# SSLV07 - Étirement d'un parallélépipède sous son propre poids

**Résumé :**

Ce test statique 3D permet de valider les fonctionnalités suivantes :

- chargement en poids propre (pesanteur ou force interne) et en pression uniforme,
- calcul de l'énergie potentielle de la structure,
- estimateur d'erreur en résidu (modélisation B)
- éléments incompressibles (modélisation D).
- utilisation de `MACR_LIGN_COUP` sur un concept `mult_elas` (modélisation A)

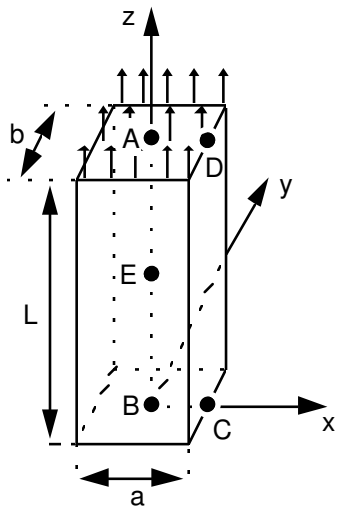
Il comprend 4 modélisations. Son intérêt réside dans la mise en évidence de l'effet du coefficient de Poisson (contraction transversale).



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




Hauteur : L = 3 m
Largeur : a = 1 m
Epaisseur : b = 1 m

Coordonnées des points (en mètres) :

| | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 0. | 0. | 0.5 | 0.5 | 0. |
| $y$ | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |
| $z$ | 3. | 0. | 0. | 3. | 1.5 |

## 1.2 Propriétés de matériaux

$E = 2\,10^{11}\ MPa$

$\nu = 0.3$

$\rho = 7\,800\ kg/m^3$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Point $A$ : ( $u = v = w = 0$ , $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$ )

Poids propre suivant l'axe $z$

Contrainte uniforme à la traction pour la face supérieure : $\sigma_z = \rho\, g\, L = +229\,554.\ Pa$



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

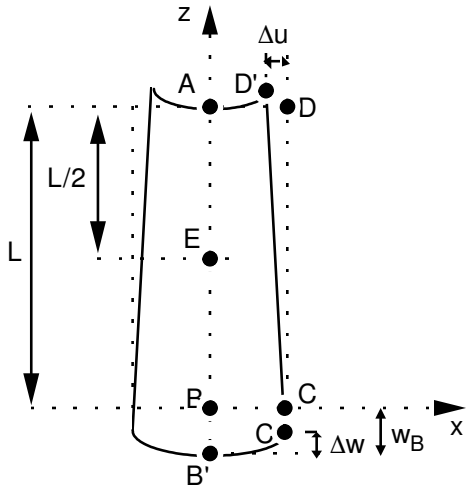
La solution de référence est celle donnée dans la fiche SSLV07/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

Déplacements :

$$u=-\frac{\nu\,\rho\,g\,x\,z}{E}$$
$$v=-\frac{\nu\,\rho\,g\,y\,z}{E}$$
$$w=\frac{\rho\,g\,z^2}{2\,E}+\frac{\nu\,\rho\,g}{2\,E}(x^2+y^2)-\frac{\rho\,g\,L^2}{2\,E}$$

Contraintes :

$$\sigma_{zz}=\rho\,g\,z$$
$$\sigma_{xx}=\sigma_{yy}=\sigma_{xy}=\sigma_{yz}=\sigma_{zx}=0$$




## 2.2 Résultats de référence

Déplacement des points $B$, $C$, $D$ et $E$.

Contraintes $\sigma_{zz}$ en $A$ et $E$.

## 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

## 2.4 Références bibliographiques



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1) S.P. TIMOSHENKO. Théorie de l'élasticité. Paris. Librairie Polytechnique. Ch. Béranger, p.279 à 282 (1961).

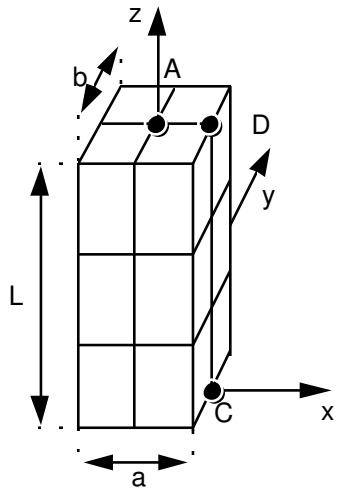


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

**3D**




Découpage : 3 en hauteur
2 en largeur et épaisseur
mailles hexa20

Conditions limites : $DX=DY=0$ sur $\left]AB\right]$, $DY=0$ en $D$, $DZ=0$ en $A$

Noms des nœuds : $Point\ A=N59$ $Point\ B=N53$
$Point\ C=N12$ $Point\ D=N18$
$Point\ E=N56$

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Type de valeur $(m)$ | Référence |
|---|---|---|
| Point $B$ | $U_B$ | 0. |
| | $V_B$ | 0. |
| | $W_B$ | –1.721655 10 $^{-6}$ |
| Point $C$ | $U_C$ | 0. |
| | $V_C$ | 0. |
| | $W_C$ | –1.707308 10 $^{-6}$ |
| Point $D$ | $U_D$ | –1.721655 10 $^{-7}$ |
| | $V_D$ | 0. |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

| | | |
|---|---|---|
| | $W_D$ | 1.434713 $10^{-8}$ |
| Point $E$ | $U_E$ | 0. |
| | $V_E$ | 0. |
| | $W_E$ | –1.291241 $10^{-6}$ |
| | (Pa) | |
| Point $A$ | $\sigma_{zz}$ | 2.29554 $10^5$ |
| Point $E$ | $\sigma_{zz}$ | 1.14777 $10^5$ |

**Résultats issus de MACR_LIGN_COUP sur le segment AB :**

Les tests de NON_REGRESSION sont faits sur les tables issues de MACR_LIGN_COUP appliquée à un CHAMP_GD . Ils constituent les valeurs de référence 'AUTRE_ASTER' pour les tables issues de MACR_LIGN_COUP appliquée à un résultat de type mult_elas .

| Localisation | Grandeur | Valeur de référence | Type de référence | Précision |
|---|---|---|---|---|
| Point $E$ : ABSC_CURV = 1,5 | Champ DEPL, Comp. DZ | - | 'NON_REGRESSION' | - |
| Point $B$ : ABSC_CURV = 3 | Champ DEPL, Comp. DZ | - | 'NON_REGRESSION' | - |
| Point $E$ : ABSC_CURV = 1,5 | Champ DEPL, Comp. DZ | -1.29126028088E-06 | 'AUTRE_ASTER' | 0,1% |
| Point $B$ : ABSC_CURV = 3 | Champ DEPL, Comp. DZ | -1.72167375533E-06 | 'AUTRE_ASTER' | 0,1% |

## 3.4 Remarques

La modélisation en HEXA20 est tout à fait acceptable pour ce maillage grossier. Cette modélisation permet également de tester la bonne prise en compte de l'application de la pesanteur à une liste de mailles ou de groupes de mailles ciblée.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Modélisation B

## 4.1 Caractéristiques de la modélisation

**3D**

Découpage : 12 en hauteur
8 en largeur et épaisseur
mailles HEXA8

Conditions limites : $DX=DY=0$ sur $\left]AB\right]$, $DY=0$ en $D$, $DZ=0$ en $A$

Noms des nœuds : $Point\ A=N533$ $Point\ B=N521$
$Point\ C=N989$ $Point\ D=N1001$
$Point\ E=N527$

## 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053

Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

## 4.3 Remarques

Cette modélisation permet de tester l'estimateur d'erreur en résidu en 3D.

## 4.4 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Type de valeur $(m)$ | Référence |
|---|---|---|
| Point $B$ | $U_B$ | 0. |
| | $V_B$ | 0. |
| | $W_B$ | –1.721655 10 –6 |
| Point $C$ | $U_C$ | 0. |
| | $V_C$ | 0. |
| | $W_C$ | –1.707308 10 –6 |
| Point $D$ | $U_D$ | –1.721655 10 –7 |
| | $V_D$ | 0. |
| | $W_D$ | 1.434713 10–8 |
| Point $E$ | $U_E$ | 0. |
| | $V_E$ | 0. |
| | $W_E$ $(Pa)$ | –1.291241 10–6 |
| Point $A$ | $\sigma_{zz}$ | 2.29554 10$^5$ |
| HEX12 | erreur relative | 1.15 |
| HEX600 | erreur relative | 1.30 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

## 4.5 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8. L'erreur relative globale est faible (3%) mais dépasse 20% sur certaines mailles.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 5 Modélisation C

## 5.1 Caractéristiques de la modélisation

**3D**

Découpage : 12 en hauteur
8 en largeur et épaisseur
mailles hexa8

Conditions limites : $DX=DY=0$ sur $]AB]$, $DY=0$ en $D$, $DZ=0$ en $A$

Noms des nœuds : $Point\ A=N533$ $Point\ B=N521$
$Point\ C=N989$ $Point\ D=N1001$
$Point\ E=N527$

## 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053

Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

## 5.3 Remarques

Cette modélisation permet de tester le mot-clé FORCE_INTERNE dans AFFE_CHAR_MECA_F.

## 5.4 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Type de valeur $(m)$ | Référence |
|---|---|---|
| Point $B$ | $U_B$ | 0. |
| | $V_B$ | 0. |
| | $W_B$ | –1.721655 10 –6 |
| Point $C$ | $U_C$ | 0. |
| | $V_C$ | 0. |
| | $W_C$ | –1.707308 10 –6 |
| Point $D$ | $U_D$ | –1.721655 10 –7 |
| | $V_D$ | 0. |
| | $W_D$ | 1.434713 10–8 |
| Point $E$ | $U_E$ | 0. |
| | $V_E$ | 0. |
| | $W_E$ | –1.291241 10–6 |
| | $(Pa)$ | |
| Point $A$ | $\sigma_{zz}$ | 2.29554 10$^5$ |

## 5.5 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 6 Modélisation D

## 6.1 Caractéristiques de la modélisation

**3D**

Découpage : 3 en hauteur
2 en largeur et épaisseur
mailles hexa20

Conditions limites : $DX=DY=0$ sur $]AB]$, $DY=0$ en $D$, $DZ=0$ en $A$

Noms des nœuds : $Point\ A=N59$ $Point\ B=N53$
$Point\ C=N12$ $Point\ D=N18$
$Point\ E=N56$

## 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

| Localisation | Type de valeur (m) | Référence |
|---|---|---|
| Point $B$ | $U_B$ | 0. |
| | $V_B$ | 0. |
| | $W_B$ | –1.721655 10 $^{-6}$ |
| Point $C$ | $U_C$ | 0. |
| | $V_C$ | 0. |
| | $W_C$ | –1.707308 10 $^{-6}$ |
| Point $D$ | $U_D$ | –1.721655 10 $^{-7}$ |
| | $V_D$ | 0. |
| | $W_D$ | 1.434713 10$^{-8}$ |
| Point $E$ | $U_E$ | 0. |
| | $V_E$ | 0. |
| | $W_E$ | –1.291241 10$^{-6}$ |
| | $(Pa)$ | |
| Point $A$ | $\sigma_{zz}$ | 2.29554 10$^5$ |
| Point $E$ | $\sigma_{zz}$ | 1.14777 10$^5$ |

## 6.4 Remarques

Les éléments incompressibles HEXA20 donnent les mêmes résultats que les éléments standards.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 7 Synthèse des résultats

| Type de valeur $(m)$ | Référence | *Aster* Hexa20 (A) | *Aster* Hexa8 (B) |
|---|---|---|---|
| $U_B$ | 0. | | |
| $V_B$ | 0. | | |
| $W_B$ | –1.721655 10 $^{-6}$ | < 0.1% | < 0.1% |
| $U_C$ | 0. | | x |
| $V_C$ | 0. | | |
| $W_C$ | –1.707308 10 $^{-6}$ | < 0.1% | 0.1% |
| $U_D$ | –1.721655 10 $^{-7}$ | < 0.1% | –2.2% |
| $V_D$ | 0. | | |
| $W_D$ | 1.434713 10 $^{-8}$ | –0.2% | –15.5% |
| $U_E$ | 0. | | |
| $V_E$ | 0. | | |
| $W_E$ | –1.291241 10 $^{-6}$ | < 0.1% | < 0.1% |
| $(Pa)$ | | | |
| $A \ \sigma_{zz}$ | 2.29554 $10^5$ | < 0.1% | –5.3% |
| $E \ \sigma_{zz}$ | 1.14777 $10^5$ | < 0.1% | < 0.1% |

Modélisation : A ( HEXA20 découpage : 3 en $Z$ , 2 en $X$ et $Y$ )
B ( HEXA8 découpage : 12 en $Z$ , 8 en $X$ et $Y$ )

La modélisation en HEXA8 nécessiterait un maillage beaucoup plus fin.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)