SSLS144 - Cylindre sous pression interne

Résumé :

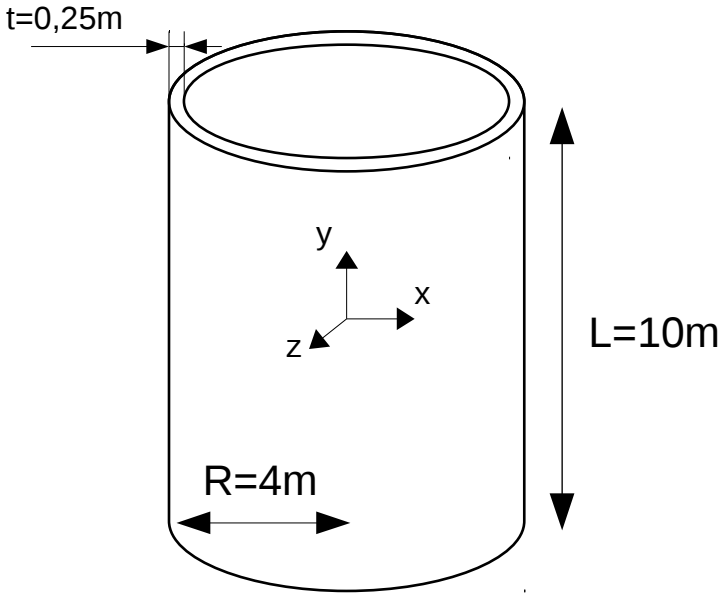
Ce test valide la modélisation COQUE_AXIS (portée par des mailles SEG3). On effectue un calcul statique sur un réservoir cylindrique sous pression interne. Le modèle est axisymétrique. La distribution de pression sur la paroi interne du réservoir n'est pas uniforme. Les déplacements et les efforts généralisés obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un cylindre de rayon moyen $5m$, d'épaisseur $t=0.25m$ et de longueur $L=10m$. Les dimensions géométriques choisies permettent de négliger les effets de bord libre en $y=\pm L/2$ (en axisymétrique, L doit vérifier : $\frac{1}{2}L>3\sqrt{Rt}=3m$).



1.2 Propriétés du matériau

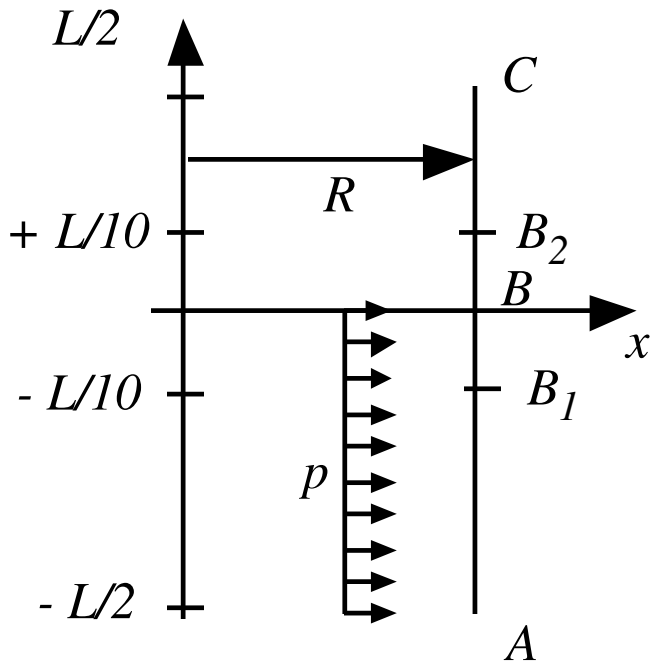
Le matériau élastique isotrope est caractérisé par les propriétés suivantes :

- $E=1Pa$
- $\nu=0.3$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le cylindre vertical est soumis à une pression interne $p=1\,Pa$ constante sur la partie $y\leq 0$, et nulle sur $y>0$. On impose un déplacement vertical $u_y=0$ au point A .



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

On se place dans la théorie de LOVE-KIRCHHOFF pour le calcul de la solution analytique de ce problème.

La flèche dans le repère axisymétrique s'écrit :

$$u_x=\begin{cases}\dfrac{P}{8\alpha^4 D}\left(2-\mathrm{e}^{\alpha y}\cos(\alpha y)\right) & \forall\ y\le 0\\ \dfrac{P}{8\alpha^4 D}\mathrm{e}^{-\alpha y}\cos(\alpha y) & \forall\ y\ge 0\end{cases}$$

avec $D=\dfrac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ et $4\alpha^4=\dfrac{Et}{DR^2}$.

La rotation s'écrit :

$$\beta_s=\begin{cases}\dfrac{P}{8\alpha^3 D}\mathrm{e}^{\alpha y}(\cos(\alpha y)-\sin(\alpha y)) & \forall\ y\le 0\\ \dfrac{P}{8\alpha^3 D}\mathrm{e}^{-\alpha y}(\cos(\alpha y)+\sin(\alpha y)) & \forall\ y\ge 0\end{cases}$$

Les efforts généralisés sont :

$$N_{\theta\theta}=\frac{Et}{R}u_x(y)\ ,$$

$$M_{ss}=Du_x''(y)=\frac{p}{4\alpha^2}\mathrm{e}^{-|y|}\sin(\alpha y)$$

Les contraintes tridimensionnelles sont :

$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{N_{\theta\theta}}{t}+12\frac{M_{\theta\theta}(x-R)}{t^3}\ ,$$

$$\sigma_{ss}=12\frac{M_{ss}(x-R)}{t^3}\ ,$$

soit :

$$\sigma_{\theta\theta}(y,x)=\begin{cases}\dfrac{pR}{t}\left(1-\dfrac{\mathrm{e}^{\alpha y}}{2}\left(\cos(\alpha y)+2\nu\dfrac{R-x}{t}\sqrt{\dfrac{3}{1-\nu^2}}\sin(\alpha y)\right)\right) & \forall\ y\le 0\\ \dfrac{pR}{t}\cdot\dfrac{\mathrm{e}^{-\alpha y}}{2}\left(\cos(\alpha y)-2\nu\dfrac{R-x}{t}\sqrt{\dfrac{3}{1-\nu^2}}\sin(\alpha y)\right) & \forall\ y\ge 0\end{cases},$$

et :

$$\sigma_{ss}(y,x)=\begin{cases}\dfrac{pR}{t}\cdot\dfrac{x-R}{t}\sqrt{\dfrac{3}{1-\nu^2}}\mathrm{e}^{\alpha y}\sin(\alpha y) & \forall\ y\le 0\\ \dfrac{pR}{t}\cdot\dfrac{x-R}{t}\sqrt{\dfrac{3}{1-\nu^2}}\mathrm{e}^{-\alpha y}\sin(\alpha y) & \forall\ y\ge 0\end{cases}.$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste les valeurs suivantes :

- la flèche DX aux points A , B et C ,
- la rotation DRZ , aux points A et B ,
- l'effort généralisé NYY aux points B et B_1 ,
- le moment généralisé MXX au point B_1

2.3 Références bibliographiques

[1] S. ANDRIEUX - F. VOLDOIRE : Modèles de coques. Applications en statique linéaire. Ecole d'Eté CEA-EDF-INRIA d'Analyse Numérique 1992.

2.4 Incertitudes sur la solution

Il n'y en a pas

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation COQUE_AXIS. Les modèles de COQUE_AXIS sont utilisables aussi bien pour les plaques épaisses (HENCKY-MINDLIN-REISSNER) que pour les plaques minces (KIRCHOFF-LOVE) grâce à une approche par pénalisation qui permet de neutraliser ou non l'énergie de cisaillement : c'est la théorie de HENCKY-MINDLIN-NAGHDI. Afin de se rapprocher numériquement de la solution de LOVE-KIRCHHOFF, il faut prendre un coefficient de cisaillement suffisamment grand (A_CIS) pour inhiber la cinématique de cisaillement transverse γ_s . Plus ce coefficient est grand, plus la matrice de rigidité est presque singulière donc source d'instabilités numériques.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 100 éléments de type SEG3.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste le déplacement dans le coin haut gauche de la plaque.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Précision
Point A - DX	'ANALYTIQUE'	63.9488	0.1%
Point B - DX	'ANALYTIQUE'	32.000	0.1%
Point C - DX	'ANALYTIQUE'	0.05120	0.05
Point A - DRZ	'ANALYTIQUE'	0.06583	0.05
Point B - DRZ	'ANALYTIQUE'	41.133	0.1%
Point B - NYY	'ANALYTIQUE'	2.0000	0.05
Point $B1$ - NYY	'ANALYTIQUE'	3.84429	0.1%
Point $B1$ - MXX	'ANALYTIQUE'	$-4.01497\ 10^{-2}$	0.1%

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Synthèse des résultats

Les différentes courbes montrent que les déplacements ainsi que les efforts calculés sont très proches de la solution analytique. Ce test permet donc bien de valider la formulation de coque axisymétrique COQUE_AXIS.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)