SSLS132 – Plaque console sous chargement de flexion

Résumé

Ce test quasi-statique entre dans le cadre de la validation des éléments GRILLE_EXCENTRE, GRILLE_MEMBRANE et MEMBRANE. Une plaque en béton (modélisée par COQUE éventuellement) est recouverte de deux nappes d'armature sur ses faces supérieure et inférieure, chacune excentrée de la même quantité. Les chargements sont de trois types :

1) bord encastré et flexion de la plaque
2) effet de la gravité et du poids propre
3) pré-déformations dans les deux nappes d'armatures pour faire comprimer la plaque

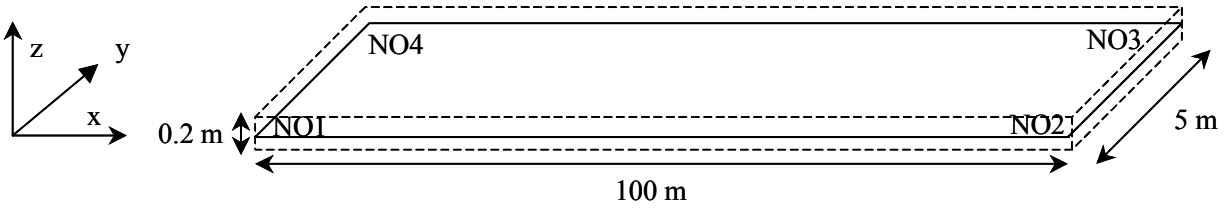
Les résultats de la simulation sont comparés à des solutions analytiques.

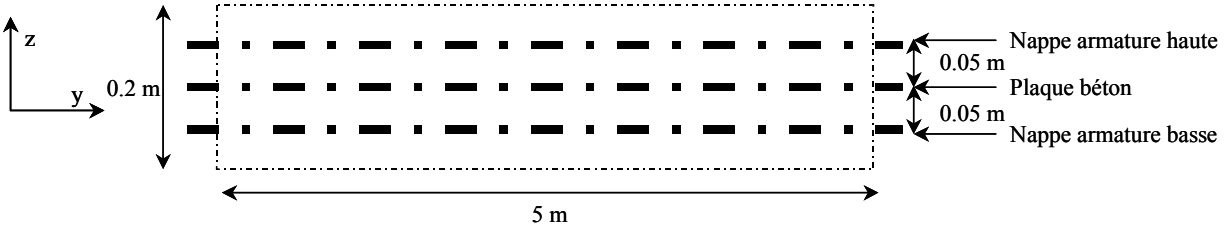
L'intérêt de ce test est de valider la modélisation GRILLE_EXCENTRE, GRILLE_MEMBRANE et MEMBRANE sous des chargements de flexion, de pesanteur et en imposant des pré-déformations.
Modélisation I teste l'algorithme IMPLEX en élasticité.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie





La console en béton est modélisée soit en éléments volumiques standards soit par la modélisation COQUE (DKT) . Les nappes d'armature sont respectivement modélisées par des modélisations de GRILLE (GRILLE_MEMBRANE quand il n'y a pas d'excentrement ou GRILLE_EXCENTRE quand les armatures sont excentrées).

1.2 Propriétés des matériaux

Console en béton : $E=3\text{E+}10\,Pa$, $\nu=0$, $\rho=2500\,kg/m^3$

Epaisseur de la console : $0.2\,m$; ANGL_REP = (0 ;0)

Nappes d'armature en acier : $E=2\text{E+}11\,Pa$, $\nu=0$, $\rho=7800\,kg/m^3$

Nappe d'armature haute : section par mètre linéaire = $0.2\,m^2/ml$; excentrement = $0.05\,m$; ANGL_REP = (0 ;0)

Nappe d'armature basse : section par mètre linéaire = $0.2\,m^2/ml$; excentrement = $-0.05\,m$; ANGL_REP = (0 ;0)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites et les chargements se décomposent de la manière suivante :

Modélisation A et B :

Bord $NO1NO4$ ($B0X$) encastré

$DZ=1.0$ sur le bord $NO2NO3$ ($B1X$) (flexion)

Modélisation C, D et G :

Bord $B0X$ et $B1X$ encastrés

Pesanteur

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Modélisation E, F et H ;
Bord $B0X$ encastré
Pré-déformations EXX imposées sur les deux nappes d'armatures, égales à 0.001 .

Les modélisations et les chargements considérés sont résumés dans le tableau suivant :

Modélisations	**Flexion**	**Pesanteur**	**Pré-déformation**
GRILLE_EXCENTRE	A et B	C	E et F
GRILLE_MEMBRANE		D	
MEMBRANE		G	H

Modélisation I teste MEMBRANE et GRILLE_MEMBRANE simultanément.

2 Solution de référence

2.1 Plaque en flexion

On cherche à calculer la résultante F_Z des efforts s'appliquant sur une plaque en béton armé (2 nappes d'armature) de dimension $L_1 \times L_2 \times e$ (L_1 est la dimension suivant la direction principale des armatures), encastrée sur un bord et que l'on soumet à un déplacement de flexion sur le bord opposé (U_z).

La force s'écrit :

$$F_z = K_Z U_z$$

avec K_z la rigidité selon z donnée par :

$$K_z = \frac{3(EI)_{tot}}{L_1^3}$$

avec $(EI)_{tot}$ égal à

$$(EI)_{tot} = (EI)_{beton} + (EI)_{armatures}$$

où

$$(EI)_{armatures} = 2.E_{armat}.(s.L_2).e_{exc}^2$$

avec E_{armat} le module de Young de l'acier, s la section des armatures par mètre linéaire et e_{exc} l'excentrement des nappes d'armatures par rapport au feuillet moyen

$$(EI)_{beton} = E_{béton}.L_2.\frac{e^3}{12}$$

où $E_{béton}$ est le module de Young du béton.

Connaissant le déplacement vertical imposé et en utilisant les formules précédentes, il est possible de remonter à la valeur analytique de la force.

2.2 Effet de la gravité

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On s'intéresse à présent à une plaque en béton armé encastrée à ses deux extrémités et soumise à l'effet de la gravité.

On cherche à calculer la résultante des efforts verticaux associée F_z

$$F_z = F_{z,armat} + F_{z,beton}$$

où $F_{z,beton}$ et $F_{z,armat}$ sont respectivement les effets de gravité liés au béton et aux armatures.

$$F_{z,beton} = L_1.L_2.e.\rho_{beton}.g$$

avec g l'accélération de la pesanteur

$$F_{z,armat} = 2.s.L_2.L_1.\rho_{armat}.g$$

avec ρ_{armat} la masse volumique des armatures en acier, et s la section par mètre linéaire.

En combinant les équations précédentes, il devient possible de déterminer la valeur de la force verticale liée à la gravité et d'en déduire la résultante verticale des réactions d'appui.

2.3 Pré-Déformations

On cherche à calculer le déplacement moyen suivant Ux du bord libre d'une plaque en béton armé encastrée à l'autre bord. On applique aux armatures une pré-déformation ε_{xx}.

En considérant la déformation homogène et égale sur les nappes d'armatures et dans le béton, on écrit simplement :

$$U_x = \varepsilon_{xx}.L_x$$

avec L_x la dimension de la plaque dans la direction x (égale à L_1 dans ce cas)

On peut ainsi déterminer la valeur de déplacement cherchée.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de flexion avec des éléments GRILLE_EXCENTRE. La console en béton est maillée avec 1616 éléments TRIA3

3.2 Résultats de la modélisation A

On teste la valeur de la réaction suivant z sur le bord encastré (BOX)

Valeur de référence (solution analytique) : $-3.299\mathrm{E}3\,N$

Valeur fournie par *Code_Aster* : $-3.3\mathrm{E}3\,N$

Écart : 0.016 %

4 Modélisation B

Modélisation identique à la modélisation A, avec un maillage de 500 éléments QUAD4.

Les résultats de la modélisation B sont les mêmes que ceux de la modélisation A.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pesanteur avec des éléments GRILLE_EXCENTRE. La console en béton est maillée avec 500 éléments QUAD4.

5.2 Résultats de la modélisation C

On teste la valeur de la réaction suivant z sur les bords encastrés ($BOX+B1X$)

Valeur de référence (solution analytique) : $1.7756\mathrm{E}{+}07\,N$

Valeur fournie par *Code_Aster* : $1.7756\mathrm{E}{+}07\,N$

Écart : 0.

6 Modélisation D

On teste ici un chargement de pesanteur avec des éléments GRILLE_MEMBRANE. L'excentrement des armatures est considéré nul. Le maillage est identique à celui de la modélisation C.

Les résultats de la modélisation D sont les mêmes que ceux de la modélisation C.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pré-déformation avec des éléments GRILLE_EXCENTRE. Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

7.2 Résultats de la modélisation E

On teste la valeur du déplacement moyen suivant x du bord libre $B1X$

Valeur de référence (solution analytique) : $0.1\,m$

Valeur fournie par *Code_Aster* : $0.1\,m$

Écart : 0.

8 Modélisation F

Modélisation identique à la modélisation E, avec un maillage de 500 éléments QUAD4.

Les résultats de la modélisation F sont les mêmes que ceux de la modélisation E.

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pesanteur avec des éléments MEMBRANE. Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

9.2 Résultats de la modélisation G

On teste la valeur de la réaction suivant z sur les bords encastrés ($BOX+B1X$)

Valeur de référence (solution analytique) : $1.7756\mathrm{E}+07\,N$

Valeur fournie par *Code_Aster* : $1.7756\mathrm{E}+07\,N$

Écart : 0.

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici un chargement de pré-déformation avec des éléments MEMBRANE . Le maillage est identique à celui de la modélisation A.

10.2 Résultats de la modélisation H

On teste la valeur du déplacement moyen suivant x du bord libre $B1X$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Valeur de référence (solution analytique) : $0.1\ m$

Valeur fournie par *Code_Aster* : $0.1\ m$

Écart : 0.

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

On teste ici la méthode IMPLEX en élasticité. Un chargement de flexion est combiné avec la pésanteur. Les éléments MEMBRANE et GRILLE_MEMBRANE sont testés simultanement. Le maillage est volumique avec deux nappes de mailles bidimensionnelles.

11.2 Résultats de la modélisation I

On teste la valeur de la résultante dz de la force nodale du bord libre $B1X$

Valeur de référence (solution élastique) est égale à la solution en IMPLEX

Écart : 0.

12 Conclusions

On valide par ce cas-test divers modélisations du comportement d'une plaque console sous chargement de flexion, sous l'effet de la gravité et en imposant des pré-déformations aux nappes d'armature. On valide ainsi les modélisations GRILLE_EXCENTRE, GRILLE_MEMBRANE et MEMBRANE.

Les résultats des simulations sont en accord avec les valeurs des solutions analytiques.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)