# SSLV116 – Fissure circulaire en milieu 3D avec contraintes initiales.

**Résumé :**

Ce test a pour but de valider le calcul des facteurs d'intensité de contrainte (SIFs) le long du fond d'une fissure 3D, dans le cadre de l'élasticité en présence de contraintes initiales.

Ce test modélise un cube encastré sur toutes ses faces, présentant une fissure circulaire centrale plane. Il est soumis à un champ de contraintes initiales dues à l'application d'un champ thermique.

Ce test contient 2 modélisations :

- Modélisation A : la fissure est maillée (FEM) ;
- Modélisation B (présente dans le dossier de validation) : la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level-sets (X-FEM).

Pour les deux modélisations, les facteurs d'intensité de contrainte sont évalués par les commandes `POST_K1_K2_K3, CALC_G` (FEM) et `CALC_G_XFEM` (X_FEM).

Les valeurs numériques sont comparées aux valeurs obtenues dans le cas du chargement thermique équivalent.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie

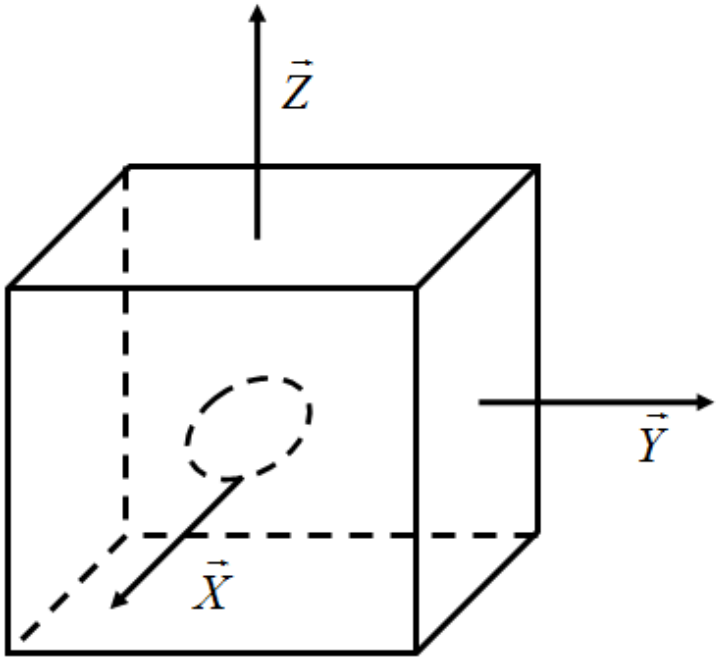



**Figure 1.1 - Géométrie du cas test.**

La fissure est circulaire (penny shaped crack) de rayon $a=2\mathrm{m}$ dans le plan $OXY$. Le coté du cube est de longueur $L=10\mathrm{a}$. Ainsi, on considère que la fissure se trouve dans un milieu infini.

## 1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau, élastique isotrope, possède les propriétés :

$E=200000\,\mathrm{MPa}$

$\nu=0,3$

$\alpha=0,00001\,K^{-1}$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Les faces extérieures du volume sont encastrées.

Compte tenu des symétries, on modélise seulement la moitié de la structure, à savoir le demi-espace tel que $Y>0$. Des conditions de symétrie sont donc appliquées sur la face $Y=0$ : sur cette face, le déplacement suivant $Y$ est bloqué.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

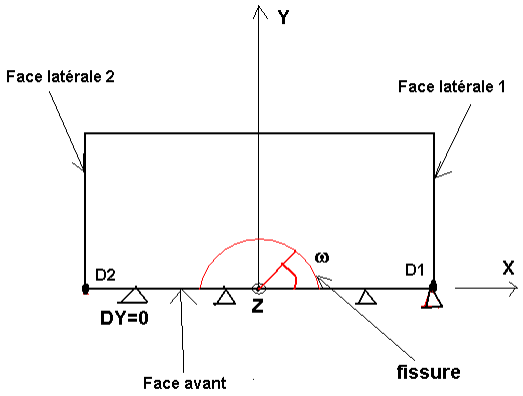



**Figure 1.2: Condition de symétrie**

La structure, initialement de température uniforme 250°C, est soumise à un champ de température variable en espace, selon Z. La structure refroidit, mais est encastrée de toutes parts. De ce fait, des contraintes d'ouverture sont créées sur la fissure.

La Figure ci-dessous présente le profil de température imposé.

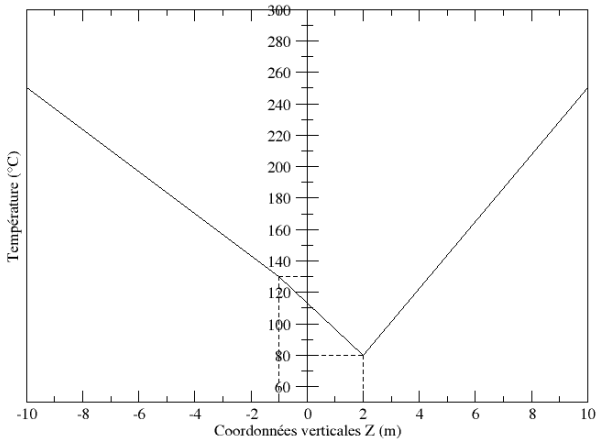



**Figure 1.3 - Champ de température imposé.**

L'application de ce champ de température génère des contraintes (fissure fermée). Ces contraintes sont alors extraites et constituent un champ de contraintes initiales pour le calcul des facteurs d'intensité des contraintes.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

La solution de référence est déterminée par calcul des facteurs d'intensité des contraintes directement à partir du chargement thermique.

La validation est faite à partir du maximum du taux de restitution d'énergie local (en chaque nœud du front de fissure) et du facteur d'intensité des contraintes local à 90° de la fissure.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la fissure est maillée (cas FEM). Le maillage comporte un tore entourant le fond de fissure. L'opérateur utilisé est CALC_G.

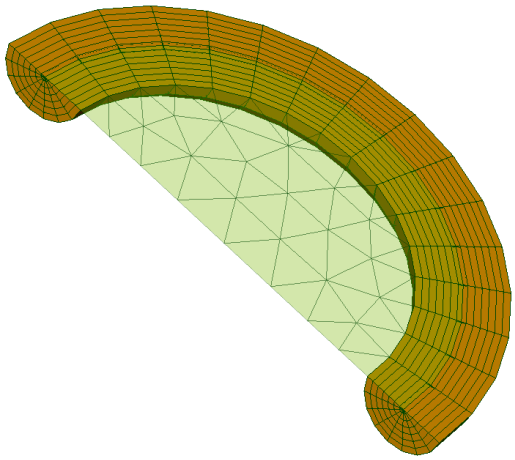


**Figure 3.1: maillage rayonnant**

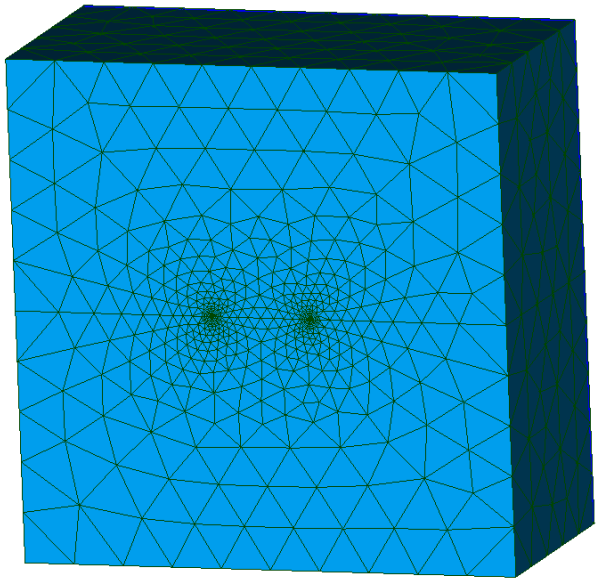


**Figure 3.2: maillage de la structure**

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 26673

Nombre de mailles et type : 16 SEG3, 1540 TRIA6, 416 QUAD8, 12818 TETRA10, 256 PENTA15, 256 PYRAM13, et 1536 HEXA20.

Au niveau du tore (figure 3.1), la longueur des prismes dans la direction radiale est de $h_{pris}=0,04\,m$ (couche de PENTA15 connectés aux fond de fissure), et la longueur des hexaèdres dans la direction radiale est de $h_{hexa}=0,06\,m$ (6 couches d'éléments HEXA20).

Les nœuds milieux des arêtes des mailles touchant le fond de fissure (PENTA15) sont déplacés au quart de ces arêtes (éléments de Barsoum).

## 3.3 Calculs effectués

On rappelle que le principe de ce test de vérifier l'équivalence entre la prise en compte d'un état initial et un chargement thermique équivalent, lors d'un post-traitement de mécanique de la rupture.

Les grandeurs d'intérêt sont le taux de restitution d'énergie (G) et les facteurs d'intensité des contraintes (limités ici à $K_I$ car la configuration ne sollicite que le mode I du fait de la symétrie).

Modélisation : La configuration est bidimentionnelle. Les calculs mécaniques sont effectués sous hypothèse de Déformations Planes.

Calcul de référence :
La solution analytique n'étant pas connue, la première étape consiste à générer le calcul servant de référence : c'est-à-dire le calcul en thermo-élasticité linéaire. On enchaîne la création du champ de température puis le calcul thermo-élastique liénaire, à la suite duquel deux types de post-traitements sont réalisés :



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

- un post-traitement en mécanique de la rupture afin de déterminer les valeurs de références des grandeurs d'intérêt,
- une extraction du champ de contraintes, qui servira de champ de contraintes initiales.

Calcul avec contraintes initiales :
Un calcul en élasticité linéaire incrémentale avec un état initial donné sous la forme d'un champ de contraintes initiales, avec présence de la fissure, est réalisé. Il est important de souligner que **l'état initial est renseigné *via* un champ de contraintes initiales**, et non pas par la donnée d'un concept de type résultat (EVOL_NOLI) dans l'opérateur de résolution.
Ensuite, les post-traitements en mécanique de la rupture sont réalisés. Afin de tester les différentes possibilités offertes par la commande CALC_G, plusieurs configurations sont mises en œuvre, qui diffèrent par le type de champ de contrainte initiale fourni à la commande CALC_G : aux points de Gauss, aux nœuds par élément ou aux nœuds.

Trois couronnes d'intégration du champ thêta pour la commande CALC_G sont utilisées :

- Couronne 1 (2h-4h) : $\mathrm{RINF_1}=h_{pris}+h_{hexa}$ et $\mathrm{RSUP_1}=h_{pris}+3\,h_{hexa}$ ;
- Couronne 2 (4h-6h) : $\mathrm{RINF_2}=h_{pris}+3\,h_{hexa}$ et $\mathrm{RSUP_2}=h_{pris}+6\,h_{hexa}$ ;
- Couronne 3 (2h-6h) : $\mathrm{RINF_3}=h_{pris}+h_{hexa}$ et $\mathrm{RSUP_3}=h_{pris}+6\,h_{hexa}$ .

On choisit un lissage de type LEGENDRE.

Le paramètre ABS_CURV_MAXI de l'opérateur POST_K1_K2_K3 est choisi de manière à retenir 5 nœuds sur le segment d'extrapolation.

## 3.4 Grandeurs testées

On teste les valeurs du taux de restitution d'énergie (G) issues de :
- l'opérateur CALC_G , option G .

On teste également les valeurs du facteur d'intensité des contraintes en mode I ($K_I$) issues de :
- l'opérateur CALC_G, option K,
- l'opérateur POST_K1_K2_K3.

Pour les post-traitements avec l'opérateur CALC_G, les 3 couronnes précédemment définies sont systématiquement testées.

Enfin, on compara à chaque fois, les valeurs issues du calcul de référence aux valeurs issues du calcul avec état initial, à iso-condition (même représentation du champ de contraintes initiales, même opérateur de post-traitement, même couronne).

Pour G et $K_I$ issus de l'opérateur CALC_G, on teste le max de G/ $K_I$ le long du front du fissure.

Le $K_I$ de POST_K1_K2_K3 est testé uniquement au point tel que $\omega=90°$ (voir figure 1.2).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Test des taux de restitution d'énergie :

| Identification | Référence | Type de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| CALC_G / G | | | |
| $max(G)$ issu du calcul thermique (référence), couronne n°1 | - | 'NON_REGRESSION' | - |
| $max(G)$ issu du calcul thermique (référence), couronne n°2 | 1923020 | 'AUTRE_ASTER' | 0,03% |
| $max(G)$ issu du calcul thermique (référence), couronne n°3 | 1923020 | 'AUTRE_ASTER' | 0,04% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°1 | 1923020 | 'AUTRE_ASTER' | 0,02% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°2 | 1922612 | 'AUTRE_ASTER' | 0,04% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°3 | 1922816 | 'AUTRE_ASTER' | 0,04% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°1 | 1923020 | 'AUTRE_ASTER' | 0,02% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°2 | 1922612 | 'AUTRE_ASTER' | 0,04% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°3 | 1922816 | 'AUTRE_ASTER' | 0,04% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux nœuds, couronne n°1 | 1923020 | 'AUTRE_ASTER' | 0,02% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux nœuds, couronne n°2 | 1922612 | 'AUTRE_ASTER' | 0,06% |
| $max(G)$ avec état initial défini aux nœuds, couronne n°3 | 1922816 | 'AUTRE_ASTER' | 0,05% |

Test des facteurs d'intensité de contrainte :

| Identification | Référence | Type de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| CALC_G / K | | | |
| $K_I(90°)$ issu du calcul thermique (référence), couronne n°1 | - | 'NON_REGRESSION' | - |
| $K_I(90°)$ issu du calcul thermique (référence), couronne n°2 | 663418796 | 'AUTRE_ASTER' | 2 % |
| $K_I(90°)$ issu du calcul thermique (référence), couronne n°3 | 663418796 | 'AUTRE_ASTER' | 1 % |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°1 | 663418796 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°2 | 673882118 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux points de Gauss, couronne n°3 | 668650457 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | | |
|---|---|---|---|
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°1 | 663418796 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°2 | 673882118 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux nœuds par élément, couronne n°3 | 668650457 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux nœuds , couronne n°1 | 663418796 | 'AUTRE_ASTER' | 0,011 |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux nœuds, couronne n°2 | 673882118 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |
| $K_I(90°)$ avec état initial défini aux nœuds, couronne n°3 | 668650457 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01 |

| Identification | Référence | Type de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| POST_K1_K2_K3 | | | |
| $K_I(90°)$ issu du calcul thermique (référence) | - | 'NON_REGRESSION' | - |
| $K_I(90°)$ avec état initial | 621498251 | 'AUTRE_ASTER' | 0,01% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la fissure n'est pas maillée (cas X-FEM). L'opérateur utilisé est CALC_G_XFEM.

On utilise le même maillage que pour le cas test sslv154b.

Afin d'obtenir une meilleure précision sur les résultats, le maillage initial libre a été raffiné au niveau du fond de fissure à l'aide de la commande MACR_ADAP_MAIL.

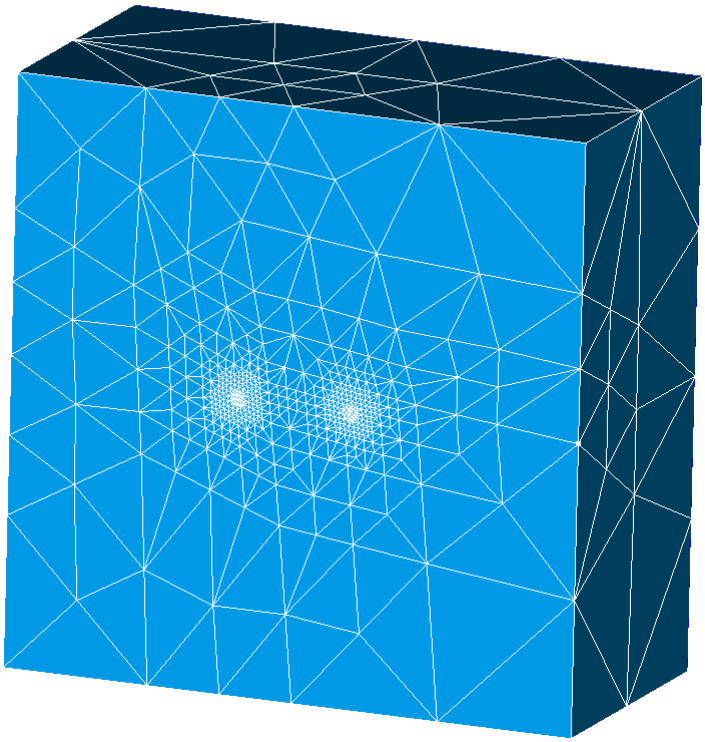


**Figure 4.1: maillage raffiné de la structure**

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1146

Nombre de mailles et type : 64573 TETRA4

La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de $0,07\,m$ .

## 4.3 Résultats

Trois couronnes d'intégration du champ thêta pour la commande CALC_G_XFEM sont utilisées :

- Couronne 1 : $\mathrm{RINF}=0,12\,m$ et $\mathrm{RSUP}=0,528\,m$ .
- Couronne 2 : $\mathrm{RINF_2}=0,5\,\mathrm{RINF}$ et $\mathrm{RSUP_2}=0,5\,\mathrm{RSUP}$
- Couronne 3 : $\mathrm{RINF_2}=1,5\,\mathrm{RINF}$ et $\mathrm{RSUP_2}=1,5\,\mathrm{RSUP}$

On choisit une discrétisation de type LEGENDRE.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Le paramètre ABS_CURV_MAXI de l'opérateur POST_K1_K2_K3 est choisi de manière à retenir 5 nœuds sur le segment d'extrapolation.

Le $K_I$ est testé uniquement au point tel que $\omega = 90°$.

| Option de calcul | Cas considéré | Couronne | Max G (J/m²) | K1(90°) $\left(MPa.m^{\frac{1}{2}}\right)$ |
|---|---|---|---|---|
| **POST_K1_K2_K3** | Thermique | | | 639,E6 |
| | Contrainte initiale | | | 612E6 |
| **CALC_G_XFEM / CALC_G** | Thermique | | 2,06E6 | |
| | Contrainte initiale | 1 | 2,03E6 | |
| | | 2 | 1,95E6 | |
| | | 3 | 2,06E6 | |
| **CALC_G_XFEM /CALC_K_G** | Contrainte initiale | 1 | 1,92E6 | 677E6 |
| | | 2 | 1,94E6 | 661E6 |
| | | 3 | 2,07E6 | 688E6 |

**Tableau 4.3-1- Résultats de la modélisation FEM.**

- On note alors que les résultats sont :
- Conformes aux références à 6% pour G et 8% pour K1. Notons que la référence POST_K1_K2_K3 présente un écart de 4% entre le cas thermique et le cas avec contraintes initiales
- Différents de 5% maximum pour G entre les options CALC_G et CALC_K_G,
- Indépendants de la couronne à 5% près pour G de CALC_G, 7% pour G de CALC_K_G et 4% pour K1.

## 4.4 Grandeurs testées

Comme pour la modélisation A, on teste la valeur maximale des taux de restitution d'énergie et le facteur d'intensité des contraintes pour un angle de 90°, pour 3 couronnes, dans les cas de calcul thermique et d'état initial.

Cependant, en X-FEM, les contraintes ne peuvent être données qu'aux nœuds, ce qui limite le nombre de tests.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On teste de nombreuses grandeurs, afin de contrôler la référence thermique et l'état initial.

| Identification | Option de calcul | Remarque | Type de référence | Valeur de référence | % Tolérance |
|---|---|---|---|---|---|
| $max(Gref)$ | CALC_G, thermique | couronne1 | 'NON REGRESSION' | 2,06919 $10^6$ | 1% |
| $max(Gini)$ | CALC_G, contrainte initiale | Couronne1 | 'AUTRE ASTER' | 2,06919 $10^6$ | 2% |
| $max(Gini2)$ | CALC_G, contrainte initiale | Couronne2 | 'AUTRE ASTER' | 2,06919 $10^6$ | 12% |
| $max(Gini3)$ | CALC_G, contrainte initiale | Couronne3 | 'AUTRE ASTER' | 2,06919 $10^6$ | 2% |
| $max(Girini)$ | CALC_K_G, contrainte initiale | Couronne1 | 'AUTRE ASTER' | 2,06919 $10^6$ | 7 % |
| $max(Girini2)$ | CALC_K_G, contrainte initiale | Couronne2 | 'AUTRE ASTER' | 2,06919 $10^6$ | 12 % |
| $max(Girini3)$ | CALC_K_G, contrainte initiale | Couronne3 | 'AUTRE ASTER' | 2,06919 $10^6$ | 3 % |
| $max(Girini4)$ | CALC_K_G, contrainte initiale | Couronne1 contrainte initiale Noeud | 'AUTRE ASTER' | 1,92013 $10^6$ | 1,5 % |
| $max(Girini5)$ | CALC_K_G, contrainte initiale | Couronne2 contrainte initiale Noeud | 'AUTRE ASTER' | 1,95458 $10^6$ | 1,5 % |
| $max(Girini6)$ | CALC_K_G, contrainte initiale | Couronne3 contrainte initiale Noeud | 'AUTRE ASTER' | 1,93471 $10^6$ | 1,5 % |
| $Kref(90°)$ | POST_K1_K2_K3 Thermique | | 'NON REGRESSION' | 6,397943 $10^8$ | 1 % |
| $Girini$ $K_I(90°)$ | CALC_K_G, Contrainte initiale | Couronne1, | 'AUTRE ASTER' | 6,397943 $10^8$ | 7% |
| $Girini2$ $K_I(90°)$ | CALC_K_G, Contrainte initiale | Couronne2 contrainte initiale Gauss | 'AUTRE ASTER' | 6,397943 $10^8$ | 5% |
| $Girini3$ $K_I(90°)$ | CALC_K_G, Contrainte initiale | Couronne3 contrainte initiale Gauss | 'AUTRE ASTER' | 6,397943 $10^8$ | 8% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, le maillage est le meme que celui de la modelisation A a la difference qu'il est lineaire. On teste l'opérateur POST_J par rapport a CALC_G.

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4519

Nombre de mailles et type : 16 SEG2, 1540 TRIA3, 416 QUAD4, 12818 TETRA4, 256 PENTA6, 256 PYRAM5, et 1536 HEXA8.

Pas de nœuds milieux.

## 5.3 Grandeurs testées

On teste les valeurs du contour integral (JMOD) issues de l'opérateur POST_J et on compare sa valeur par rapport a l'option G de CALC_G.

| Identification | | Référence | Type de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|---|
| POST_J / option JMOD | | | | |
| $G$ | au nœud N4 | - | 'NON_REGRESSION' | - |
| $J$ | issu du contour integral du nœud 'N4' | 1700715.8650389186 | 'AUTRE_ASTER' | 0,2% |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Synthèse des résultats

Ce cas-test valide la calcul des facteurs d'intensité de contrainte d'une fissure 3D en présence d'état initial.

La modélisation par une fissure maillée est plus satisfaisante que la modélisation X-FEM. Elle montre en particulier une dépendance moindre à la couronne.

Plus précisément en FEM (modélisation A) :

- Conclusions sur G :
  - Très bonne indépendance des résultats de CALC_G et CALC_G_XFEM aux couronnes (écart maximal entre couronnes inférieur à 0,04%) , dans tous les cas,
  - Résultats strictement identiques entre un champ de contrainte initiale fourni à CALC_G et CALC_G_XFEM de type ELGA et ELNO (ce qui est logique car le champ de température est linéaire par morceau),
  - Résultats proches avec la référence, à couronne identique (écart d e 0,02 % à 0,0 6 % selon les configurations ) ,
  - Strictement aucune différence entre les options CALC_G et CALC_K_G de CALC_G_XFEM(avec 6 chiffres significatifs)
- Conclusions sur K :
  - Les conclusions ne sont pas aussi nettes d'en 2d (cf. sslp115a)
  - Notamment, on observe une moins bonne indépendance des résultats des options K/CALC_K_G aux couronnes : écart maximal entre couronnes inférieur entre 1 % et 2 % pour le cas de référence, écart qui subsiste aussi pour le calcul avec état initial,
  - Toutefois, résultats avec État Initial très proches de la référence, à couronne identique (écart de l'ordre de 0,01 %),
- Conclusions sur J :
  - J et G sont de la meme grandeur avec une difference de 18 %.
  - le calcul de J est couteux a cause du calcul des contours. On se limite a NB_COUCHE=4, et on reduit a un seul nœud pour le test informatique dans src



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)