SSLV117 – Validation de la modélisation second gradient de dilatation en 3D

Résumé :

Ce test permet de valider la modélisation second gradient [R5.04.03] en 3D à partir de solutions analytiques. Il s'agit d'une boule élastique de rayon unitaire soumise à un déplacement radial imposé et à une pression interne.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

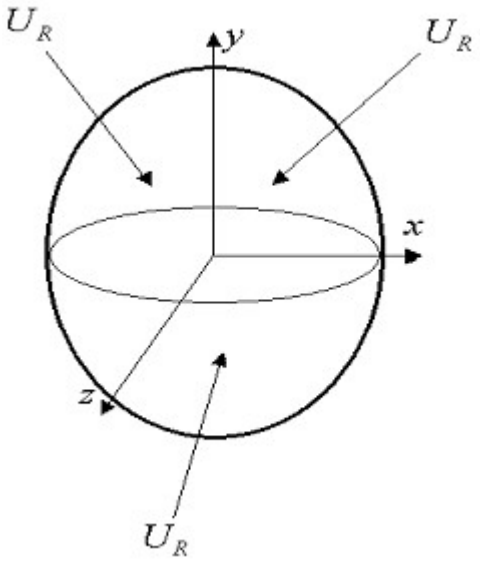


Figure 1.1-a

La géométrie de la structure est une boule de rayon unitaire pour la solution analytique.

1.2 Propriétés des matériaux

Dans le contexte des milieux du second gradient, il est nécessaire de définir des propriétés matériaux pour les parties rattachées aux premier et second gradients du champ de déplacement. Les propriétés du matériau n'ont aucune pertinence physique mais ont été établis pour simplifier les applications analytiques.

- Module d'Young: $\mathrm{E}=1\,\mathrm{Pa}$;
- Coefficient de Poisson: $\nu=0$;
- Module de rigidité de second gradient: $a_1=0.25\,\mathrm{Pa.m}^2$.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Pour des raisons de simplifications numériques, on ne considère qu'un huitième de la boule par symétrie :

- $DX=0$ sur le GROUP_MA 'SYME_X'
- $DY=0$ sur le GROUP_MA 'SYME_Y'
- $DZ=0$ sur le GROUP_MA 'SYME_Z'

Pour des raisons de simplifications numériques, on ne modélise pas la boule mais le cube inscrit de cette boule pour l'application des conditions aux limites. On applique ainsi dans le repère $X=(x,y,z)$:

- $U_R(X)=\left(\frac{r^4}{7}-\frac{1}{3}\right)X$ pour les composantes DX , DY et DZ du GROUP_MA ' BORD_EXT ' où r est la distance entre l'origine de la boule et le point de coordonnée X .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- $G_R(X)=\left(r^4-1\right)$ pour les composantes GONF du GROUP_MA ' BORD_EXT '.

On applique enfin les forces internes suivantes dans le repère $X=(x,y,z)$:
$F_I(X)=4\left(10-r^2\right)X$ pour les composantes FX , FY et FZ du GROUP_MA ' BORD_EXT '

2 Solution de référence

2.1 Grandeurs et résultats de référence

La solutionn analytique est la suivante :
$\nabla\chi(X)=4r^2X$. où $\nabla\chi(X)$ sont les composantes DGONFX1, DGONFX2, DGONFX3 du champ SIEF_ELGA.

$\varepsilon_{xx}(X)=\left(\frac{r^4}{7}-\frac{1}{3}\right)+\frac{4r^2}{7}x*x$. où r désigne la distance entre l'origine de la boule et le point de coordonnée $X=(x,y,z)$ (composante EPXX du champ EPSI_ELGA).

$\varepsilon_{yy}(X)=\left(\frac{r^4}{7}-\frac{1}{3}\right)+\frac{4r^2}{7}y*y$. (composante EPYY du champ EPSI_ELGA).

$\varepsilon_{zz}(X)=\left(\frac{r^4}{7}-\frac{1}{3}\right)+\frac{4r^2}{7}z*z$. (composante EPZZ du champ EPSI_ELGA).

$\varepsilon_{xy}(X)=\frac{4r^2}{7}x*y$. (composante EPXY du champ EPSI_ELGA).

$\varepsilon_{xz}(X)=\frac{4r^2}{7}x*z$. (composante EPXZ du champ EPSI_ELGA).

$\varepsilon_{yz}(X)=\frac{4r^2}{7}y*z$. (composante EPYZ du champ EPSI_ELGA).

2.2 Incertitudes sur la solution

Solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont identiques à la solution de référence. La modélisation est de type 3D_DIL, avec un coefficient de pénalisation nul.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds	9009
Nombre de TRIA6	768
Nombre de TETRA10	12288
Nombre de groupe de mailles	6

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées portent sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ suivant les relations :

$$\theta(\nabla \chi)=\sqrt{\int_{boule}\left(\nabla \chi^{analytique}(X)-\nabla \chi^{numérique}(X)\right)}$$

$$\theta(\varepsilon)=\sqrt{\int_{boule}\left(\varepsilon^{analytique}(X)-\varepsilon^{numérique}(X)\right)}$$

La référence est ici considérée comme de la ' NON_REGRESSION ' à partir du moment où le test porte sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ et non sur les composantes ∇X et ε .

Valeur testée	Instant	Référence	Critère	Aster	Tolérance
$\theta(\varepsilon)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0.00391533	0.1 %
$\theta(\nabla X)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0,06	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont identiques à la solution de référence. La modélisation est de type 3D_DIL, formulation DIL_INCO avec un coefficient de pénalisation nul.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds	9009
Nombre de TRIA6	768
Nombre de TETRA10	12288
Nombre de groupe de mailles	6

4.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées portent sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ suivant les relations :

$$\theta(\nabla\chi)=\sqrt{\int_{boule}\left(\nabla\chi^{analytique}(X)-\nabla\chi^{numérique}(X)\right)}$$

$$\theta(\varepsilon)=\sqrt{\int_{boule}\left(\varepsilon^{analytique}(X)-\varepsilon^{numérique}(X)\right)}$$

La référence est ici considérée comme de la ' NON_REGRESSION ' à partir du moment où le test porte sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ et non sur les composantes ∇X et ε .

Valeur testée	Instant	Référence	Critère	Aster	Tolérance
$\theta(\varepsilon)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0.004688	0.1 %
$\theta(\nabla X)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0,06	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont identiques à la solution de référence. La modélisation est de type 3D_DIL, avec un coefficient de pénalisation égal à 100 fois le module de Young.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds	9009
Nombre de TRIA6	768
Nombre de TETRA10	12288
Nombre de groupe de mailles	6

5.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées portent sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ suivant les relations :

$$\theta(\nabla \chi)=\sqrt{\int_{boule}\left(\nabla \chi^{analytique}(X)-\nabla \chi^{numérique}(X)\right)}$$

$$\theta(\varepsilon)=\sqrt{\int_{boule}\left(\varepsilon^{analytique}(X)-\varepsilon^{numérique}(X)\right)}$$

La référence est ici considérée comme de la ' NON_REGRESSION ' à partir du moment où le test porte sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ et non sur les composantes ∇X et ε .

Valeur testée	Instant	Référence	Critère	Aster	Tolérance
$\theta(\varepsilon)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0.0028421	0.1 %
$\theta(\nabla X)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0,06	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques sont identiques à la solution de référence. La modélisation est de type 3D_DIL, formulation DIL_INCO avec un coefficient de pénalisation nul.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds	9009
Nombre de TRIA6	768
Nombre de TETRA10	12288
Nombre de groupe de mailles	6

6.3 Grandeurs testées et résultats

Les grandeurs testées portent sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ suivant les relations :

$$\theta(\nabla\chi)=\sqrt{\int_{boule}\left(\nabla\chi^{analytique}(X)-\nabla\chi^{numérique}(X)\right)}$$

$$\theta(\varepsilon)=\sqrt{\int_{boule}\left(\varepsilon^{analytique}(X)-\varepsilon^{numérique}(X)\right)}$$

La référence est ici considérée comme de la ' NON_REGRESSION ' à partir du moment où le test porte sur les normes des erreurs $\theta(\nabla X)$ et $\theta(\varepsilon)$ et non sur les composantes ∇X et ε .

Valeur testée	Instant	Référence	Critère	Aster	Tolérance
$\theta(\varepsilon)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0.002888	0.1 %
$\theta(\nabla X)$	1.0	'NON_REGRESSION'	RELATIF	0,06	0.1 %

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Ce test permet de valider le bon fonctionnement de la modélisation second gradient de dilatation en 3D par comparaison à une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)