigma_{eff}$;
2) calcul du facteur d'amorçage élémentaire associé, à l'aide de la loi de fatigue ;
3) réactualisation du nombre d'occurrences de la combinaison traitée.

Deux cas sont successivement étudiés avec les nombres d'occurrences des deux transitoires suivants : $i=j=1$ et $i=1\ ;\ j=2$. On note N_{kl-mn} le nombre de cycles admissibles pour la combinaison du l-ième pas de temps du k-ième transitoire et du n-ième pas de temps du m-ième transitoire (calculé à partie de $\Delta\sigma_{eff}$ de cette combinaison et de la loi de fatigue).

1er cas : $\mathrm{FA}_1=\dfrac{1}{N_{11-22}}+\dfrac{1}{N_{12-21}}+\dfrac{1}{N_{22-23}}$

2ème cas : $\mathrm{FA}_2=\dfrac{1}{N_{11-22}}+\dfrac{1}{N_{11-12}}+\dfrac{1}{N_{12-21}}+\dfrac{1}{N_{22-23}}$

Application numérique : pour la modélisation A de ce cas test, on suppose que $s°=1$. On a donc :

$FA_1=2{,}005.10^{-10}$; F $A_2=2{,}710.10^{-10}$

Pour la modélisation B, la valeur de $s°$ dépend de l'angle θ, et peut être calculée à l'aide de la formule indiquée dans le paragraphe 2.1.2.

$\theta=0$: $\sigma^o=53{,}5\mathrm{MPa}$, $FA_1=0{,}607$; $FA_2=0{,}819$

$\theta=90°$: $\sigma^o=18{,}9\mathrm{MPa}$, $FA_1=2{,}01.10^{-3}$; $FA_2=2{,}72.10^{-3}$

2.2 Références bibliographiques

[1] W.F. BROWN, J.E. STRAWLEY : « Plane Strain Crack Toughness Testing of High Strength Material », American Society of Testing and Materials, STP 410

[2] J.B. LEBLOND : « Mécanique de la rupture fragile et ductile », Lavoisier, Paris, 2003.

[3] RCC-M : « Mécanique de la rupture fragile et ductile », Lavoisier, Paris, 2003.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation A vise uniquement à valider les fonctionnalités de calcul du facteur d'amorçage dans l'opérateur POST_RCCM à partir des contraintes directement données.

Il n'y a donc dans cette modélisation ni maillage, ni calcul mécanique.

3.2 Valeurs testées et résultats

On teste le calcul du facteur d'amorçage avec :
- différents cas de contraintes min et max produisant la même amplitude de variation (100) ;
- un cas de combinaison de 2 transitoires produisant des contraintes différentes ;
- un cas de valeurs négatives ;
- un cas avec un nombre d'occurrences.

Les valeurs du facteur d'amorçage calculées sont exactement égales aux valeurs de référence analytiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

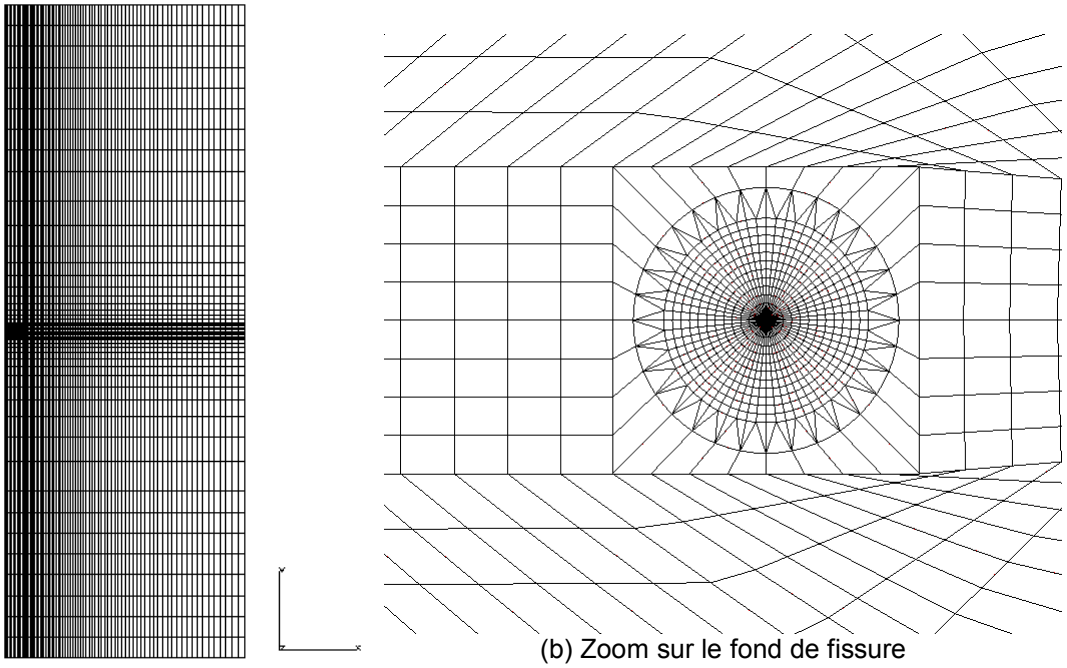
4.1 Caractéristiques de la modélisation

L'objectif de la modélisation B est de valider l'ensemble du processus du calcul du facteur d'amorçage, de la résolution du problème mécanique au post-traitement avec POST_RCCM.

Le calcul est effectué sur une modélisation 2D déformations planes, avec un matériau au comportement élastique linéaire.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 30000
Nombre de mailles : 10000 mailles quadratiques (SEG3, TRIA6 et QUAD8)



(a) Vue générale (b) Zoom sur le fond de fissure

Figure 4.2-a : Maillage – cas test rccm09b

4.3 Valeurs testées et résultats

Les différentes valeurs testées sont regroupées dans le tableau ci-dessous.
La bonne précision sur le facteur d'intensité des contraintes montre que le maillage utilisé est suffisamment fin pour capter la singularité des déplacements en fond de fissure.

La comparaison des contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ en fonction de l'angle θ est également satisfaisante : l'écart sur la valeur maximale de $\sigma_{\theta\theta}$, obtenue pour $\theta=0$, est de 2 %. L'écart entre solution analytique et solution numérique peut s'expliquer par les effets du bord de la structure sur le champ de contraintes : on compare en effet une solution analytique obtenue dans un milieu infini à un calcul sur une structure finie (fissure de $15\,mm$ de profondeur, plaque de $72\,mm$ de largeur).

Le facteur d'amorçage maximum, calculé pour $\theta=0$, est proche de la solution analytique pour les deux cas étudiés. Pour $\theta=90°$, l'écart est important, comme conséquence de l'écart déjà noté sur les contraintes.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Valeur testée	Référence	Aster	Ecart
K_I ($MPa.\sqrt{mm}$) (méthode 3)	2,874	2,855	-0,6 %
$\sigma_{\theta\theta}$ ($\theta=0°$) (MPa)	53,5	54,5	2 %
$\sigma_{\theta\theta}$ ($\theta=90°$) (MPa)	18,9	17,5	-7 %
FA_1 ($\theta=0°$)	0,607	0,673	11 %
FA_1 ($\theta=90°$)	$2,01.10^{-3}$	$1,32.10^{-3}$	-34 %
FA_2 ($\theta=0°$)	0,819	0,909	11 %
FA_2 ($\theta=90°$)	$2,72.10^{-3}$	$1,786.10^{-3}$	-34 %

Remarque :

La contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ correspond, dans le tableau produit par `MACR_LIGN_COUPE`*, à la composante $SIZZ$.*

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Ce document présente deux tests de vérification du calcul du facteur d'amorçage dans l'opérateur POST_RCCM pour des résultats de type EVOLUTION.

La modélisation B permet particulièrement de tester l'ensemble du calcul sur une structure plane fissurée : calcul des contraintes dans la structure, extraction de ces contraintes sur des lignes de coupe circulaire avec MACR_LIGN_COUPE et calcul du facteur d'amorçage avec POST_RCCM. Les résultats sont satisfaisants, mais soulignent la forte influence de la valeur des contraintes (exprimée dans le repère local) sur le facteur d'usage calculé.

On rappelle donc la nécessité d'utiliser des maillages suffisamment fins (de préférence rayonnant) en fond de fissure pour capter correctement la singularité de contraintes liée à la présence de la singularité géométrique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)