SSLS502 - Cylindre orthotrope soumis à une ligne de charge

Résumé :

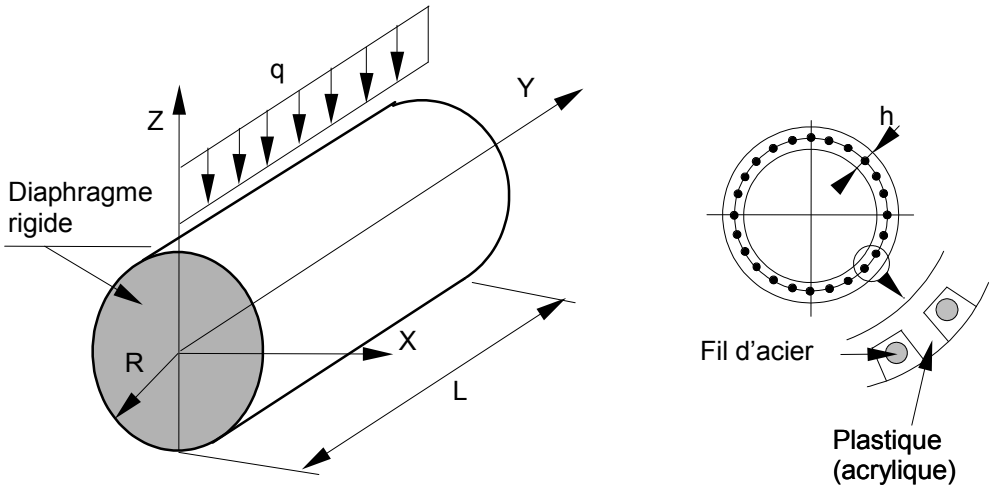
Ce test représente le calcul quasi-statique, d'un cylindre court orthotrope et d'un cylindre long orthotrope soumis à une ligne de charge. À leurs extrémités, les cylindres reposent sur des diaphragmes rigides. Ce cas-test permet de valider la modélisation éléments finis DST avec les mailles TRIA3 et QUAD4, avec un matériau homogène orthotrope.

Les déplacements et les efforts obtenus sont comparés à une solution de référence expérimentale ainsi qu'à une solution analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



cylindre court :	L = 0.560 m	h = 0.0061 m
	R = 0.13595 m	q = 2357.143 N/m
cylindre long :	L = 2.465 m	h = 0.0061 m
	R = 0.13595 m	q = 896.552 N/m

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau constituant le cylindre est homogène orthotrope. Les axes d'orthotropie correspondent aux directions curvilignes x et y.

$$[H_{membrane}]=h[H]\ ;\ [H_{membrane-flexion}]=[0]\ ;\ [H_{flexion}]=h^3[H]/12$$

$$H_{11}=3.0644\times10^9\,N/m^2\ ;\ H_{12}=1.1048\times10^9\,N/m^2\ ;\ H_{13}=0$$
$$H_{22}=18.597\times10^9\,N/m^2\ ;\ H_{23}=0\ ;\ H_{33}=1.250\,x\,10^9\,N/m^2$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites : Les extrémités du cylindre reposent sur des diaphragmes rigides

- **Modélisations A et B** : Force par unité de longueur : $q=-2357.143\,N/m$
- **Modélisations C et D** : Force par unité de longueur : $q=-896.552.\,N/m$

1.4 Conditions initiales

Sans objet

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Nous utiliserons pour ce test deux solutions de référence, l'une expérimentale, issue des travaux de Schwaighofer et Microys [bib2], l'autre tirée des travaux de Batoz en théorie des coques profondes [bib1].

2.2 Résultats de référence

Les résultats de référence sont les suivants :

Cylindre court (A et B)	Batoz [bib1]	Expérience [bib2]
Déplacement w au point F	$0.35\,10^{-4}\,m$	$0.6\,10^{-4}\,m$
Déplacement w au point C	$-0.710-3\,m$	$-0.6\,10^{-3}\,m$
Déplacement w au point D	$0.25\,10^{-4}\,m$	$0.1\,10^{-3}\,m$
Contrainte σ_{xx} au point F	$-0.35\,MPa$	$-0.325\,MPa$
Contrainte σ_{yy} au point F	$0.50\,MPa$	$0.60\,MPa$

Cylindre long (C et D)	Batoz [bib1]	Expérience [bib2]
Déplacement w au point F	$1.32\,10^{-3}\,m$	$1.35\,10^{-3}\,m$
Déplacement w au point C	$-2.45\,10^{-3}\,m$	$-2.46\,10^{-3}\,m$
Déplacement w au point D	$-0.35\,10^{-3}\,m$	$-0.51\,10^{-3}\,m$
Contrainte σ_{xx} au point F	$1.68\,MPa$	$1.9\,MPa$
Contrainte σ_{yy} au point F	$1.8\,MPa$	$1.55\,MPa$

2.3 Incertitudes sur la solution

Environ 5% en ce qui concerne la solution de Batoz, sans doute beaucoup plus – environ 30% - pour la solution expérimentale.

2.4 Références bibliographiques

1) BATOZ J.L., DHATT G. : Modélisation des structures par éléments finis , Vol 3, Coques, HERMES.

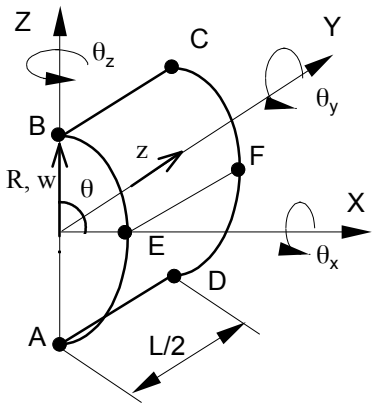
2) SCHWAIGHOFER J., MICROYS H.F. : Orthotropic Cylindrical shells under line load, Journal of applied Mechanics, June 1979, Vol 46.

3) GEOFFROY P., Développement et évaluation d'un élément fini pour l'analyse non-linéaire statique et dynamique de coques minces, Thèse de Docteur Ingénieur, Université de Technologie de Compiègne, 27/04/83.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (on modélise un demi cylindre)

- 8 éléments dans la direction circonférentielle
- 12 éléments dans le sens longitudinal

- Conditions aux limites : Côté AB : $u = w = \theta_y = 0$
- Conditions de symétrie : Côtés AD et BC : $u = \theta_y = \theta_z = 0$
  Côté DC : $v = \theta_x = \theta_z = 0$

- Force par unité de longueur côté BC : q/2 = –1178.5715 N/m

3.2 Caractéristiques du maillage

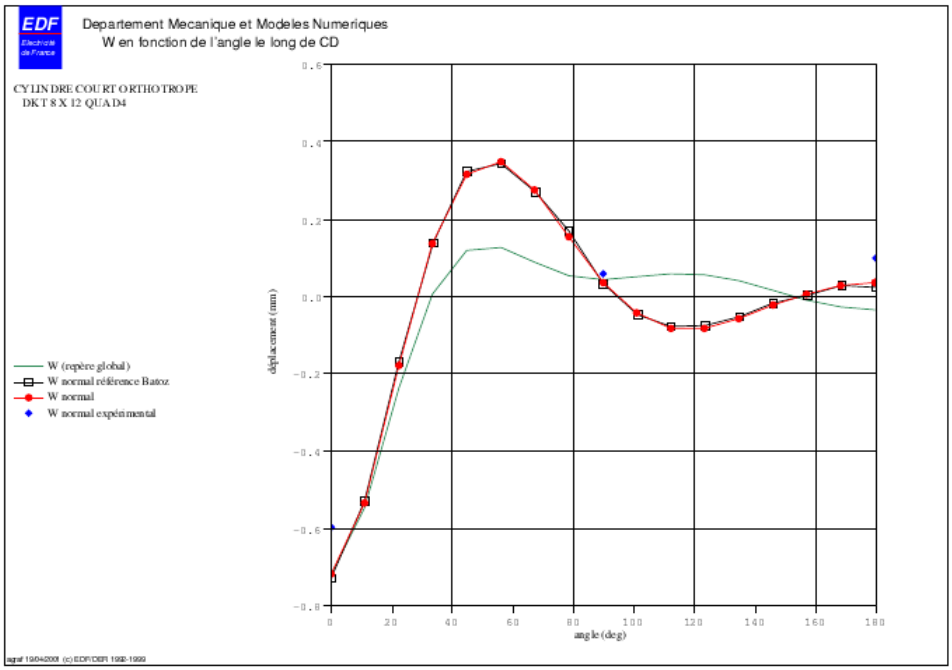
Nombre de nœuds : 224
Nombre de mailles et type : 192 QUAD4

3.3 Valeurs testées

Identification	Référence numérique [bib1]	Référence expérimentale [bib2]	*Aster*	% différences
Déplacement w au point F	$0.35\,10^{-4}\,m$	$0.6\,10^{-4}\,m$	$0.373\,10^{-4}\,m$	6.703 [bib1] –37.757 [bib2]
Déplacement w au point C	$-0.7\,10^{-3}\,m$	$-0.6\,10^{-3}\,m$	$-0.72\,10^{-3}$	3.033 [bib1] 20.205 [bib2]
Déplacement w au point D	$0.25\,10^{-4}\,m$	$0.1\,10^{-3}\,m$	$0.369\,10^{-4}$	47.689 [bib1] -63.078 [bib2]
Contrainte $SIXX$ au point F	$-0.350\,MPa$	$-0.325\,MPa$	$-0.480\,MPa$	37.339 [bib1] 47.904 [bib2]
Contrainte $SIYY$ au point F	$0.500\,MPa$	$0.600\,MPa$	$0.490\,MPa$	-1.901 [bib1] -18.259 [bib2]

3.4 Valeur du déplacement normal W le long de CD

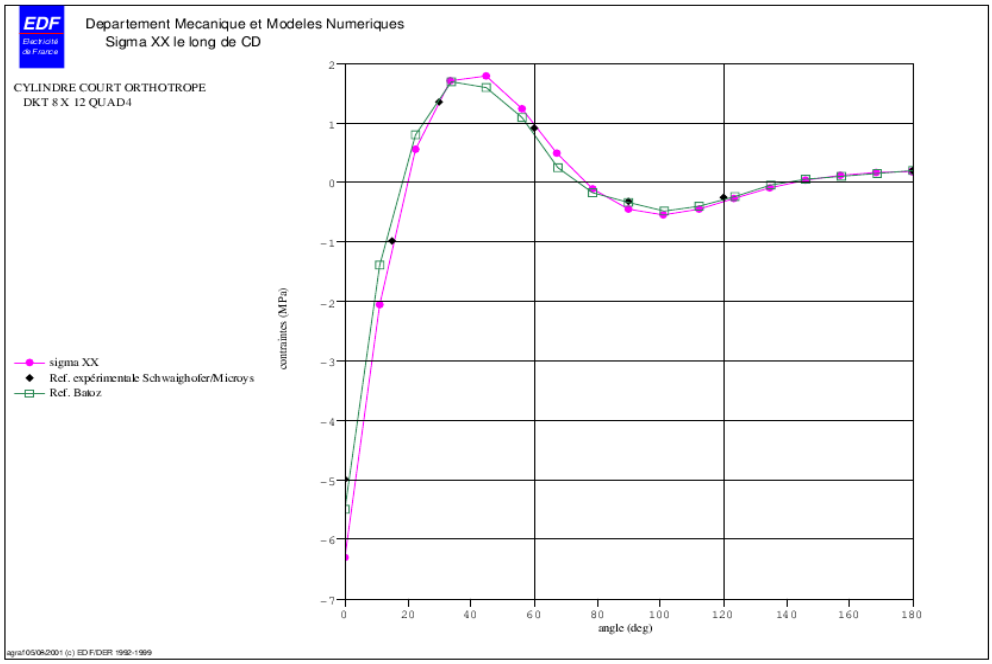
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

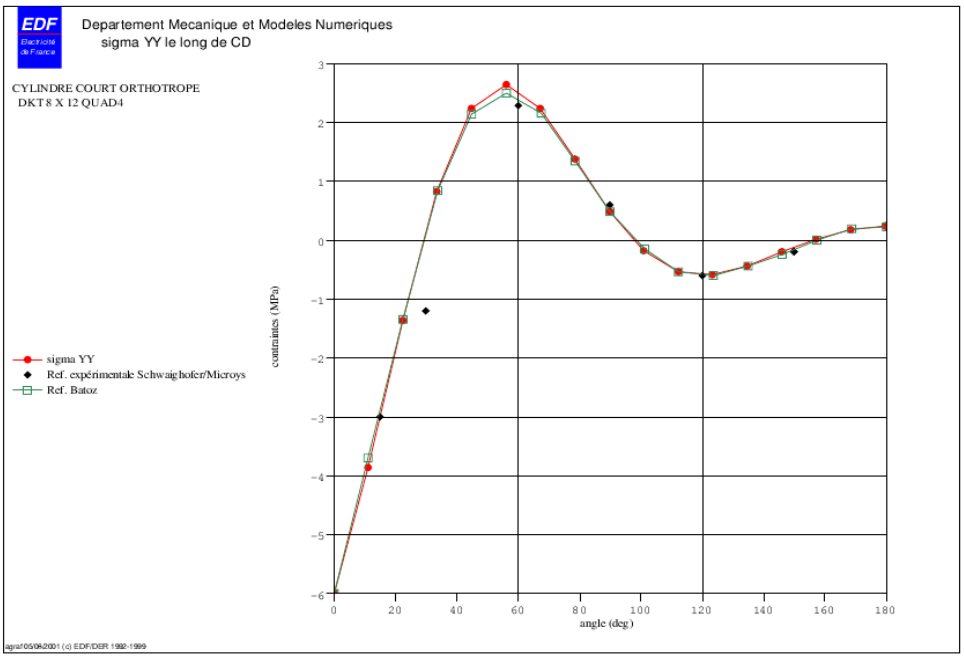


On peut noter qu'au-delà des écarts observés sur les points testés C, F, D, le déplacement normal calculé le long de CD est proche de la solution en théorie « coques profondes » adoptée par Batoz [bib1]. On peut imputer les erreurs relatives aux points F et D à la faible valeur du déplacement (de l'ordre de $10^{-5} m$).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.5 Valeur des contraintes le long de CD





Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On peut noter que les contraintes calculées le long de CD sont globalement en accord avec la solution en théorie « coques profondes » adoptée par Batoz [bib1].

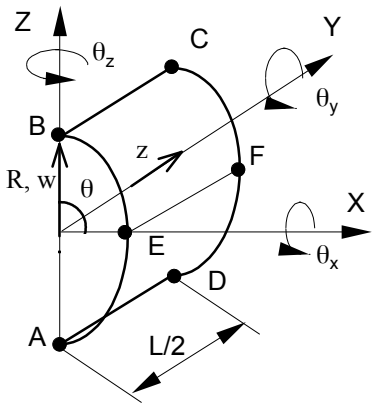
3.6 Remarques

- Les valeurs des coefficients CISA_L et de CISA_T ne sont pas disponibles. Comme la structure est mince ($h/R=0.045$), on suppose que les effets du cisaillement transverse sont négligeables, nous avons donc imposé CISA_L=CISA_T= 10^{10} .
- Le déplacement w normal (figure du [§4.2]) est exprimé dans le repère cylindrique local (R,θ,z), il s'agit du déplacement normal à l'élément de coque. Le déplacement w testé au [§4.1] est quant à lui exprimé dans le repère global (déplacement suivant z).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (on modélise un demi cylindre)

- 8 éléments dans la direction circonférentielle
- 12 éléments dans le sens longitudinal

- Conditions aux limites : Côté AB : $u = w = \theta_y = 0$
- Conditions de symétrie : Côtés AD et BC : $u = \theta_y = \theta_z = 0$
  Côté DC : $v = \theta_x = \theta_z = 0$

- Force par unité de longueur côté BC : q/2 = –1178.5715 N/m

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 224
Nombre de mailles et type : 384 TRIA3

4.3 Valeurs testées

Identification	Référence [bib1]	Référence [bib2]	*Aster*	% différences
Déplacement w au point F	$0.35\,10^{-4}\,m$	$0.6\,10^{-4}\,m$	$0.383\,10^{-4}$	9.571 [bib1] 36.084 [bib2]
Déplacement w au point C	$-0.7\,10^{-3}\,m$	$-0.6\,10^{-3}\,m$	$-7.138\,10^{-4}$	1.985 [bib1] 18.982 [bib2]
Déplacement w au point D	$0.25\,10^{-4}\,m$	$0.1\,10^{-3}\,m$	$0.350\,10^{-4}$	40.368 [bib1] –64.908 [bib2]
Contrainte $SIXX$ au point F	$-0.350\,MPa$	$-0.325\,MPa$	$-0.470\,MPa$	34.348 [bib1] 44.682 [bib2]
Contrainte $SIYY$ au point F	$0.500\,MPa$	$0.600\,MPa$	$0.400\,MPa$	–19.929 [bib1] –33.274 [bib2]

4.4 Remarques

- Les valeurs des coefficients CISA_L et de CISA_T ne sont pas disponibles. Comme la structure est mince ($h/R=0.045$), on suppose que les effets du cisaillement transverse sont négligeables, nous avons donc imposé CISA_L=CISA_T= 10^{10} .

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

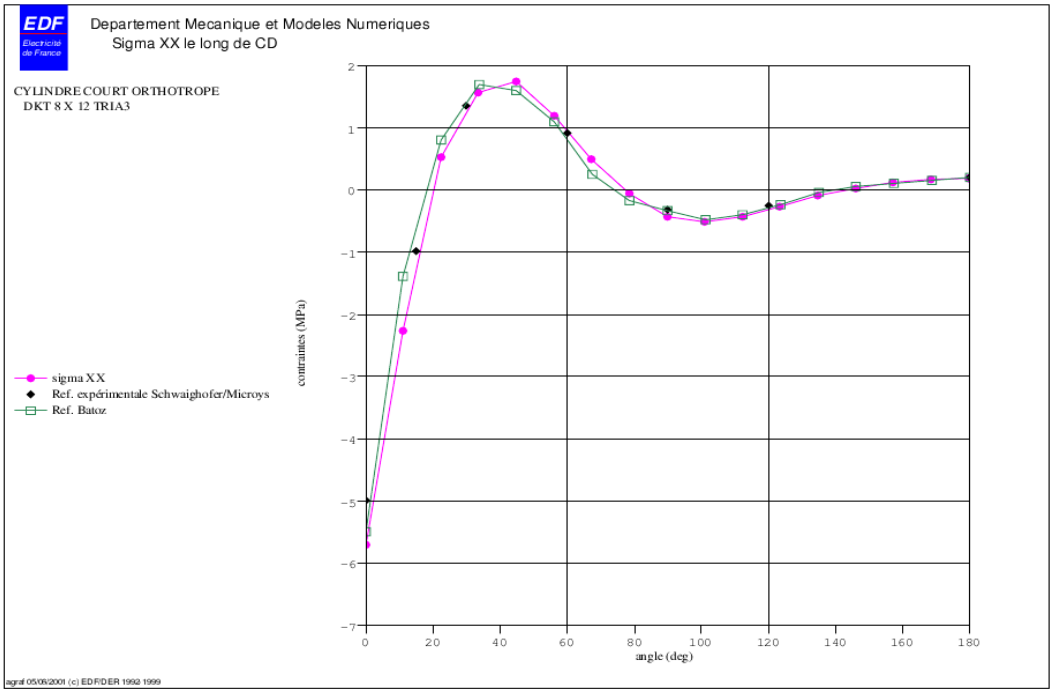
- Le déplacement w normal est exprimé dans le repère cylindrique local (R,θ,z), il s'agit du déplacement normal à l'élément de coque.

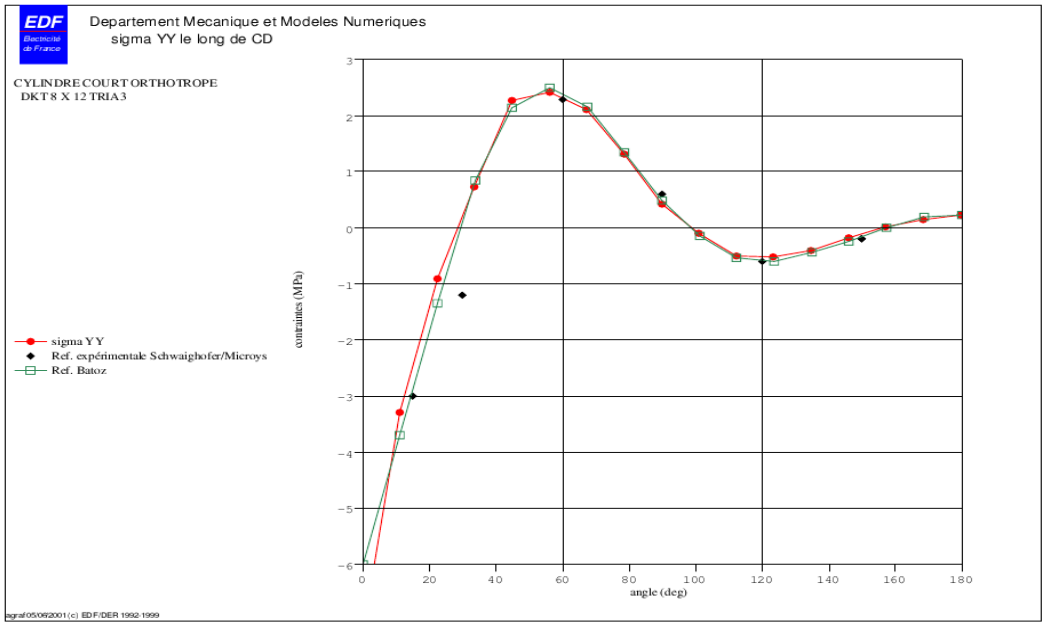
4.5 Valeur du déplacement normal le long de CD

Les résultats obtenus avec un maillage TRIA3 sont très proches de ceux obtenus par le maillage QUAD4.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4.6 Valeur des contraintes le long de CD



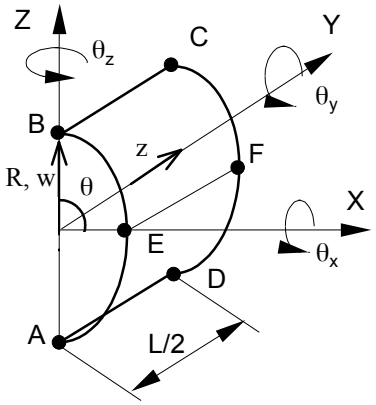


Les profils des contraintes obtenus par la modélisation B avec des TRIA3 sont dans l'ensemble proche des solutions de Batoz.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (on modélise un demi cylindre)

- 8 éléments dans la direction circonférentielle
- 12 éléments dans le sens longitudinal

- Conditions aux limites : Côté AB : $u = w = \theta_y = 0$
- Conditions de symétrie : Côtés AD et BC : $u = \theta_y = \theta_z = 0$
  Côté DC : $v = \theta_x = \theta_z = 0$

- Force par unité de longueur côté BC : q/2 = –448.276 N/m

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 224
Nombre de mailles et type : 384 TRIA3

5.3 Valeurs testées

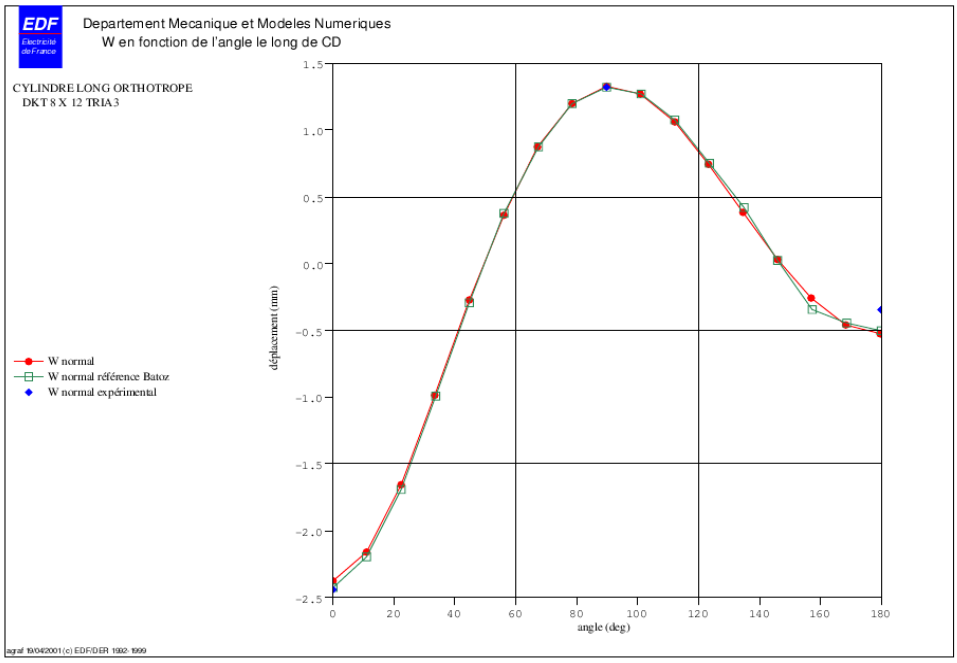
Identification	Référence numérique [bib1]	Référence expérimentale [bib2]	*Aster*	% différence
Déplacement w au point F	$1.325\,10^{-3}\,m$	$1.35\,10^{-3}\,m$	$1.327\,10^{-3}\,m$	0.154 [bib1] –1.701 [bib2]
Déplacement w au point C	$-2.45\,10^{-3}\,m$	$-2.46\,10^{-3}\,m$	$-2.379\,10^{-3}\,m$	–2.881 [bib1] –3.275 [bib2]
Déplacement w au point D	$-0.51\,10^{-3}\,m$	$-0.35\,10^{-3}\,m$	$-0.529\,10^{-3}\,m$	3.859 [bib1] 51.337 [bib2]
Contrainte $SIXX$ au point F	$1.68\,MPa$	$1.9\,MPa$	$1.643\,MPa$	–2.155 [bib1] –13.484 [bib2]
Contrainte $SIYY$ au point F	$1.8\,MPa$	$1.55\,MPa$	$1.782\,MPa$	–0.986 [bib1] –14.984 [bib2]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.4 Remarques

- La valeur des coefficients CISA_L et de CISA_T ne sont pas disponibles. Comme la structure est mince ($h/R=0.045$), on suppose que les effets du cisaillement transverse sont négligeables, nous avons donc imposé CISA_L=CISA_T= 10^{10} .
- Le déplacement w normal est exprimé dans le repère cylindrique local (R,θ,z), il s'agit du déplacement normal à l'élément de coque.

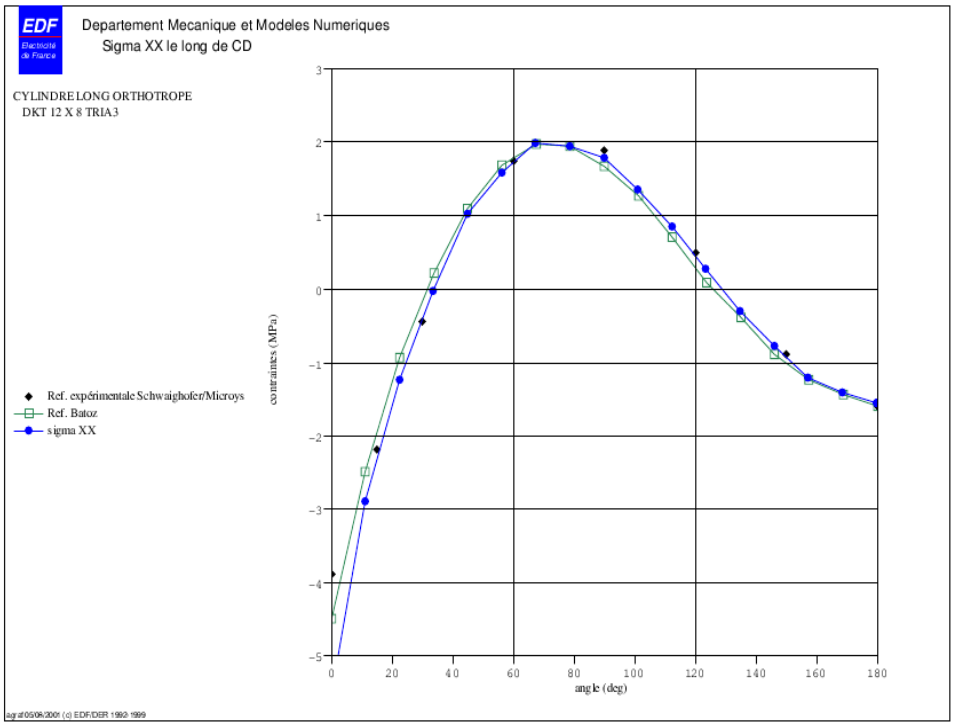
5.5 Valeur du déplacement normal le long de CD

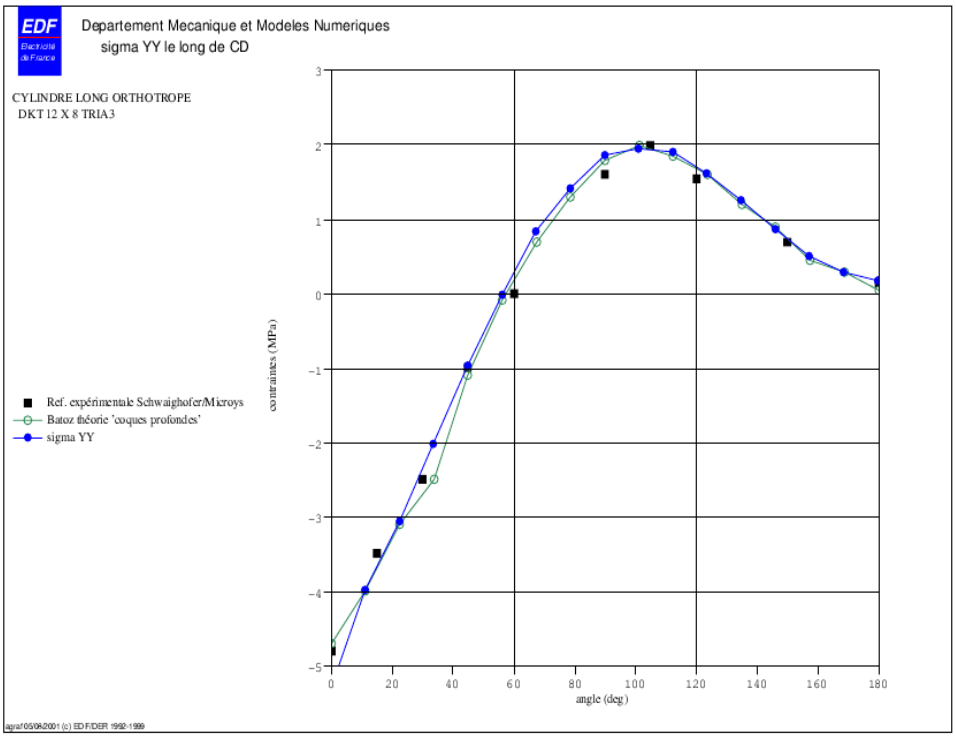


On peut noter qu'au-delà de l'écart observé sur la valeur expérimentale au point D, le déplacement normal calculé le long de CD est très proche de la solution en théorie « coques profondes » adoptée par Batoz [bib1].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5.6 Valeur des contraintes le long de CD



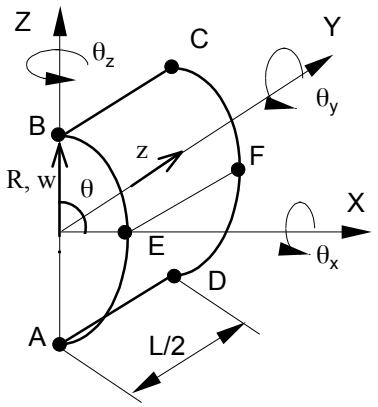


Les profils des contraintes calculées par le code sont globalement en accord avec les travaux de Batoz.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation DST (on modélise un demi cylindre)

- 8 éléments dans la direction circonférentielle
- 12 éléments dans le sens longitudinal

- Conditions aux limites : Côté AB : $u = w = \theta_y = 0$
- Conditions de symétrie : Côtés AD et BC : $u = \theta_y = \theta_z = 0$
  Côté DC : $v = \theta_x = \theta_z = 0$

- Force par unité de longueur côté BC : q/2 = –448.276 N/m

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 224
Nombre de mailles et type : 192 QUAD4

6.3 Valeurs testées

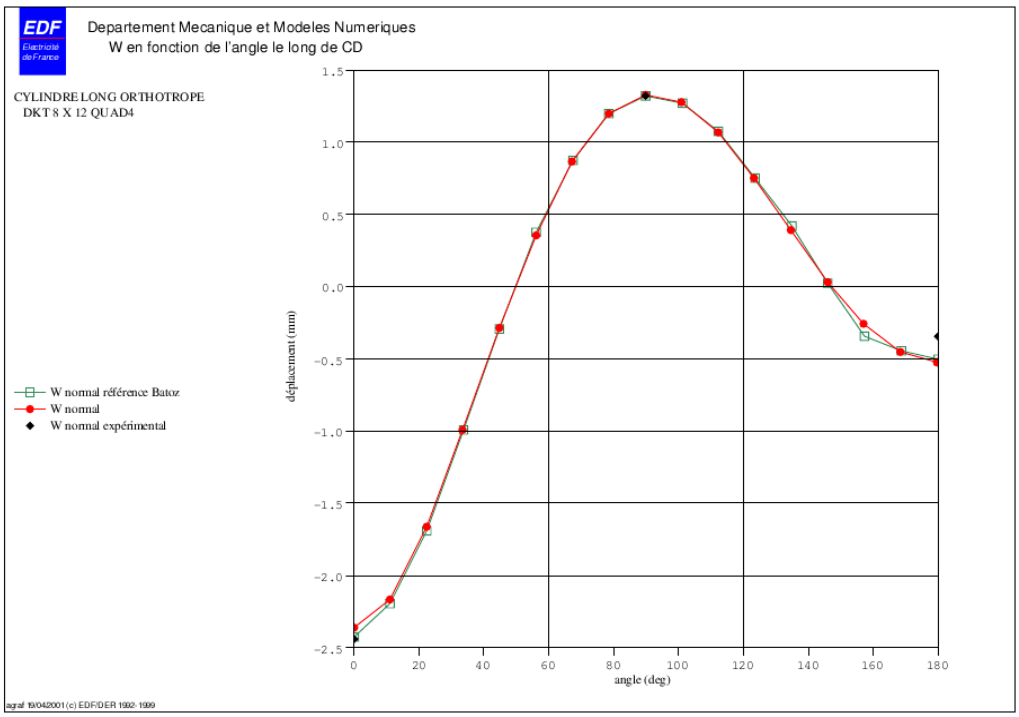
Identification	Référence [bib1]	Référence [bib2]	*Aster*	% différence
Déplacement w au point F	$1.325\,10^{-3}\,m$	$1.35\,10^{-3}\,m$	$1.329\,10^{-3}\,m$	0.365 [bib1] –1.494 [bib2]
Déplacement w au point C	$-2.45\,10^{-3}\,m$	$-2.46\,10^{-3}\,m$	$-2.369\,10^{-3}\,m$	–3.274 [bib1] –3.667 [bib2]
Déplacement w au point D	$-0.51\,10^{-3}\,m$	$-0.35\,10^{-3}\,m$	$-0.528\,10^{-3}\,m$	3.634 [bib1] 51.009 [bib2]
Contrainte $SIXX$ au point F	$1.68\,MPa$	$1.9\,MPa$	$1.79\,MPa$	6.616 [bib1] –5.729 [bib2]
Contrainte $SIYY$ au point F	$1.8\,MPa$	$1.55\,MPa$	$1.84\,MPa$	2.465 [bib1] 18.991 [bib2]

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.4 Remarques

- La valeur des coefficients CISA_L et de CISA_T ne sont pas disponibles. Comme la structure est mince ($h/R=0.045$), on suppose que les effets du cisaillement transverse sont négligeables, nous avons donc imposé CISA_L=CISA_T= 10^{10} .
- Le déplacement w normal est exprimé dans le repère cylindrique local (R,θ,z) , il s'agit du déplacement normal à l'élément de coque. Le déplacement w testé est celui du repère global (déplacement suivant z).

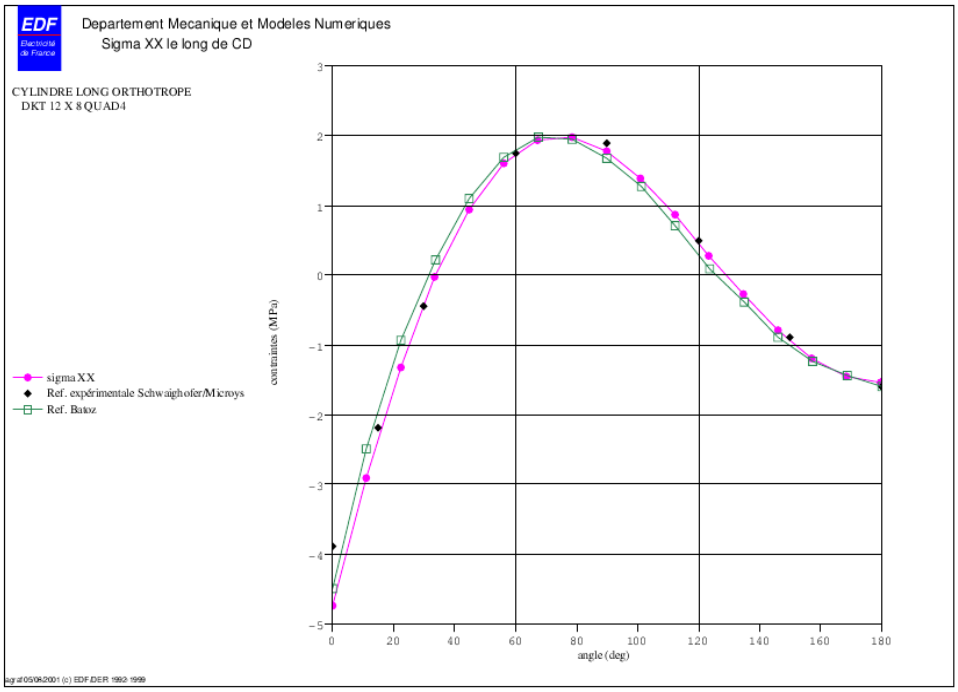
6.5 Valeur du déplacement le long de CD

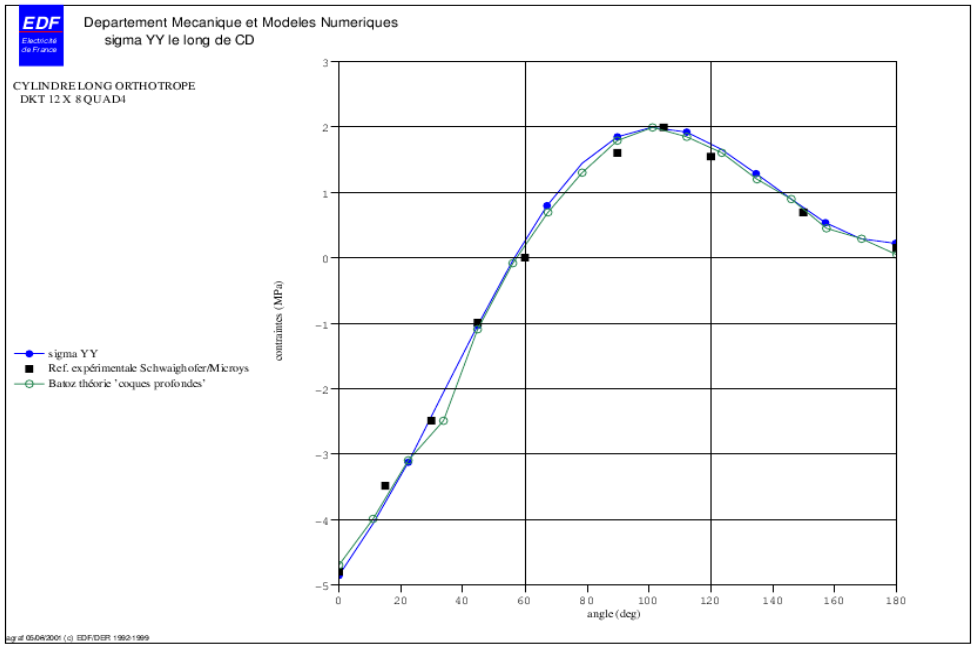


On peut noter qu'au-delà de l'écart observé sur la valeur expérimentale au point D , le déplacement normal calculé le long de CD est très proche de la solution en théorie « coques profondes » adoptée par Batoz [bib1].

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6.6 Valeurs des contraintes le long de CD





Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Les résultats sont dans l'ensemble satisfaisants. Les écarts ponctuels qui se manifestent aux points testés, notamment le point D, semblent dus à l'incertitude expérimentale, sans doute renforcée par une incertitude quant au prélèvement graphique.

A contrario, les solutions proposées par Batoz en théorie « coques profondes » sont bien vérifiées par les quatre modélisations, avec des erreurs relatives de moins de 5% pour le cylindre long.

Il apparaît que :

- les modélisations TRIA3 et QUAD4 sont sensiblement équivalentes pour ce problème,
- les erreurs relatives sont beaucoup plus faibles pour le cylindre long (modélisations C et D) que pour le cylindre court (modélisations A et B) : au point F, l'erreur est réduite d'un facteur 10 par rapport à la solution de référence de Batoz,
- le raffinement du maillage ne minimise pas de façon décisive les écarts relatifs, tant avec les TRIA3 qu'avec les QUAD4.

On constate donc que les résultats se dégradent quand le rapport de la longueur sur le diamètre diminue, en effet les effets géométriques deviennent importants avec ce type de modélisation. Il serait souhaitable de pouvoir effectuer un calcul en éléments finis de coques en milieu orthotrope, afin de mieux prendre en compte la courbure, les plaques constituant un cas limite.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)