# SSLS505 – Plaque composite soumise à des déformations mécaniques d'origine purement thermique

**Résumé :**

L'objectif de ce test est de valider analytiquement la déformation mécanique d'origine thermique des plaques composites sur un maillage composé d'un élément quadrangle à 4 nœuds.

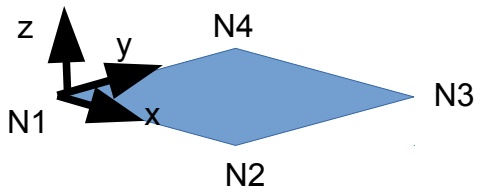
MODÉLISATION A : plaque homogène DKT avec un comportement thermo-élastique orthotrope via DEFI_COMPOSITE.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie




On considère un carré de coté $1\mathrm{mm}$ .

## 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique orthotrope (défini via DEFI_COMPOSITE). L'orthotropie est d'origine thermique c'est-à-dire que les propriétés de dilatation longitudinales, transversales et normales sont :

- $E_L=E_T=E_N=E=100\mathrm{E}9\,;\nu_{LT}=\nu_{LN}=\nu_{TN}=\nu=0{,}3\,;G_{LT}=G_{LN}=G_{TN}=E/2\left(1+\nu\right)$
- $\alpha_{LL}=1.\mathrm{E}-5\,;\alpha_{TT}=1.\mathrm{E}-6\,;$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Blocage :
Les condtions aux limites sont telles que seul l'effet membrane d'origine thermique est autorisé. De plus, on bloque la plaque de sorte que les effets de cisaillement plan soient négligeables devant les effets de déformations longitudinales et transversales :

- Les points N1,N2,N3,N4 sont telles que : DZ=0.0 : ce qui entraîne une flexion nulle,
- Les points N1,N2 sont bloqués :DY=0.0 ce qui rend négligeable le cisaillement plan,
- Les points N1 est tel que : DX=0 ce qu encastre totalement ce point,
- Les nœuds N3, N4 sont libres de tout mouvement dans le plan.

Chargement :
Aucun chargement mécanique n'est appliqué. La conséquence est que les déformations purement élastiques sont nulles. On applique sur toute la plaque une différentielle de chargement :

$$T-T_{ref}=\Delta T=1\,°C$$

## 1.4 Conditions initiales

Néant



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 2 Solution de référence

## 2.1 Méthode de calcul

Pour déterminer la solution analytique, on se base sur l'équation de la déformation totale d'une plaque avec prise en compte de la dilatation thermique :

$$\varepsilon(u)=\begin{pmatrix}E_{11}\\E_{22}\\E_{12}\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}K_{11}\\K_{22}\\K_{12}\end{pmatrix}+\varepsilon^{th} \text{ et } \varepsilon^{th}=\begin{pmatrix}d_{11}\\d_{22}\\d_{12}\end{pmatrix}.\left(T(x_3)-T^{réf}\right)$$

Avec :

$E_{ij}=\frac{\partial U_i}{\partial X_j}; K_{ij}=\frac{\partial \beta_i}{\partial X_j}; i,j=1,2$ $U_i$ étant le déplacement dans la direction i et $X_i$ la coordonnée suivant i. $E_{ij}$ est la déformation membranaire pure tandis que $K_{ij}$ représente la courbure. Les conditions aux limites sont telles que $E_{ij}=K_{ij}=0$ .

et

$$\boldsymbol{d}^{(m)}=\begin{pmatrix}d_{11}\\d_{22}\\d_{12}\end{pmatrix}=\boldsymbol{P}^{m^{-1}}\begin{pmatrix}\alpha_{LL}\\\alpha_{TT}\\0\end{pmatrix}_{(L,T)}=\begin{pmatrix}C^2 & S^2\\S^2 & C^2\\2CS & -2CS\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_{LL}\\\alpha_{TT}\end{pmatrix}_{(L,T)}$$

$$\boldsymbol{P}^{(m)}=\begin{bmatrix}C^2 & S^2 & 2CS\\S^2 & C^2 & -2CS\\-CS & CS & C^2-S^2\end{bmatrix} \text{ avec } \begin{matrix}C=1\\S=0\end{matrix}$$

Au final, on détermine analytiquement l'expression de la déformation :

$$\varepsilon(u)=\varepsilon^{th}=\begin{pmatrix}\alpha_{LL}\\\alpha_{TT}\\0\end{pmatrix}.1$$

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la grandeur `EPSI_ELGA` qui représente la valeur de la déformation en un point de gauss intérieur à la plaque. Elle testée sur la maille `M1`, point `1` et au sous-point `1`.

## 2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune incertitude sur la solution de référence car elle analytique.

## 2.4 Références bibliographiques

1 Documentation théorique R4.01.01, *Pré et Post-traitement pour les coques minces en matériaux composites*.

2 G. DHATT, G. TOUZOT, "Modélisation des structure éléments finis", volume 2 : poutres et plaques page 238-240, Hermès Paris, 1990.

V



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 3 Modélisation A

## 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT.

## 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 éléments de type QUAD4.

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|---|---|---|---|
| Sous-Point 1 M1-*EPXX* | 'ANALYTIQUE' | 1.E-5 | 1,E-6 |
| Sous-Point 1 M1-*EPYY* | 'ANALYTIQUE' | 1.E-6 | 1,E-6 |

## 3.4 Remarques

La figure ci-dessous montre que les déformations suivant X et Y sont bien homogènes sur tous les points de Gauss de la plaque et que le cisaillement plan est quasi-nul. De plus, la déformation de flexion est nulle. C'est bien le résultat attendu qui valide la dilatation thermique des DKT composites.

| MAILLE | POINT | SOUS_POINT | EPXX | EPYY | EPZZ | EPXY | EPXZ | EPYZ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M1 | 1 | 1 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 3.970466940E-23 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 1 | 2 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 3.970466940E-23 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 1 | 3 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 3.970466940E-23 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 2 | 1 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 6.617444900E-23 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 2 | 2 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 6.617444900E-23 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 2 | 3 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 6.617444900E-23 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 3 | 1 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 2.646977960E-22 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 3 | 2 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 2.646977960E-22 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 3 | 3 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 2.646977960E-22 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 4 | 1 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 2.646977960E-22 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 4 | 2 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 2.646977960E-22 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |
| M1 | 4 | 3 | 1.000000000E-05 | 1.000000000E-06 | 0.000000000E+00 | 2.646977960E-22 | 0.000000000E+00 | 0.000000000E+00 |



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

# 4 Synthèse des résultats

Ce test permet de vérifier que la dilatation thermique d'une plaque orthotrope modélisée avec les DKT est correctement calculé (à déformation élastique nulle) via DEFI_COMPOSITE.

On retrouve exactement le résultat analytique espéré.



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)